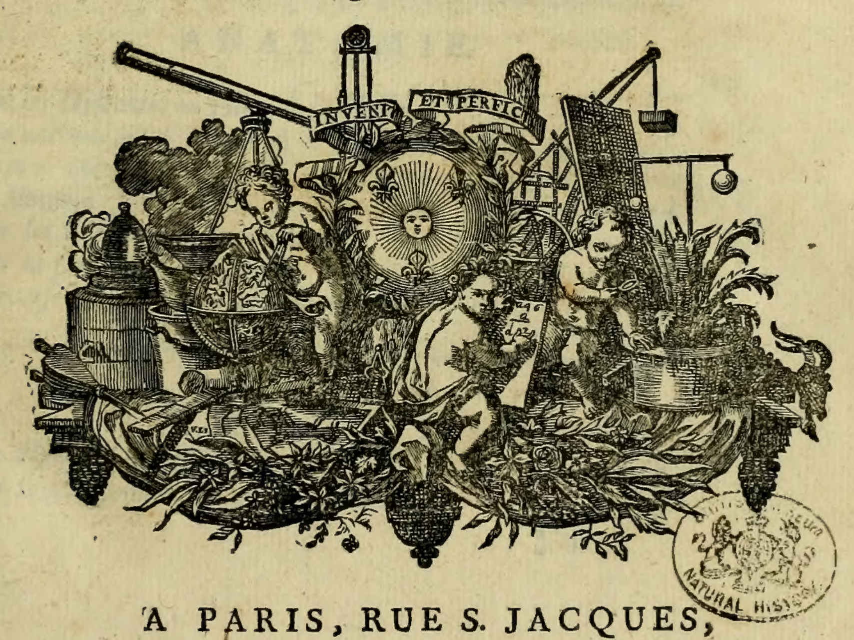


HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCXVII.

Avec les Memoires de Mathematique & de Phisique, pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Academie.



A PARIS, RUE S. JACQUES,

Chez { LAMBERT, Libraire à la Sageſſe.
DURAND, Libraire à S. Landry.

M. D. CC. XLI.

TABLE
POUR
L'HISTOIRE.

PHISIQUE GENERALE.

SUr les Pierres de Florence. Page 1
Sur une Lumiere horisontale. 3
Sur un phenomene de l'Aiman. 5
Diverses Observations de Phisique generale. 7

ANATOMIE.

Sur les Descentes ou Hernies de Vessie. 14
Sur une nouvelle Valvule de la Veine-Cave inferieure, qui peut avoir rapport à la Circulation du Sang dans le Fœtus. 17
Sur les Lavements nourrissants. 21
Sur la formation des Perles. 26
Diverses Observations Anatomiques. 27

CHIMIE.

Sur l'Origine du Nitre. 29
Sur le changement des Acides en Alkali. 34

BOTANIQUE. 37

ALGEBRE.

Sur le Calcul des Differences finies, & des Sommes des Suites. 38

GEOMETRIE.

Sur le Parallelisme ou Non-parallelisme apparent des Rangées ou Allées d'Arbres. 48

ASTRONOMIE.

Sur les Satellites en general. 56
Sur la distance des Etoiles fixes à la Terre, & sur leur grandeur. 62

MECHANIQUE.

Sur la pression des Cilindres & des autres Corps par des Cordes. 68
Sur une Machine à élever de l'Eau. 70
Sur les principes de l'action des Fluïdes. 73
Machines ou Inventions approuvées par l'Academie en 1717. 83

Eloge de M. Ozanam. 86

TABLE
POUR
LES MEMOIRES.

Observations Meteorologiques faites à l'Observatoire Royal pendant l'année 1716. Par M. DE LA HIRE. Page 1

Traité du Calcul des differences finies. Par M. NICOLE. 7

Observations d'une Lumiere horisontale. Par M. MARALDI. 22

Premier Memoire sur le Nitre. Par M. LEMERY. 31

Observations de l'Eclipse de Lune, arrivée le vingt-septiéme jour de Mars au matin 1717, à l'Observatoire Royal. Par Mrs. DE LA HIRE. 52

Observation de l'Eclipse de Lune, faite à l'Observatoire Royal le 27 de Mars 1717 au matin. Par M. CASSINI. 54

Observation de l'Equinoxe du Printemps de cette année 1717. Par M. DE LA HIRE. 56

Construction d'un Micrometre universel pour toutes les Eclipses de Soleil & de Lune, & pour l'Observation des Angles. Par M. DE LA HIRE. 57

Description d'une Machine pour élever des Eaux. Par M. DE LA FAYE. 67

Histoire du Kali d'Alicante. Par M. de Jussieu. 73

Recherche des Dates de l'Invention du Micrometre, des Horloges à Pendules, & des Lunettes d'approche. Par M. de la Hire. 78

Lignes suivant lesquelles des Arbres doivent être plantés pour être vûs deux à deux aux extremités de chaque ordonnée à ces lignes, sous des Angles de sinus donnés, par un œil donné de position arbitraire au dessus du plan sur lequel on veut planter ces Arbres. Par M. Varignon. 88

Second Memoire sur le Nitre. Par M. Lemery. 122

Des Mouvements apparents des Planettes, & de leurs Satellites à l'égard de la Terre. Par M. Cassini. 146

Observations sur le Coquillage appellé Pinne Marine, *ou* Nacre de Perles; *à l'occasion duquel on explique la formation des Perles.* Par M. de Reaumur. 177

Pressions des Cylindres & des Cones droits, des Spheres & des Spheroïdes quelconques, serrés dans des Cordes roulées autour d'eux, & tirées par des poids ou des puissances aussi quelconques. Par M. Varignon. 195

Description d'une Valvule singuliere de la Veine-cave interieure, à l'occasion de laquelle on propose un sentiment nouveau sur la fameuse question du Trou ovale *qui semble également appuyé par les preuves favorables aux deux opinions contraires.* Par M. Winslow. 211

Du changement des Sels acides en Sels alkalis volatiles urineux. Par M. Geoffroy l'Aîné. 226

Construction d'une Horloge qui marque le Tems vrai avec le moyen. Par M. de la Hire. 238

Sur la Volatilisation vraye ou apparente des Sels fixes. Par M. Lemery. 246

De la grandeur des Etoiles fixes, & de leur distance à la Terre. Par M. CASSINI. 256

Description de deux nouvelles Especes de LAMIUM, *cultivées au Jardin du Roy.* Par M. DANTY D'ISNARD. 268

Remarques sur l'Aiman. Par M. DE LA HIRE. 275

Observations sur un Fœtus monstrueux qui n'avoit qu'un Oeil. Par M. LITTRE. 285

Observations de l'Eclipse de Lune arrivée le vingtiéme jour de Septembre au soir 1717 à l'Observatoire Royal. Par Mrs. DE LA HIRE. 288

Observation de l'Eclipse de Lune faite le 20 Septembre 1717. Par M. MARALDI. 292

Observation de l'Eclipse de Lune du 20 Septembre 1717. Par M. CASSINI. 295

Observation de l'Eclipse de Lune du 20 Septembre 1717 au soir, faite à Montmartre. Par M. DELISLE le Cadet. 299

Crics nouveaux. Par M. DALESME. 301

Observation de l'Eclipse d'Aldebaram par la Lune, faite le 25 Septembre 1717. Par M. MARALDI. 304



HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.
Année M. DCCXVII.

PHYSIQUE GENERALE

SUR LES PIERRES DE FLORENCE.



IL arrive presque toûjours dans la Nature que les mêmes choses se passent, ici en grand & fort sensiblement, là en petit & d'une maniere imperceptible, & les meilleures explications sont celles qui transportent aux phenomenes délicats les causes que l'on a connuës dans ceux qui étoient plus grossiers. M. de la Faye avoit observé

que les Pierres à Rafoir, que l'on tire d'une Carriere de Lorraine où elles font fur une efpece d'Ardoife, font quelquefois mêlées de veines noires qui les rendent moins propres au Rafoir, parce que la matiere de ces veines differente de celle de la Pierre empêche qu'il n'y coule affez également & affez librement; il avoit conçû que ces veines, qui penetrent toute la fubftance blanche ou jaunâtre de la pierre, devoient venir de l'Ardoife qui étant encore affez liquide, car toutes les pierres l'ont été, dans le temps que la pierre à Rafoir fe durciffoit, avoit jetté dans cette pierre une matiere étrangere, qui s'étoit infinuée dans toutes les fentes ou interftices ouverts, & que la caufe du mouvement par lequel la matiere de l'Ardoife avoit monté dans la pierre étoit la compreffion de la terre fuperieure, qui en pefant fur l'une & l'autre matiere encore liquide, avoit obligé celle qui l'étoit le plus à monter dans celle qui l'étoit le moins, & à la penetrer autant qu'il étoit poffible.

On voit que cette explication fort vrai-femblable en elle-même eft affez generale, & fe peut aifement appliquer à tous les faits pareils. Auffi M. de la Faye l'applique-t-il aux Pierres de Florence, où l'on voit des Plantes, des Arbres, des Châteaux, des Clochers, quelquefois des figures geometriques. Tout cela, ce ne font que des veines, mais trés-fines & trés-finement ramifiées, d'une matiere étrangere qui s'eft infinuée dans la fubftance de la pierre, comme celle de l'Ardoife dans la Pierre à Rafoir.

Selon cette idée les reprefentations les plus ordinaires doivent être des Plantes, parce qu'il eft fort naturel que la matiere étrangere qu'on fuppofe plus fluide que la pierre fe divife & fe fubdivife en un grand nombre de petits courants, qui auront l'air de rameaux. Et il ne faut pas croire que ce puiffent être de veritables Plantes qui ayent laiffé leur empreinte dans les Pierres de Florence, car ces reprefentations les penetrent dans toute leur épaiffeur, ce que de veritables Plantes n'auroient pas fait; ces Tableaux

ne sont pas à beaucoup prés de la même perfection que ceux qui ont été faits sur les Originaux, & le plus souvent les prétenduës branches ne sont pas des filets continus, mais seulement ponctués; enfin des Châteaux n'ont pas laissé là leur empreinte, & il faut bien que les hazards du cours de la matiere étrangere en ayent produit les apparences imparfaites, que nôtre imagination favorise volontiers.

SUR UNE LUMIERE HORISONTALE.

LA Lumiere dont nous avons parlé en 1716 *, & que nous appellions Septentrionale, ne doit plus porter ce nom, mais celui d'Horisontale, on en verra bien-tôt la raison.

V. les M. p. 22. * p. 6. & suiv.

M. Maraldi a revû le 15 & le 16 Decembre 1716, & le 6, 9, 10 & 11 Janvier la même Lumiere qu'il avoit vûë en Avril 1716, toûjours semblable à l'Aurore en clarté, blanchâtre, transparente de sorte qu'on voit les Fixes au travers, élevée au dessus des nuages, puisqu'ils la cachent en passant, mais renfermée dans l'Atmosphere de la Terre, puisqu'on ne la voit point participer au mouvement des Etoiles d'Orient en Occident, ce qui se reconnoît en ce qu'elle est immobile à leur égard.

Mais cette lumiere qui en Avril 1716 n'étoit étenduë que sur 80 degrés de l'Horison du côté du Nord, l'a été davantage dans les dernieres Observations, & même a occupé le tour de l'Horison entier. Elle s'est élevée en certains endroits jusqu'à 20 degrés; elle a toûjours été parfaitement tranquille, au lieu qu'en Avril 1716 elle étoit souvent traversée par d'autres lumieres passageres qui s'élevoient verticalement au dessus d'elle; principalement lorsqu'elle fut vûë au mois de Mars 1716 en Angleterre, où ce phenomene fut dans une agitation trés bisarre & continuelle. Enfin la lumiere du mois d'Avril ne dura

pas plus de deux heures dans une même nuit, & celle des mois de Decembre & Janvier ſuivants parut pendant les nuits entieres, quand le Ciel fut ſerein.

Il y a même beaucoup d'apparence que celle qui paroiſſoit pendant deux nuits conſecutives avoit toûjours duré ſans interruption, & n'avoit été effacée que par le jour; & qui ſçait ſi cela ne peut pas être pouſſé plus loin, c'eſt-à-dire, ſi elle n'a pas duré depuis le 15 Decembre 1716 juſqu'au 11 Janvier ſuivant, temps extrêmes des Obſervations?

Par toutes les Obſervations pareilles répanduës dans les Auteurs tant anciens que modernes, & que M. Maraldi a recüeillies avec ſoin, il paroît que ce phenomene, aſſez indépendant de la ſaiſon de l'année, tient à un temps qui ſoit chaud pour la ſaiſon & ſec. Le phenomene doit pluſtôt ſuivre ce temps & en être l'effet que le préceder & l'annoncer, car il ſemble ne pouvoir être formé que par des exhalaiſons ſulphureuſes qui ſe feront élevées plus haut qu'à l'ordinaire, qui pendant une aſſez longue ſechereſſe n'auront point été détrempées par des vapeurs aqueuſes, ſe feront amaſſées en grande quantité, & enfin auront pris feu. Il ſera fort naturel que cet amas de ſoufres cauſe de la chaleur dans l'air avant que de s'enflammer, ou du moins adouciſſe le froid de l'Hiver; des exhalaiſons nitreuſes feroient un effet contraire.

Il ſe fait donc un grand incendie dans une region aſſez élevée de l'Atmoſphere, & s'il peut durer un mois, il faut que les matieres qui le forment ou ſoient en une prodigieuſe quantité, ou ne s'enflamment que fort ſucceſſivement, ou ſe conſument bien lentement, ou pluſtôt tous les trois enſemble.

Cette Lumiere qui eſt à Paris une grande bande horiſontale eſt neceſſairement pour quelque autre Lieu une bande verticale. S'il y avoit par tout des Obſervateurs, le phenomene auroit été vû ſous cette derniere apparence. Mais combien d'autres choſes nous échapent faute d'Ob-

fervateurs? Il n'y a eu ici que des Aftronomes qui fe foient apperçûs de la derniere Lumiere horifontale.

SUR UN PHENOMENE DE L'AIMAN.

LES phenomenes de l'Aiman font fi finguliers & en fi grand nombre, qu'il eft difficile d'en apporter quelqu'un qui furprenne, tant on y eft préparé; cependant en voici un dont on ne peut guere s'empêcher d'être furpris, parce qu'il femble renverfer ce principe fi évident, que le plus foible ne peut l'emporter fur le plus fort. V. les M. p. 275.

On mefure la force d'un Aiman par fa fphere d'activité, c'eft-à-dire, par le plus ou le moins de diftance où il peut fe faire fentir à une Aiguille, & agir fur elle. Si on approche un morceau de Fer du pole d'un Aiman, & principalement du Meridional qui paffe pour le plus puiffant en ces pays-ci, le Fer s'y attache, & en quelque forte s'y cole, deforte qu'on fent beaucoup de refiftance à le détacher. Qu'on applique à ce Fer un autre Aiman plus foible que le premier par le pole qui convient, c'eft-à-dire, par le pole contraire à celui du premier Aiman qu'il regarde, le Fer s'attache aux deux Aimans par fes deux faces oppofées. En cet état, fi on fait mouvoir le fecond Aiman en l'éloignant du premier, fouvent il emporte avec lui le Fer qui lui demeure attaché, & par confequent il l'enleve au premier Aiman, quoi-que plus fort. Il faut dans cette experience que le mouvement qu'on donne au fecond Aiman & par confequent au Fer, foit horifontal, afin que la pefanteur du Fer ne s'y oppofe ni ne le favorife, & qu'il fe faffe fur un plan fort uni, comme fur une glace, pour n'avoir point à craindre les frottements.

M. de la Hire prouve que cet avantage de l'Aiman foible fur le fort n'eft qu'apparent, & il démêle la realité,

dont les principes ſont un peu envelopés.

Les endroits les plus forts d'un Aiman doivent être ceux où la matiere magnetique, qui forme un Tourbillon autour de la Pierre, eſt en plus grande abondance, ce ſera là certainement où elle aura le plus d'action ſur le Fer. Il n'eſt pas libre de la ſuppoſer en plus grande abondance où l'on veut, & ſelon le beſoin d'une explication; on la voit à l'œil, pour ainſi dire, du moins on voit ce qui la repreſente parfaitement. On ſeme ſur un papier de la limaille d'Acier dans la quantité neceſſaire pour n'y faire qu'une ſimple ſurface, on met ce papier ſur un Aiman, & on voit auſſi-tôt la limaille s'arranger d'elle-même autour de l'Aiman ſelon le cours d'une matiere inviſible qui eſt celle dont ſe forme le Tourbillon. La limaille repreſente la direction de la matiere magnetique par celle qu'elle prend, & ſon abondance inégale en differents endroits par y être plus ou moins ſerrée. On voit les filets de limaille plus ſerrés vers les poles de l'Aiman, la matiere magnetique y eſt donc en plus grande abondance, & en moindre vers le milieu ou l'Equateur de la Pierre.

Armer un Aiman, c'eſt attacher à ſes deux poles deux plaques d'Acier, & cela augmente ſa force. Il paroît par pluſieurs experiences que la matiere magnetique paſſe avec plus de liberté dans les pores du Fer que dans ceux de l'Aiman même, apparemment parce que le Fer eſt d'une matiere moins roide que l'Aiman qui eſt une pierre, & enfin il eſt ſûr que la matiere magnetique circule dans le Fer avec une extrême facilité. Cette facilité fait qu'elle ſe porte avec abondance dans les armures appliquées aux poles de l'Aiman, & cela eſt ſi vrai, que les armures elles-mêmes ont leurs eſpeces de poles qu'on appelle leurs *têtes*, où elles ont beaucoup plus de force que dans les autres endroits.

Cela poſé, dans le phenomene dont il s'agit, le Fer mis au pole de l'Aiman le plus fort, & l'Aiman foible qui s'eſt attaché à ce Fer, ne font tous deux enſemble qu'une

eſpece d'armure du premier Aiman dont ce pole eſt devenu plus fort. Le ſecond Aiman eſt donc auſſi plus fort qu'il n'étoit par lui-même, entant qu'il fait partie du premier, & il en fait partie tant qu'il eſt dans ſa ſphere d'activité. C'eſt par cette force étrangere qu'il enleve le Fer au premier Aiman, mais quand il a été éloigné de cet Aiman juſqu'à un certain point, c'eſt-à-dire, quand il eſt ſorti de ſon Tourbillon, il eſt tout-à-coup abandonné par le Fer qu'il ne peut plus ſoutenir, ce qui prouve trés ſenſiblement l'explication de M. de la Hire. Elle eſt auſſi prouvée aux yeux par l'arrangement que prend la limaille lorſque les deux Aimans & le Fer ſont unis. La limaille ſe couche preſque en ligne droite & parallelement contre ce Fer, qui eſt une verge, marque ſûre qu'il y a un torrent de matiere magnetique ſortie du premier Aiman, qui enfile toute la verge de Fer ſelon ſa longueur ſans perdre de ſa force par d'autres directions, & qui par conſequent a toute celle dont elle eſt capable.

La fauſſe merveille diſparoît donc ; non que ce phenomene & une infinité d'autres qui appartiennent à l'Aiman ne ſoient toûjours admirables, mais c'eſt bien aſſez que de les empêcher de détruire les principes les plus clairs & les plus établis.

DIVERSES OBSERVATIONS

DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

VOICI encore un petit Aiman. C'eſt une Pierre qu'on trouve dans une Riviere de l'Iſle de Ceylan, grande comme un denier, plate, orbiculaire, épaiſſe d'environ une ligne, brune, liſſe & luiſante, ſans odeur & ſans goût, qui attire & enſuite repouſſe de petits corps

legers, comme de la Cendre, de la limaille de Fer, des parcelles de papier. M. Lémery la fit voir. Elle n'eſt point commune, & celle qu'il avoit coûtoit 15 livres.

Quand une Aiguille de Fer a été aimantée, l'Aiman en attire le pole Septentrional par ſon pole Meridional, & par ce même pole Meridional il repouſſe le Meridional de l'Aiguille, ainſi il attire & repouſſe differentes parties d'un même corps ſelon qu'elles lui ſont preſentées, & il attire ou repouſſe toûjours les mêmes. Mais la Pierre de Ceylan attire & enſuite repouſſe le même petit corps preſenté de la même maniere, & c'eſt en quoi elle eſt fort differente de l'Aiman. Il ſemble qu'elle ait un Tourbillon qui ne ſoit pas continuel, mais qui ſe forme, ceſſe, recommence d'inſtant en inſtant. Dans l'inſtant où il eſt formé les petits corps ſont pouſſés vers la Pierre, il ceſſe, & ils demeurent où ils étoient, il recommence, c'eſt-à-dire, qu'il ſort de la Pierre un nouvel écoulement de matiere analogue à la magnetique, & cet écoulement chaſſe les petits corps. Il eſt vrai que ſelon cette idée les deux mouvements contraires des petits corps devroient ſe ſucceder continuellement, ce qui n'eſt pas, car ce qui a été chaſſé n'eſt plus enſuite attiré. Mais ce qu'on veut qui ſoit attiré on le met aſſez prés de la Pierre, & lorſqu'enſuite elle repouſſe ce corps, elle le repouſſe à une plus grande diſtance. Ainſi ce qu'elle a une fois chaſſé elle ne peut plus le rappeller à elle, ou, ce qui eſt la même choſe, ſon Tourbillon a plus de force pour chaſſer en ſe formant que pour attirer quand il eſt formé.

II.

M. Geoffroy le cadet apprit à l'Academie que le 4 Janvier au Queſnoy, le temps étant fort couvert, les nuages baiſſerent au point qu'ils paroiſſoient toucher les maiſons, qu'un Tourbillon ou Globe de feu parut dans le nuage au milieu de la Place, alla avec l'éclat d'un coup de Canon ſe briſer contre la Tour de l'Egliſe, & ſe répandit ſur la Place comme une pluye de feu, aprés quoi la même choſe

arriva

arriva encore au même lieu. On peut juger de l'effroi des ſpectateurs.

III.

Dans la Cour de l'Hôtellerie du paſſage de Plougaſtel entre Breſt & Landernau il y a un Puits dont l'eau monte quand la Mer qui eſt fort proche deſcend, & au contraire deſcend quand la Mer monte. Cela eſt ſi fort établi dans le Pays comme un prodige, que M Robelin habile Mathematicien, l'a crû digne qu'il l'examinât, & il en a envoyé à l'Academie une relation avec une explication fort ſimple. Le fond du Puits eſt plus haut que le niveau de la baſſe Mer en quelque Marée que ce ſoit, de-là il arrive que l'eau du Puits qui peut s'écouler s'écoule, ou que le Puits deſcend tandis que la Mer commence à monter, ce qui dure juſqu'à ce qu'elle ſoit arrivée au niveau du fond du Puits, aprés cela tant que la Mer continuë de monter le Puits monte avec elle. Quand la Mer ſe retire, il y a encore un temps conſiderable pendant lequel un reſte de l'eau de la Mer qui eſt entré dans les terres les penetre lentement & tombe ſucceſſivement dans le Puits qui monte encore, quoi-que la Mer deſcende. Cette eau ſe filtre ſi bien dans les terres, qu'elle y perd ſa ſalure. Quand elle eſt épuiſée, le Puits commence à deſcendre, & la Mer acheve. Comme ce Puits, qui n'a pas été creuſé juſqu'à l'eau vive, & qui n'eſt revêtu que d'un mur de pierre ſéche, reçoit auſſi des eaux d'une Montagne voiſine quand la pluye a été abondante, il faut avoir égard aux changements que ces eaux peuvent apporter à ce qui ne dépend que de la Mer. Elles l'empêchent de tarir entierement en Hiver quand la Mer eſt baſſe. Il ſéche quelquefois en Eté faute de ce ſecours, & parce que toute l'eau de la Mer eſt bûë par une terre trop aride.

IV.

Le 16 Juin vers les 8 ou 9 heures du matin à Agde, qui eſt vers l'embouchure de l'Eraut, cette Riviere baiſſa tout d'un coup & à tel point que le Pont de Bateaux

s'affaissa, & qu'on fut obligé de lâcher les Chaînes & les Cables qui le retenoient. Cet abaissement qui parut aux yeux trés considerable à cause du talus du rivage, & du grand retrecissement du lit de la Riviere, ne fut pourtant que de 6 pieds. La hauteur ordinaire des eaux dans le Port d'Agde est d'environ 22. Elles demeurerent un quart d'heure dans cet abaissement, aprés quoi elles se remirent à hausser fort vîte pendant un autre quart d'heure. Elles furent d'abord d'un pied plus hautes qu'elles n'avoient été, mais un moment aprés elles reprirent leur premier niveau. Ce pied de plus en hauteur ne fut que l'effet de la rapidité de leur retour. L'aprés midi du même jour il arriva un autre abaissement, mais moins considerable. Dans l'un & dans l'autre, quand les eaux revenoient, elles étoient salées, & par consequent elles venoient de la Mer.

Les circonstances qui ont accompagné le grand abaissement, & le retour des eaux, sont un petit vent qui varia du Nord-Est au Sud-Est & au Nord-Oüest, un petit calme, & un peu de pluye. Il avoit plû aussi la nuit précedente.

L'eau de la Mer ne se mêle avec celle de la Riviere, ni lorsque le vent est Nord-Oüest & frais, parce qu'il jette les eaux de la Riviere dans la Mer, ni lorsque la Riviere est grosse, parce qu'alors elle est au dessus du niveau de la Mer. Mais lorsque le vent est au Sud-Est, & au Sud-Oüest, il pousse les eaux de la Mer vers la Riviere, & on l'appelle *pleine*, parce que l'eau y est plus haute d'un pied & demi ou deux pieds qu'à l'ordinaire, & alors elle est salée.

Les eaux de la Mer & celles de l'Eraut à Agde sont ordinairement au même niveau à peu prés. On compte depuis l'embouchure jusqu'au Pont de Bateaux 1750 toises.

Il n'y a aucun flux ni reflux sensible sur les Côtes d'Agde.

Il y a eu autrefois à Agde de pareils abaissements. On

en a vû arriver un en Février, mais communément ce n'eſt qu'en Juin, Juillet & Août. Quelquefois il y en a eu juſqu'à 3 ou 4 en un jour. Quelques Matelots diſent qu'ils ont eſſuyé alors des tempêtes, & qu'il y avoit pluſieurs Courants à la Mer.

C'eſt à M. de Mairan que l'Academie doit cette relation. Il ſemble qu'on peut aſſez naturellement attribuer ce phenomene à un tremblement de terre qui n'aura été qu'au fond de l'embouchure de la Riviere & de la Mer. Il aura tout d'un coup abaiſſé le terrein qui portoit la Riviere, & l'aura enſuite relevé, & remis dans ſon premier état.

V.

Le même M. de Mairan envoya à l'Academie la relation d'une Corne de Bœuf qui paroiſſoit avoir vegeté en terre, & il l'a fait voir à la Compagnie depuis qu'il en eſt membre. Cette Corne fut arrachée de terre avec la Charruë par un Laboureur prés de la Ville de Beziers. De ſa baſe partoient un nombre prodigieux de filets qui avoient l'air de racines fraîches, ſucculentes & pleines de vie dans les premiers temps, & faiſoient naître d'abord l'idée d'une vegetation. Mais en les examinant de plus prés M. de Mairan ſe deſabuſa de cette idée. Elles étoient cilindriques, creuſes, liſſes par leur ſurface interieure, dont on détachoit aiſément des filets ſoyeux aprés les avoir un peu laiſſé tremper dans l'eau. Elles rendoient ſur le feu une odeur de corne brûlée, & les diſſolvants Chimiques faiſoient ſur elles à peu-prés le même effet que ſur de la corne. Tout cela prouve que ces fauſſes racines étoient une vraye production animale. Quelques Inſectes inconnus & ſouterrains qui font des Coques comme les Chenilles ſe feront amaſſés en grand nombre autour de la Corne, ſe feront nourris de ſa ſubſtance, & y auront attaché leurs Coques qu'ils auront enſuite filées & bâties à leur maniere. Il s'enſuit de-là qu'elles ont dû être neceſſairement creuſes. Les inſectes en feront peut-être ſortis

Voyez la Figure.

ſous quelque autre forme, ainſi que tant d'autres qui ne bâtiſſent des Coques que pour ſe préparer à leur metamorphoſe. Tout le reſte convient évidemment à cette explication. Cependant M. de Mairan avoüe qu'il a mis d'autres Cornes en terre, & qu'il ne leur eſt arrivé rien de pareil, quoi-qu'il ait varié l'experience de pluſieurs façons. Il n'y a vû ni apparences de racines, ni coques d'Inſectes. Seulement il a vû que celles qui étoient demeurées expoſées à l'air étoient rongées d'un Inſecte velu fait à peu-prés comme une petite Chenille d'une ou deux lignes de longueur, mais qui a des jambes & marche aſſez vite. C'eſt le même animal qui ronge l'Eçaille & les Cheveux humains.

VI.

Le 15 Octobre à 10 heures & demie du ſoir M. de la Hire le fils vit un Rayon de lumiere blanche & aſſez vive d'environ 2 degrés de largeur ſur 5 à 6 de hauteur, qui paroiſſoit directement au Nord derriere des nuages épais élevés ſur l'horiſon d'environ 15 degrés. Il étoit ſemblable à ceux que forme la lumiere du Soleil caché derriere des nuages, lorſqu'elle paſſe entre deux plans differents de ces nuages, & qu'elle y rencontre des traînées de vapeurs qu'elle éclaire, & qui ſont expoſées à nos yeux.

Ce Rayon de lumiere fut une minute à s'élever, & demeura immobile pendant 4 ou 5 autres, aprés quoi il commença à s'élargir, & s'étendit en 3 ou 4 minutes dans un eſpace de 20 à 25 degrés en partie à l'Eſt, en partie à l'Oüeſt, & rendit tout cet eſpace beaucoup plus clair, auſſi-bien que quelques nuages qui étoient à ſes extremités. Enſuite cette lumiere vint à s'affoiblir toûjours du milieu vers ſes bords, de ſorte qu'elle fut entierement éteinte au milieu, tandis que vers les bords elle étoit encore aſſez forte.

Ce phenomene étant fini, il en reparut à 10 heures trois quarts au même endroit un autre tout pareil, & pour la figure, & pour le progrés, & pour la fin.



aturelle B. le meme ouvert avec des ciseaux
iscroscope

A

B

C

A. tuïau de grandeur naturelle B. le meme ouvert auec des ciseaux
C ueu dedans auec le microscope

Ph. Simonneau filius Del. et Sc.

Il eſt facile de voir par la ſituation où étoit alors le Soleil qu'il n'avoit nulle part à ces effets. On ne peut non plus les rapporter à la Lune, quoi-qu'elle eût 11 jours & fût aſſez haute ſur l'horiſon ; l'étenduë de ces lumieres, leur accroiſſement ſucceſſif & leur maniere de décroître, tout cela ne convient qu'à des exhalaiſons qui ſe feront enflammées dans l'air, & y convient ſi juſte, ainſi qu'il eſt aiſé de le voir, qu'on ne ſçauroit chercher d'autres cauſes. Ces lumieres ſont en petit ce que ſont en grand les lumieres horiſontales dont nous avons parlé dans cette Hiſtoire & dans la précedente.

NOus renvoyons entierement aux Memoires Le Journal des Obſervations de M. de la Hire pendant l'année 1716. Voy. les M. p. 1.





ANATOMIE.

SUR LES DESCENTES OU HERNIES DE VESSIE.

* p. 18. CE sujet a déja été traité dans l'Hiſtoire de 1713 *. M. Méry a crû que la Hernie de Veſſie, dont les Auteurs n'ont point encore parlé, étoit aſſez rare pour ne pouvoir être qu'un vice de conformation, & en effet la raiſon qui l'a frappé eſt trés propre à frapper tout le monde. La Veſſie pleine d'urine eſt trop groſſe pour paſſer par les Anneaux par où un Inteſtin paſſe, ſa figure ne le permet point, & elle eſt trop fortement attachée de tous côtés pour pouvoir tomber dans le Scrotum.

Cependant M. Petit croit que la Hernie de Veſſie peut auſſi-bien que celle d'Inteſtin ou d'Epiploon avoir des cauſes accidentelles. Ce ſont la ſuppreſſion d'urine & les groſſeſſes.

Ce n'eſt pas dans le temps où la ſuppreſſion d'urine dilate exceſſivement la Veſſie qu'elle peut paſſer par les Anneaux, elle y eſt certainement moins diſpoſée que jamais, mais c'eſt dans ce temps-là qu'elle prend des diſpoſitions à y paſſer lorſqu'elle ſe ſera vuidée. Elle eſt élargie & aplatie par la ſuppreſſion, ce que montre l'ouverture de ceux qui ſont morts de cette maladie ; de plus la vieilleſſe ſeule ou la foibleſſe de conſtitution ſuffiſent pour donner cette figure à la Veſſie. Dans la ſuppreſſion les Malades ſentent qu'elle eſt pouſſée avec force contre les Anneaux par les Muſcles du bas Ventre & de la Poitrine. Quand on urine dans l'état naturel, la Veſſie rapproche ſes parois du côté

de son col par la contraction de ses fibres charnuës, mais dans l'état contre nature les fibres qui ont perdu leur ressort ne peuvent plus replacer la Vessie de cette maniere, ni détruire la figure qu'elle a prise, ou l'effet de l'impulsion qu'elle a reçûë vers les Anneaux. D'ailleurs les Anneaux sont affoiblis par la grande dilatation que la suppression d'urine a causée à toute cette region, & par consequent ils sont moins en état de s'opposer à la Vessie qui tend à y entrer. Tous ces accidents souvent renouvellés peuvent produire la Hernie dont il s'agit.

La portion de la Vessie engagée dans un Anneau, & qui forme la Hernie, est toûjours necessairement au dessus de la portion qui reste à peu-prés en sa place naturelle, & les deux communiquent ensemble. Si la communication est libre, toute la tumeur se vuide quand le Malade urine, & elle se vuide sans bruit, parce qu'il n'y a point d'air dans la Vessie, comme il y en a dans les Intestins. Si la communication n'est pas libre, c'est-à-dire, s'il y a étranglement, le Malade n'a qu'à presser sa Tumeur avec la main, toute l'urine contenuë dans la portion superieure de la Vessie se vuide dans l'inferieure, & toute la Tumeur disparoît, ce qui est un signe certain de cette sorte de Hernie.

Dans celle d'Intestin où il y a étranglement, la cause du retour des matieres contenuës dans les Intestins vers l'Estomac, & par consequent du vomissement, est fort évidente. Dans la Hernie de vessie avec étranglement le vomissement est rare, foible, & ne vient que tard. M. Petit a remarqué qu'il est suivi du hoquet, au lieu que dans l'autre Hernie il en est precedé. Si cette difference se maintient toûjours, la raison n'en paroît pas trop aisée à trouver.

La fluctuation & la transparence doivent être des signes communs à la Hernie de Vessie & à l'Hidrocele, puisque de part & d'autre c'est de l'eau renfermée dans un sac membraneux.

Les grossesses frequentes peuvent aussi être une cause de la Hernie de Vessie. On sçait que dans les derniers mois l'Enfant appuye sa tête contre le fond de la Vessie, qui ne pouvant plus, lorsqu'elle se remplit d'urine, s'élever du côté de l'Ombilic, est obligée de s'étendre à droite & à gauche, & de former deux especes de cornes disposées à s'introduire dans les Anneaux, d'autant plus facilement qu'ils sont affoiblis par l'extension violente que souffrent toutes les parties du bas ventre, & les faits qui fondent cette idée sont verifiés par les cadavres de Femmes qui sont mortes avancées dans leur grossesse, ou peu de temps aprés l'accouchement.

La Hernie de Vessie peut être compliquée avec celle d'Intestin, ou d'Epiploon, & il est même assez naturel que la premiere, quand elle est forte, produise la seconde, car alors la Vessie engagée fort avant dans un Anneau tire aprés elle la portion de la tunique interne du Peritoine qui la couvre par derriere, & cette portion forme un cul-de-sac où l'Intestin & l'Epiploon peuvent ensuite s'engager facilement.

En voilà assez pour faire appercevoir à ceux qui y feront reflexion, & sur tout aux Anatomistes, tout ce qui appartient à la Hernie de Vessie soit simple, soit compliquée, & même pour leur donner lieu d'imaginer les précautions & les attentions que demandera l'operation Chirurgique. M. Petit a poussé tout cela dans un plus grand détail, mais ceci suffit pour les Phisiciens, & les autres suppléeront aisément au reste : on peut se flatter d'avoir déja assez de connoissance sur une maladie si nouvellement connuë.

SUR

SUR UNE NOUVELLE VALVULE DE LA VEINE-CAVE INFERIEURE,

qui peut avoir rapport à la Circulation du sang dans le Fœtus.

IL eſt dangereux de s'en tenir à ce que les Anatomiſtes ont écrit, & ſouvent trés difficile de le verifier. M. Winſlow ayant trouvé dans la Veine-Cave des Valvules dont avoient parlé Silvius & Charles Etienne, deux anciens Medecins de Paris, chercha long-temps inutilement dans la même Veine une autre Valvule plus ſinguliere, que Silvius paroiſſoit avoir eûë en vûë. Enſuite il vint à ſçavoir par les Opuſcules d'Euſtachius nouvellement tirés de l'oubli & remis en lumiere, & ſur-tout par ſes Tables que M. Lanciſi, premier Medecin du Pape, a recouvrées & données au Public, que ce celebre Anatomiſte Romain qui vivoit il y a 150 ans avoit connu à l'orifice du Tronc inferieur de la Veine-Cave une Valvule trés remarquable, qu'il ne prenoit pourtant pas pour une Valvule, mais ſeulement pour une Membrane. M. Winſlow ſe mit à la chercher tant dans l'Homme que dans quelques Animaux, mais inutilement. Aprés beaucoup de tentatives, dont nous ſupprimons le détail, quoi-qu'elles puſſent ſervir à ceux qui font de pareilles recherches, & leur apprendre du moins à ne ſe pas décourager aiſément, enfin il s'apperçût que pour trouver cette Valvule il falloit ouvrir la Veine-Cave par ſa partie poſterieure, au lieu qu'il l'avoit juſque-là toujours ouverte par l'anterieure, ce qui avoit détruit ce qu'il cherchoit, & n'en avoit laiſſé que quelques petits reſtes en forme de filets dérangés & retirés de part & d'autre, de maniere qu'ils n'étoient pas reconnoiſſables, & qu'on n'y faiſoit nulle attention. Cela confirme

V. les M p. 211.

* p. 10. bien ce qu'on a dit d'aprés lui en 1715 * ſur la differente maniere de diſſequer.

Celle qu'il venoit d'apprendre au ſujet de ſa Valvule n'empêchoit pourtant pas qu'elle n'échapât encore le plus ſouvent à ſa curioſité, & ce ne fut qu'aprés bien des peines qu'il vint à reconnoître qu'elle ne ſe trouvoit ordinairement entiere que dans les plus jeunes Enfants, en qui le trou ovale étoit encore ouvert, qu'elle diminuoit avec ce trou, & enfin diſparoiſſoit dans les Adultes, à moins qu'il n'y fût pas fermé, ce que n'avoit pas vû Euſtachius lui-même, qui a été plus inſtruit que perſonne ſur cette matiere. C'eſt ſon nom que M. Winſlow a crû devoir donner à la Valvule.

Elle eſt, à peu-prés comme toutes celles des Veines, diſpoſée en Croiſſant. Sa concavité eſt en enhaut, & ſa convexité en embas, de ſorte que ſi le ſang de la Veine-Cave inferieure refluoit de haut en bas, elle ſe vouteroit en embas, & empêcheroit ſon retour. Une des Cornes du Croiſſant ſe termine entre l'orifice de la Veine Coronaire, & l'extremité anterieure de l'arcade charnuë de la Cloiſon des Oreillettes; c'eſt cette arcade qui forme en partie l'ouverture du trou ovale. L'autre Corne aboutit entre l'extremité poſterieure de cette arcade, & le bord voiſin de l'Oreillette droite. Le reſte de la Valvule eſt preſque demi-circulaire, & s'attache interieurement aux parois anterieures de la Veine-Cave inferieure. Elle n'eſt pas toute membraneuſe, car depuis environ les deux tiers de ſa longueur juſqu'au bord qui eſt libre ou qui flotte, elle devient fibreuſe, & forme un beau reſeau. Elle eſt fort étenduë, deſorte qu'étant voutée elle s'applique ſur la cloiſon des Oreillettes prés la baſe du Cœur, & couvre l'orifice de la Veine-Cave inferieure.

M. Winſlow la démontra à l'Academie dans un Vaiſſeau plein d'eau, ce qui eſt la meilleure maniere de démontrer ces ſortes de parties qui dans leur état naturel ſont flotantes, car autrement ou elles ſe pliſſent en differentes ma-

nieres, si elles sont fraîches, ou elles diminuënt d'étenduë si elles sont séches.

M. Lancisi croit que l'usage de cette Valvule est d'empêcher que le sang de la Veine-Cave superieure ne choque avec trop de force celui de l'inferieure, & M. Winslow le croit avec lui, mais puisqu'elle s'efface dans les Adultes, & qu'elle suit la diminution du Trou ovale, il y a bien de l'apparence qu'elle a aussi quelque autre fonction, & principalement par rapport à la circulation du sang dans le Fœtus.

Il entreroit donc dans cette question si vivement agitée pendant les premiers temps du Renouvellement de l'Academie*, quelque chose de nouveau, & surquoi l'on n'avoit pas compté, & voici comment M. Winslow trouve moyen d'y lier sa Valvule d'Eustachius, en prenant des deux partis opposés tout ce qu'ils sont obligés de s'accorder l'un à l'autre, & par consequent tout ce qu'il y a de plus certain, & en formant un sistême moyen qui accorde les deux contraires.

* V. les Hist. de 1699. pag. 25. & suiv. de 1701. p. 36. & suiv. de 1703. p. 32. & suiv.

Il y a à l'ouverture du Trou ovale dans le Fœtus une Valvule, ou membrane flotante qui peut en avoir quelque apparence, mais elle n'en fait point la fonction, & n'empêche point que le sang ne passe avec une égale liberté & de droite à gauche, & de gauche à droite. Son usage n'est que de s'appliquer contre le Trou, & de le fermer aprés la naissance du Fœtus, & certainement cet usage suffit. Avant la naissance le sang des deux Oreillettes du Cœur se mêle donc, & par consequent celui des deux Ventricules, & le Fœtus est dans le même état que si son Cœur n'avoit qu'une Oreillette & un Ventricule; aussi ne respire-t-il point, & il doit être dans l'état des Animaux qui n'ont point de Poumon veritable, comme les Poissons, ou qui n'en ont pas un usage perpetuel comme les Amphibies, tels que la Tortuë & la Grenoüille; on sçait que le Cœur de tous ces Animaux n'a qu'une Oreillette & un Ventricule.

Le mêlange continuel du ſang dans les deux Oreillettes & dans les deux Ventricules du Cœur du Fœtus eſt neceſſaire, parce que le Fœtus ne reſpirant point, ſon ſang n'a que l'air qu'il reçoit du ſang de la Mere, & tout le ſang de la Mere qui eſt venu par la Veine Ombilicale tombe dans l'Oreillette droite du Cœur du Fœtus, où il faut que l'air qu'il contient ſe partage à tout ce que le Fœtus a déja de ſang, c'eſt-à-dire, à tout ce qui en eſt revenu & par la Veine-Cave & par la Veine Pulmonaire. Enſuite tout ce ſang animé d'air & pouſſé par la Siſtole du Cœur & dans l'Artere Pulmonaire, & dans l'Aorte, & dans le Canal de communication qui eſt arteriel, & qui jettant du ſang immediatement de l'Artere Pulmonaire dans l'Aorte deſcendante lui épargne une circulation dans le Poumon.

Ainſi il eſt inutile, ſelon M. Winſlow, de s'embaraſſer des differentes forces, ou des differentes capacités des Vaiſſeaux du côté droit & du côté gauche. Puiſque le Cœur doit être conſideré dans le Fœtus comme n'ayant qu'une Oreillette & un Ventricule, il n'importe de quel côté le ſang ſoit pouſſé avec plus de force, ou ſe porte en plus grande abondance, c'eſt toujours du côté où il trouve le plus de facilité à ſon cours.

L'office de la Valvule d'Euſtachius eſt d'empêcher que le ſang toûjours mêlé, comme il doit l'être dans les deux Oreillettes, ne refluë dans la Veine-Cave inferieure; car s'il y refluoit, le mêlange ſeroit affoibli, & de plus le ſang de la Mere retourneroit dans le Placenta par la Veine Ombilicale, qui n'a point de Valvules pour s'oppoſer à ce retour.

Ce Siſtême de M. Winſlow, qui concilie tout, verifie une eſpece de prédiction que nous avions faite en 1703, que peut-être les deux ſiſtêmes oppoſés ſe trouveroient vrais tous deux. Cependant M. Mery ne s'eſt pas contenté de la conciliation, & il a redonné à l'Academie un abregé des raiſons qui l'attachoient à ſa premiere penſée. Nous

ne les repeterons pas. M. Winslow ne prétend pas même avoir mis encore cette matiere dans tout le jour dont il la croit susceptible.

SUR LES LAVEMENTS NOURRISSANTS.

QUAND par quelque indisposition violente l'Oesophage est bouché, & que les aliments n'y peuvent passer à l'ordinaire, du moins en quantité suffisante, on tâche à y suppléer par des Lavements nourrissants, c'est-à-dire, par des Boüillons pris sous cette forme. La question est de sçavoir ce qu'on peut esperer de ce supplément. M. Littre a crû qu'il y a peu à en esperer.

On sçait quelles sont toutes les préparations que doivent recevoir les aliments avant que de pouvoir faire leur fonction d'aliment, ou de passer en nôtre substance. Ces préparations ne sont pas seulement necessaires en elles-mêmes, elles le sont selon un certain ordre, il faut que les plus fines succedent aux plus grossieres, celles de l'Estomac à celles de la Bouche, celles des Intestins à celles de l'Estomac, &c. Or des Boüillons pris en Lavement ni ne reçoivent toutes ces préparations, ni ne les peuvent recevoir dans cet ordre. Il est vrai que les aliments liquides n'ont pas besoin d'autant de préparations que les solides, ils sont dispensés de celle de la Bouche où les solides sont broyés, mais du moins y a-t-il apparence qu'ils ne peuvent être dispensés de celle de l'Estomac, à laquelle doit succeder celle des Intestins.

Dans le Cœcum, qui est le premier des gros Intestins, il y a une Valvule qu'on appelle *Valvule de Bauhin*, du nom de son Inventeur. Elle est formée de deux especes de plans, chacun de figure presque demi-circulaire, placés à l'opposite l'un de l'autre, & disposés de façon qu'ils

peuvent en s'appliquant l'un contre l'autre, ou fermer exactement le Cœcum, ou laiſſer entre eux une ouverture ſemblable à celle des deux paupieres de l'œil. Cette alternative dépend de la dilatation du Cœcum, auquel les deux plans ſont attachés, l'un en haut, l'autre en bas. Si le Cœcum eſt extrêmement dilaté, il tire ces deux plans en ſens oppoſés, les écarte, & par conſequent ils laiſſent une ouverture entre eux. Sinon, ou dans l'état naturel, c'eſt le contraire. C'eſt à quoi il faut prendre garde pour juger de l'état & de l'effet de cette Valvule par les diſſections ou préparations anatomiques.

Elle eſt certainement faite dans le même deſſein que toutes les autres, c'eſt-à-dire, pour favoriſer le paſſage d'une matiere en un certain ſens, & l'empêcher dans le ſens oppoſé. Et comme dans l'état naturel les matieres doivent paſſer des Inteſtins grêles dans les gros, & non pas des gros dans les grêles, c'eſt déja un grand préjugé pour la fonction que doit faire la Valvule de Bauhin. Auſſi eſt-elle placée preſque à l'endroit où ſe fait la ſéparation des Inteſtins grêles & des gros.

Cela poſé, elle empêche donc qu'un Lavement prétendu nourriſſant ne paſſe des gros Inteſtins dans les grêles. Or les gros Inteſtins n'ont point de Veines Lactées, au lieu que les grêles en ſont pleins, & ces Veines ſont les ſeuls canaux qui puiſſent porter le Chile dans ſon Reſervoir, & le Chile la ſeule ſubſtance qui puiſſe nous nourrir.

M. Littre a rapporté de plus un grand nombre d'experiences par leſquelles il a toûjours trouvé que la Valvule de Bauhin permettoit au ſouffle & aux injections de paſſer des Inteſtins grêles dans les gros, mais non pas des gros dans les grêles.

Nous avons dit que dans l'état naturel, & la cavité du Cœcum n'étant pas plus ouverte qu'elle ne doit être, la Valvule eſt fermée, & par conſequent il ſemble qu'elle le ſoit également pour ce qui va d'un ſens ou de l'autre, & qu'elle en doive egalement empêcher le paſſage. Mais

des deux plans demi-circulaires qui la forment l'un eſt plus grand que l'autre, & on peut concevoir que le plus grand pouſſé de l'un des deux ſens vers le petit s'appliquera exactement contre lui, & ne laiſſera point d'ouverture, & que pouſſé de l'autre il s'en éloignera un peu, deſorte qu'une matiere pourra ſe gliſſer entre deux, & ſe faire elle-même un paſſage. Ce paſſage ne pourra être qu'étroit, auſſi les matieres qui deſcendent des Inteſtins grêles dans les gros n'y doivent-elles deſcendre que lentement, ſans cela elles dilateroient trop le Cœcum, forceroient ſon reſſort, & nuiroient au mouvement periſtaltique, par lequel il doit chaſſer hors de ſa cavité ce qu'elle contient.

Puiſque la Valvule retient les Lavements dans les gros Boyaux, où il n'y a point de Veines lactées, il ne doit pas s'y former de Chile, & en effet M. Littre aſſure qu'il n'en a trouvé nulle apparence dans les gros Boyaux des perſonnes mortes aprés avoir pris aſſés de Lavements nourriſſants, au lieu que dans les Inteſtins grêles le Chile eſt ordinairement aiſé à reconnoître.

Ces Lavements ſont donc un foible ſecours, à moins que par une conformation particuliere, ou quelque indiſpoſition, telle que ſeroit un relâchement ou une Paraliſie du Cœcum, il fût aſſés dilaté pour tenir la Valvule ouverte, ou qu'elle ne le fût par des mouvements convulſifs des Boyaux qui forceroient ſa reſiſtance, auſquels cas ces indiſpoſitions ou ces accidents fâcheux produiroient un bien. Alors il faudroit donner les Lavements en plus grande quantité qu'à l'ordinaire pour forcer mieux la Valvule à s'ouvrir; & même il n'y a aucun riſque à les donner quand on ne verroit aucun indice de ces diſpoſitions ou indiſpoſitions favorables. Enfin tout ſe réduit, ſelon M. Littre, non à ne les pas employer dans la pratique, mais à en eſperer peu.

M. Lémery s'eſt oppoſé à ce peu, tel que l'entendoit M. Littre; ſans conteſter l'uſage de la Valvule, il a propoſé pluſieurs difficultés.

Des Anatomiſtes habiles ont trouvé des Veines lactées dans les gros inteſtins de l'Homme, quoi-que quelques-uns d'entre eux aſſûrent qu'elles n'y ſont qu'en petit nombre.

Quand il n'y en auroit point, les Veines Meſaraïques ſe diſtribüent certainement à ces Inteſtins, & elles pourroient pomper la partie la plus ſubtile des Boüillons pris en Lavement, & la porter dans le ſang. M. Mery a fait paſſer une liqueur immediatement des gros Inteſtins dans ces Veines.

Le corps de l'Animal vivant eſt ſi poreux, & tellement criblé, qu'il paroît que cette facilité de paſſer par tout qu'auront les liqueurs ſubtiles, doit être une reſſource dans les beſoins. Cette idée ſera preſque inconteſtable ſi le Siſtême de feu M. Morin ſur la route des Urines * eſt reçû pour vrai.

* V. l'Hiſt. de 1701. p. 34. & ſuiv.

Enfin un Boüillon eſt un aliment tout fait, & tout préparé. Ce ſont les parties les plus fines des chairs d'un Animal, toutes prêtes à ſe joindre à celles d'un autre, & par conſequent à le nourrir.

On a objecté que c'eſt la Limphe qui nous nourrit, & que la Limphe & un Boüillon ne ſe reſſemblent pas, qu'un Boüillon mis ſur le feu y eſt toûjours liquide, & qu'au contraire la Limphe s'y prend en gelée.

A cela M. Lemery a répondu en faiſant un parallele de ces deux liqueurs, qui prouve qu'elles ſont compoſées des mêmes principes, & découvre pour quoi elles peuvent paroître differentes.

Toutes deux ont beaucoup de Sels ſalés de la nature du Sel Armoniac, qui ſont volatils, & étroitement unis à des particules huileuſes, peu ou point de Sel fixe, peu de Terre. Les particules huileuſes ne ſe tiennent ſuſpenduës & exactement mêlées dans toute la ſubſtance de ces deux liquides, qu'en vertu de leur union avec les Sels. Sans cela toute l'huile ſe raſſembleroit.

Si l'on ſuppoſe l'eau égale de part & d'autre, & en grande

grande quantité, la Limphe & le Boüillon ſe tiendront également liquides ſur le feu. Il y a alors deux cauſes de leur liquidité, la grande quantité de parties aqueuſes, & le mouvement que le feu leur donne outre celui qui leur eſt naturel. Si l'eau a été évaporée juſqu'à un certain point, alors il n'y a plus que le mouvement de la chaleur qui entretienne la liquidité, & les deux liqueurs ôtées de deſſus le feu ſe congelent, c'eſt-à-dire, que leurs Sels ſe criſtalliſent de la même maniere dont ſe font toutes les criſtalliſations Chimiques. Paſſé le point où les deux liqueurs ſont encore liquides ſur le feu, ſi on les y laiſſe davantage, elles s'y congelent toutes deux, parce que l'évaporation de l'eau ayant été trop grande, la chaleur ne fait plus que rapprocher les Sels, & les unir; & plus on laiſſe ces liqueurs ſur le feu, plus elles ſe congelent & ſe durciſſent. Si ayant été ôtées de deſſus le feu, dans le temps qu'elles étoient encore aſſés liquides, & s'étant enſuite congelées à l'air, elles ſont remiſes ſur le feu, on voit bien qu'elles y doivent encore redevenir liquides pour quelque temps.

En ſuivant cette idée on entend tout d'un coup pourquoi un Boüillon eſt liquide ſur le feu, tandis que la Limphe s'y congele. C'eſt qu'on ne les a pas pris l'un & l'autre dans le même état. Le Boüillon avoit beaucoup de parties aqueuſes, & la Limphe trés peu. Ainſi la comparaiſon qu'on faiſoit étoit trompeuſe.

Auſſi la Limphe ſe congele-t-elle quelquefois à l'air comme du Boüillon bien chargé de viande, & elle ſe rediſſout de même au feu. C'eſt qu'ils ſont l'un & l'autre dans le point où la chaleur leur eſt neceſſaire pour la liquidité.

De tout cela M. Lémery conclut que les Lavements nourriſſants peuvent être utiles. Mais comme il feroit impoſſible de marquer combien ils le ſont ſelon lui, & combien peu ils le ſont ſelon M. Littre, il y a toute apparence qu'ils ſont tous deux dans le fond du même avis, quand même ils ne le croiroient pas.

SUR LA FORMATION DES PERLES.

V. les M. p. 177.

EN fait de Diamants, de Perles, &c. ce qu'il y a de moins prétieux pour le commun du monde est ce qui l'est le plus pour les Phisiciens, parce que c'est le plus imparfait, & qui porte le plus de marques de la maniere dont il s'est formé. C'est ainsi que les Perles de nulle valeur qu'on trouve dans les Pinnes-marines, espéce de grandes Moules de Mer, ont donné lieu à M. de Reaumur d'imaginer comment se forment ces Perles d'Orient si estimées. Nous ne touchons point au reste de la description de la Pinne-marine, à la maniere dont elle file une soye qui l'attache aux Rochers, &c.

On trouve dans le corps de ce Poisson des Perles de deux sortes de couleurs, les unes assés argentées & d'une couleur de Nacre passable, les autres rougeâtres ou jaunâtres, quelquefois même il y en a de noires. M. de Reaumur croit qu'elles sont toutes formées d'un suc qui s'est extravasé de quelques vaisseaux rompus, & a été arrêté entre des membranes, & qu'ainsi les Perles sont l'effet de quelque maladie ou de quelque accident de l'Animal. Elles seroient du même genre que les Pierres de la Vessie, ou les Bezoards.

Pour prouver cette pensée, M. de Reaumur remarque que la surface interieure de la Coquille de la Pinne-marine est argentée, ou de couleur de Nacre depuis une certaine partie de son étenduë qu'il détermine jusqu'à une autre, aprés quoi elle est rougeâtre, & ces deux couleurs sont précisément celles des deux sortes de Perles. Or selon M. de Reaumur les Coquilles des Poissons aussi-bien que celles des Limaçons * ne sont formées que d'une matiere gluante & pierreuse sortie du corps de l'Animal, & il se trouve que les Perles d'une couleur dans la Pinne-marine répondent toûjours à l'endroit de la Coquille qui est de

* V. l'Hist. de 1709. p. 17. & suiv. & celle de 1716. p. 21. & suiv.

la même couleur, ce qui fait voir qu'au même lieu où la transſpiration d'un certain ſuc avoit déja fait & auroit encore continué de faire à la Coquille un enduit d'une certaine couleur, les vaiſſeaux qui portoient ce ſuc ſe ſont rompus, & qu'il s'y eſt fait un petit amas de liqueur qui a été la Perle, dont par conſequent la couleur eſt la même que celle de l'endroit de la Coquille qui lui répond.

Il y a plus. La partie argentée de la Coquille eſt formée de couches qui s'envelopent les unes les autres, comme les peaux d'un Oignon, la partie rougeâtre eſt compoſée de petits filets cilindriques fort courts appliqués les uns contre les autres Les Perles des deux couleurs ont auſſi cette difference de tiſſu, non que les unes & les autres ne ſoient compoſées de couches concentriques, mais celles des Perles rougeâtres ſont beaucoup moins ſenſibles, & elles ont de plus des filets qui comme des rayons vont de leur centre à leur circonference.

En voilà aſſés pour établir les fondements du Siſtême de la formation des Perles, & pour faire prévoir les differentes irregularités qui pourroient y arriver, & qui ne ſeroient que des difficultés apparentes.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

UNE Femme ayant fait un effort pour lever un grand poids, il parut dés le même jour à la partie inferieure de ſon Avant-bras droit une petite Tumeur, qui alla toûjours dans la ſuite en augmentant. 18 mois aprés il ſe fit à la partie interne de la main une ouverture par où il ſortoit tous les jours du pus & de la ſeroſité, & cependant la Tumeur ne laiſſoit pas de groſſir encore. Les doigts de

cette main étoient toûjours pliés, & ne se pouvoient étendre. Enfin au bout de deux ans la Malade se resolut à faire ouvrir sa Tumeur, M. Sivert Chirurgien fit l'operation. Il ne sortit de matiere liquide qu'environ deux Cueillerées de serosité gluante mêlée d'un peu de pus blanc & épais, tout le reste étoit solide, & c'étoient environ 200 petits corps blancs, ronds & oblongs, assés semblables à des faseoles, longs peut-être de 4 lignes & larges de 2, sans cavité, tous de même substance, recouverts d'une membrane assés solide, & fort adherante, à moins qu'on n'employât la maceration pour la séparer. Quelques-uns de ces Grains avoient un Pedicule par où ils auroient pû être attachés à quelque autre corps. M. Roüaut les fit voir à l'Academie. On crut que ces Grains étoient des Glandes qui s'étoient durcies en perdant leur usage naturel, & dont quelques-unes avoient conservé & emporté avec elles leur Canal excretoire, qui avoit cette apparence de Pedicule.

II.

M. du Verney a dit que si on casse un Oeuf de Couleuvre dans le temps que le petit Serpent est prêt à sortir, on le voit d'abord roulé en spirale, roide & sans mouvement, mais que dés qu'il a ouvert la gueule deux ou trois fois, & pris l'air, il a tout à coup des mouvements trés vifs. L'air monte la Machine dans le moment.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

V. les M. p. 285. La description d'un Fœtus qui n'a qu'un œil par M. Littre.

※※

CHIMIE.

SUR L'ORIGINE DU NITRE.

L'ORIGINE du Nitre a été agitée cette année dans l'Academie, comme l'avoit été l'année précedente celle du Sel Armoniac.* V. les M. p. 31. & 122.

* V. l'Hist. de 1716. p. 28. & suiv.

C'est une operation connuë de tout le monde que celle par laquelle se fait le Salpêtre, devenu malheureusement si necessaire pour la fabrique de la Poudre à canon. On le tire dans toute l'Europe de vieux Platras, de la terre des Ecuries, des Etables, des Colombiers, des Cimetieres, mais de plus il en vient des Indes Orientales, qui est beaucoup meilleur, & qu'on appelle Salpêtre de *houssage*, parce qu'on croit, sans le sçavoir bien positivement, que dans les lieux où l'on le prend il vient si naturellement & en si grande abondance qu'on n'a qu'à le housser ou à le balayer.

On ne trouve en aucun lieu des Minieres de Salpêtre ou de Nitre, comme on en trouve, & en grande quantité, de Sel Gemme, d'Alun, de Vitriol, de Soufre, &c. D'ailleurs on a vû par plusieurs experiences que de la Terre, d'où l'on avoit tiré tout son Nitre, en reprenoit de nouveau étant exposée pendant un certain temps à un air frais & humide, tel que celui d'une Cave, & de tout cela on a conclu que la premiere source du Nitre, étoit l'Air, que ce grand fluide est chargé de particules nitreuses extrêmement fines, qui portées & aidées par un vehicule aqueux, s'insinüent & s'assemblent dans les pores des terres propres à les recevoir. On a crû même que ce Nitre

aërien étoit ce qui rendoit la reſpiration ſi abſolument neceſſaire, parce qu'il pouvoit ſeul animer le ſang, & lui donner la force dont il a beſoin pour circuler. Ce Siſtême du Nitre aërien a fait une aſſés grande fortune.

Cependant M. Lémery l'attaque, & il prétend que ni la Terre ni l'Air ne ſont les ſources du Nitre, ce qui peut paroître un Paradoxe, & rendre la veritable ſource aſſés difficile à deviner.

Pour mettre toute cette matiere dans un plus grand jour, il définit exactement les termes. Le Nitre n'eſt qu'un certain Sel Acide, different de l'Acide du Sel commun, de celui du Vitriol, ou du Soufre, &c. Comme nous n'avons pas les Acides purs, cet Acide eſt engagé avec un Alkali ou fixe, ou volatil. Dans le premier cas le Sel composé ou ſalé qui en reſulte, eſt le Salpêtre, dans le ſecond c'eſt un Sel armoniac nitreux.

M. de Reſſons a fait voir qu'il y a des Plantes, comme la Bouroche, le Pourpier, &c. dont on tire facilement du Salpêtre tout fait & bien conditionné, & il y a tout lieu d'eſperer qu'en ſuivant cette vûë on multipliera extrêmement le Salpêtre & à peu de frais. M. Lémery adopte cette experience. Les Plantes ont beaucoup de Sel fixe & peu de Sel volatil, le Nitre principe, ou tel qu'il a été défini, en s'uniſſant à leur Sel fixe, a formé du Salpêtre. En voilà déja une ſource qui eſt vegetale.

Selon toutes les apparences, c'eſt celle du Salpêtre des Indes, ou de houſſage. Dans de grands Cantons deſerts ou peu habités il vient des Plantes annuelles, naturellement chargées de Salpêtre. Elles meurent, ſe pourriſſent, & les grandes pluyes, reglées dans ces Climats, font penetrer leurs ſucs dans la terre, qui fait alors l'effet de dégraiſſer leur Salpêtre, c'eſt-à-dire, de le ſéparer des parties huileuſes avec leſquelles il étoit mêlé dans ces Plantes. Les temps où le Soleil eſt découvert viennent enſuite, & ce Salpêtre dégraiſſé étant dégagé par le Soleil des humidités ſuperfluës, paroît ſur la ſurface de la terre, où l'on n'a

plus qu'à le recüeillir. Si ce n'eſt pas là précifément ce qui ſe fait, ce ſera du moins quelque choſe d'équivalent & de fort ſemblable.

Le Nitre a auſſi une ſource animale. Les Animaux tout au contraire des Plantes ont trés peu de Sel fixe, & beaucoup de Sel volatil. Quand le Nitre principe s'eſt uni à ce Sel volatil, & eſt devenu par conſequent un Sel armoniac nitreux, c'eſt celui qu'on tire en Europe des terres où les Animaux ont dépoſé leurs excréments, ou de celles où leurs corps ont pourri, ou du moins de celles où l'on a jetté des eaux impregnées de particules animales, comme des murs de Cuiſines. M. Lémery ſoutient que tout nôtre Salpêtre artificiel d'Europe vient de-là ſans exception, & il s'eſt convaincu par pluſieurs experiences que des terres bien exemptes de tout ſoupçon de contenir des particules animales, expoſées à l'air auſſi long-temps qu'on voudra, & dans les lieux les plus favorables, ne donnent jamais aucune indice de Salpêtre.

Ce ſeroit une grande objection contre le Nitre animal qui eſt un Acide, que l'opinion où ſont beaucoup de Phiſiciens qu'il n'y a point d'Acides dans les Animaux. Mais feu M. Homberg a levé d'avance cette difficulté en 1712 par des preuves de fait *. Il eſt vrai ſeulement que les Acides des Animaux ſont difficiles à tirer, ils ſont trop liés avec des particules graſſes & huileuſes.

* p. 45. & ſuiv.

C'eſt pour cela même qu'il faut que le Nitre animal entre dans une terre qui le dégraiſſe. Cette operation naturelle demande du temps, & de-là vient que les plus vieux platras, & ceux des Maſures qui ont été le plus long-temps inhabitées, ſont les meilleurs pour le Salpêtre. On ne le tireroit pas ſi aiſément ni en ſi grande quantité des terres qui ſeroient le plus impregnées d'excréments d'Animaux, mais qui le ſeroient recemment. Il ſemble que le Nitre doive avoir eu quelque mouvement lent, quelque eſpece de circulation qui l'ait purifié.

Toutes les terres ne ſont pas également propres à le

recevoir. Les meilleures ſont celles qui ſont bien poreuſes & bien ſéches, telles que des Murs où il entre beaucoup de chaux. Le Nitre ne fait que couler ſur les terres argilleuſes & graſſes, & ne les penetre point.

Il faut en même temps que l'humidité de l'air lui aide à s'inſinuer dans les terres qui doivent le recevoir, il s'évapore promptement dans des lieux trop expoſés au Soleil.

On peut même croire que quand il eſt entré dans les terres à la faveur d'une humidité qui l'y abandonne, l'air lui cauſe enſuite une legere fermentation, qui contribuë à le perfectionner, car on ſçait que l'air fermente aiſément avec les matieres animales, & que c'eſt-là ce qui le rend ſi ennemi des Playes, & peut-être ſi neceſſaire à la reſpiration & à la vie. Cela rendroit encore plus lente l'operation naturelle qui fait ici le Salpêtre, ou pluſtôt le Sel Armoniac nitreux.

Tout ce que nous tirons de nos terres n'eſt que ce Sel Armoniac, & il ne devient de veritable Salpêtre que par l'addition artificielle du Sel fixe des Cendres. C'eſt en quoi il differe du Salpêtre des Indes, qui porte avec lui ſon Sel fixe tiré des Plantes avec le Nitre principe.

Ce n'eſt pas que nous ne puiſſions avoir auſſi, mais rarement, un Salpêtre tout fait & de houſſage. Cela arrivera ou comme aux Indes ſur des terres qui auront porté des Plantes nitreuſes, ou même lorſque le Nitre principe ſe ſera uni au peu de Sel fixe qui eſt dans les Animaux. Au contraire ſi ce même Nitre s'eſt uni dans les Indes au peu de Sel volatil qui eſt dans les Plantes, ce ne ſera qu'un Sel Armoniac nitreux, qui pour devenir Salpêtre aura beſoin d'un Sel fixe, ou de l'addition des Cendres.

Ces deux eſpeces de Salpêtre, l'une naturelle, l'autre artificielle, du moins en partie, étant ainſi établies par M. Lémery, & bien diſtinguées, on voit aſſés qu'il n'y en a que deux ſources, l'une vegetale, l'autre animale, & que toutes deux ne ſe doivent point réduire à une ſeule ſource minerale, quoi-que la nourriture des Plantes & des Animaux

maux ne vienne que de la terre. Sans doute la matiere du Nitre principe vient de la terre, mais il n'y a pas pris sa forme, il ne l'a prise que dans les organes des Plantes ou des Animaux, & apparemment à l'aide de quelque fermentation.

On se convaincra facilement que les sucs tirés de la terre par les Plantes, ou des Plantes par les Animaux, y deviennent fort differents de ce qu'ils étoient. Par exemple, les Plantes & sur-tout les Animaux donnent un Sel alkali trés volatil, & s'il n'est devenu alkali que par le feu, du moins avoit-il une extrême disposition à le devenir, puisqu'il vient à un feu fort mediocre. Mais les Mineraux ne donnent presque jamais rien de pareil, on n'en tire que des Sels concrets, fort acides, moins volatils que le flegme, au lieu que le Sel volatil des Plantes & des Animaux l'est davantage, & monte le premier. Ainsi, selon la reflexion de M. Lémery, les Acides des Mineraux sont peu envelopés, ceux des Plantes davantage, ceux des Animaux le sont à un point qu'il est difficile de les dégager, & ce sont originairement les mêmes matieres qui ont pris ces differentes formes.

Puisque les Animaux se nourrissent des Plantes, & que réciproquement dans le sujet dont il s'agit les Plantes se nourrissent des Animaux, car on excite leur vegetation par le fumier, il faut que ce qui étoit dans les Plantes veritable Salpêtre, devienne dans les Animaux simple Sel Armoniac nitreux, & au contraire.

M. Lémery explique trés simplement cette double metamorphose, en supposant que le Nitre principe toûjours le même est toûjours aussi attaché à la même matrice, à cela prés que dans les Plantes cette matrice devient plus terreuse, & par-là est fixe, & que dans les animaux elle perd de ses parties terreuses, & en prend d'autres huileuses, ce qui la rend volatile.

La vertu qu'a le Nitre de rendre les terres plus fecondes est trés connuë. Mais de plus il a une proprieté par-

ticuliere, qui le rend plus propre à nourrir des Plantes, s'il l'a par lui-même, ou qu'il a peut-être retenuë de ce qu'il a nourri des Plantes, c'est que naturellement il se ramifie & se dispose en branchages. Toutes les vegetations Chimiques, l'Arbre de Diane, & en dernier lieu l'Arbre de Mars qu'on doit à M. Lémery *, ne se font point sans Nitre. Si cette proprieté du Nitre se maintient toûjours par les experiences, à l'exclusion des matieres semblables, quelle Phisique l'expliquera!

* V. l'Hist. de 1706. p. 39. & suiv. & celle de 1707. p. 32. & suiv.

SUR LE CHANGEMENT DES ACIDES EN ALKALI.

V. les M. p. 226. & 246.

L'OPPOSITION des Acides & des Alkali, si celebre dans la Chimie, & qui produit ou explique tant de phenomenes, n'est pourtant pas si grande que ces deux especes de Sels ennemis ne se changent l'un en l'autre.

Quand un Acide, que l'on conçoit en general comme un petit Dard roide, long & pointu, est absorbé ou concentré dans une portion suffisante de terre, le tout s'appelle un Sel *salé*, ou *composé*, ou *moyen*, ou *neutre*, parce qu'alors cet Acide enfermé dans cette gaine ne peut faire sentir la même saveur que s'il en étoit dégagé, & qu'il fait cependant sentir une saveur salée, & que par la même raison il est composé, &c.

Le feu est le seul agent qui puisse dégager l'Acide de la terre qui l'envelope. Alors l'Acide plus leger que la terre s'éleve, & elle demeure au fond du Vaisseau, ce qui la fait appeller *fixe* par opposition à l'Acide qui est *volatil*. Cette terre privée de son Acide a des pores vuides, au lieu qu'ils étoient auparavant remplis, & en même temps parce qu'elle a reçû l'action du feu, elle en a conservé des particules ignées, qui lui donnent une saveur acre que n'auroit pas une terre pure. A cause de cette saveur elle

eſt appellée *Sel*, & à cauſe de ſes pores ouverts qui la diſpoſent à recevoir de nouveaux Acides, elle eſt appellée *Sel Alkali.*

Il ne faut pas croire qu'une terre qui a été impregnée d'Acides en puiſſe être parfaitement dépoüillée, il y en reſte toûjours, mais en une quantité beaucoup moindre. Ainſi les Alkali ne ſont, ſi l'on veut, qu'une trop petite quantité d'Acides envelopés d'une trop grande quantité de terre.

Le feu groſſier & viſible n'eſt pas le ſeul agent qui puiſſe ſéparer les Acides de leur terre, la fermentation fait le même effet, parce qu'elle eſt un feu, qui quoi-qu'inviſible eſt trés fort & trés actif. Les Alkali ſont donc une production de l'un ou de l'autre feu, & on en pourroit dire autant des Acides dégagés, puiſque c'eſt la deſunion des parties d'un même Sel ſalé cauſée par le feu qui a donné des Acides auſſi bien que des Alkali; toute la difference eſt qu'il entre dans les Alkali quelques particules ignées introduites par le feu, au lieu que dans les Acides il n'y a rien d'étranger.

Selon ces idées tout Acide eſt volatil, & au contraire tout Alkali ſeroit fixe, ſi tout Alkali n'étoit que de la terre. Mais, comme il a été dit ci-deſſus *, le peu d'Acide qui demeure encore dans l'Alkali peut être uni à une portion d'huile auſſi-bien qu'à une portion de terre, & parce que l'huile eſt volatile, le tout ou l'Alkali ſera volatil, ſi elle y domine. * p. 33.

En ce cas l'Alkali a une ſaveur & une odeur forte, penetrante & urineuſe, & c'eſt ce qu'on appelle un *Sel Alkali volatil urineux.*

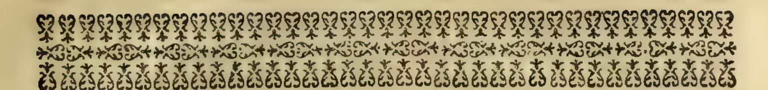
Ces differentes notions étant bien établies & bien démêlées, on voit aiſément en general tout ce qui peut reſulter des ſéparations ou des nouvelles réünions des parties d'un Mixte.

Un Acide peut devenir Alkali, puiſqu'aprés avoir été dégagé de ſa matrice quelconque il peut ſe réünir de nou-

veau en petite quantité à une matrice ou purement terreuse, ou terreuse & huileuse. Dans le premier cas, il est Alkali fixe, dans le second il peut être Alkali volatil, si dans la matrice supposée la dose de l'huile l'emporte à un certain point sur celle de la terre, & dans ce même cas il sera urineux.

Ce qui étoit Alkali fixe peut devenir volatil & urineux en déposant une partie de sa terre, & prenant de l'huile en la place.

Mais quand de ces vûës generales on descend au détail des experiences particulieres, on trouve que ces changements ne sont pas également faciles dans les trois differents genres de Mixtes, ou dans les trois Regnes, ce qui n'est rien moins que surprenant, à cause de la quantité des circonstances qui doivent y concourir. C'est dans le Regne Mineral que ces metamorphoses sont les plus rares, parce que les parties des Mineraux sont plus étroitement liées, & peuvent moins, pour ainsi dire, joüer ensemble, mais aussi parce que ces metamorphoses sont plus rares dans le Regne Mineral, les Chimistes doivent être plus curieux de les y produire. Ainsi la Chimie n'ayant donné jusqu'à present que dans la seule operation de la fixation du Salpêtre un exemple d'un Acide mineral changé en Alkali fixe, M. Geoffroi a voulu changer ce même Acide en Alkali volatil urineux, & y a reüssi. Il a reüssi pareillement sur l'Acide du Vitriol. Il s'est trouvé que dans le même temps M. Lémery avoit eu la même pensée, & le même succés dans une operation qu'il suivoit encore. Leurs Memoires feront voir les faits dont nous avons indiqué la possibilité. En Geometrie toute possibilité est un fait, mais il n'en va pas de même en Phisique. Seulement il est bon que quand on arrive au fait, on soit préparé par la connoissance de la possibilité.



BOTANIQUE.

M. Marchant a donné la description du *Leontopetalon foliis costæ ramosæ innascentibus*, & du *Leontopetalon foliis costæ simplici innascentibus*.

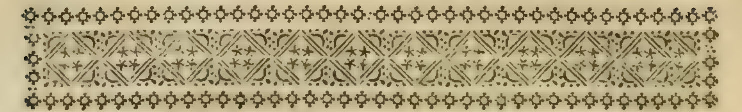
Et M. Reneaume celle de l'*Erangelia Pauli Renealmi*.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

La description du *Kali d'Alicant* par M. de Jussieu. V. les M. p. 73.

Et celle de deux nouvelles especes de *Lamium* par M. Danty d'Isnard. V. les M. p. 268.





ALGEBRE.

SUR LE CALCUL

Des Differences finies, & des Sommes des Suites.

V. les M. p. 7.

L'INFINI, que nous connoiſſons ſi peu, ne laiſſe pas de nous donner des vûës ſur le Fini, que nous nous croyons toûjours à portée de connoître. On ſçait comment les Geometres modernes, pour pouvoir parvenir à des Theories generales ſur les Courbes, ont été obligés de les conſiderer comme compoſées d'une infinité de cotés infiniment petits, & leurs Ordonnées comme infiniment proches, & toûjours croiſſant ou décroiſſant de l'une à l'autre infiniment peu, ou par differences infiniment petites. Pour operer ſur ces differences, il a fallu en avoir l'expreſſion, & par les Regles connuës du Calcul differentiel on la tire de l'Equation d'une Courbe quelconque, c'eſt-à-dire, que l'on a en general la difference infiniment petite dont toutes les Ordonnées poſſibles d'une Courbe croîtront ou décroîtront à chaque pas infiniment petit. Suppoſé que la Courbe commence par avoir une Ordonnée qui ſoit nulle ou Zero, ce qui eſt le cas le plus naturel, chaque Ordonnée eſt la ſomme des differences de toutes les Ordonnées précedentes. Ainſi lorſqu'au lieu de trouver, comme on avoit fait ſelon le Calcul differentiel, les differences infiniment petites par les Ordonnées finies, on retrouve ſelon le Calcul Integral les Ordonnées finies par les differences infiniment petites, ce ſont des ſommes de differences que l'on retrouve. De même ſi un eſpace curviligne étant déterminé, on a l'expreſſion de la der-

niere partie infiniment petite de cet eſpace, qui ſera ſa derniere difference, puiſque c'eſt la derniere quantité dont il a crû ou décrû, & ſi cette difference ou differentielle ſe peut integrer, ſon integrale donne l'eſpace curviligne entier, qui n'eſt que la ſomme d'une infinité de petits eſpaces differentiels pareils qui ont précedé. On en dira autant des Solides finis que l'on conſiderera comme formés d'une infinité de petits Solides differentiels, & en general toute grandeur differentielle étant integrée donne la ſomme de l'infinité de grandeurs de ſon eſpece qui l'ont précedée.

M. Taylor, ſçavant Geometre Anglois, a fait apparemment cette reflexion ingenieuſe, quoi-que ſimple, que ſi ces differentielles integrées donnent toûjours des ſommes, cela ne vient point de ce qu'elles ſont infiniment petites, & précedées d'une infinité de grandeurs, mais ſeulement de ce qu'elles ſont differentielles, & précedées de grandeurs de même eſpece, & que par conſequent cette proprieté doit ſe retrouver dans le Fini, de ſorte qu'une Suite de Nombres étant poſée, ſi on peut trouver l'expreſſion de la grandeur differentielle qu'elle aura aprés un nombre quelconque de termes, comme aprés 10 termes, 15, 20, &c. Et ſi on peut trouver l'integrale de cette differentielle, cette integrale ſera la ſomme de tous les termes précedents depuis l'origine de la ſuite, comme des 10 premiers, des 15, &c. En effet il faut conſiderer la ſomme des termes de la Suite quelconque comme une quantité toûjours croiſſante à chaque terme nouveau qu'elle prend, & ce terme nouveau eſt une differentielle, mais finie, dont elle s'augmente. Quelle que ſoit la route qui a conduit M. Taylor à appliquer le Calcul des differences infiniment petites à ces differences finies, c'eſt ſur cela qu'il a fondé ſon Traité intitulé *Methodus Incrementorum*, & cette application nouvelle a des uſages que les Geometres ſentiront d'abord, & que nous tâcherons de faire apercevoir. M. Nicole qui en a été frapé a voulu mettre toute

cette matiere dans un plus grand jour, il a pris le fond de la belle découverte de M. Taylor, & il y a joint du sien tout ce qu'il a cru necessaire ou pour éclaircir, ou pour étendre cette Theorie.

Elle n'est nullement necessaire pour les progressions Arithmetiques, puisque par des regles connuës on a la somme de tel nombre de leurs termes que l'on veut, & de plus elle n'y seroit pas appliquable. Elle ne l'est qu'à des Suites qui ont ces deux conditions, 1°. que leurs termes soient formés par un produit, 2°. qu'il n'entre dans ce produit qu'une seule grandeur indéterminée qui croisse toûjours d'une même quantité, d'où il suit que toute la Suite pourra être renfermée dans une seule expression algebrique. Ainsi cette Suite 2, 6, 12, 20, 30, 42, &c. est dans les conditions requises, parce que 2 est le produit de 1 par 2, 6, celui de 2 par 3, 12 celui de 3 par 4, 20 celui de 4 par 5, &c. & qu'en supposant une grandeur indéterminée qui croisse toujours de 1, cette grandeur multipliée par elle-même accrûë de 1 exprimera un terme quelconque de la Suite, & que pour avoir un terme déterminé il ne faudra que lui donner une valeur. La quantité ou difference constante dont la grandeur indéterminée croît, peut être tout autre nombre que 1, & le produit dont chaque terme de la suite est formé peut être formé de la grandeur indéterminée repetée autant de fois qu'on voudra, mais toûjours accrûë à chaque fois de la difference constante.

Cette difference constante fait que l'expression algebrique de la Suite, ou, ce qui est le même, d'un terme quelconque de la Suite, étant donnée, il est trés aisé de trouver celle du terme quelconque suivant. Ce terme suivant est la differentielle finie dont la somme totale de la Suite augmentera en prenant ce nouveau terme, & l'on trouve une formule generale pour cette differentielle. Son integrale, qui sera la somme de tous les termes précedents, se trouve en faisant le contraire de ce qu'on a fait pour avoir

avoir la differentielle, c'eſt-à-dire, en ajoutant ce qu'on avoit retranché, en diviſant ſi on avoit multiplié, ou au contraire. Ainſi on a par une formule generale la ſomme de tous les termes de ces Suites jusqu'à un certain terme, ou, ce qui eſt le même, la ſomme de tel nombre de termes que l'on veut.

Comme ces Suites ſont neceſſairement croiſſantes, ſi on les ſuppoſoit infinies leur dernier terme ſeroit infini & leur ſomme infinie, & on la trouveroit telle par la Methode de M. Nicole. Mais cette connoiſſance n'eſt pas ordinairement ſi utile ni ſi difficile que celle des ſommes finies de tel nombre fini de termes que l'on veut.

Si une Suite croiſſante quelconque conditionnée comme cette Methode le demande eſt changée en une Suite de fractions, ce que l'on fera en prenant tous ſes termes pour des dénominateurs de fractions dont 1 ſera le numerateur conſtant, on aura une Suite décroiſſante, dont M. Nicole trouve aiſément la ſomme d'un nombre quelconque de termes, car ce qu'il a fait pour les nombres entiers s'applique de ſoi-même aux rompus. Or les Suites décroiſſantes étant pouſſées jusqu'à l'infini ont ſouvent des ſommes finies, & il eſt d'une grande utilité de les pouvoir déterminer comme fait la Theorie preſente.

Pour cela il n'y a qu'à renverſer la Suite infinie décroiſſante, c'eſt-à-dire, prendre pour ſon premier terme celui qui étoit naturellement le dernier, & chercher la ſomme du nombre infini de termes compris depuis celui-là jusqu'à tel terme qu'on voudra placé vers ſon origine naturelle, & par conſequent connu; par exemple, la ſomme des termes depuis le dernier jusqu'au 3me. ou 4me. &c. ou même jusqu'au 1er. ce qui donnera la ſomme totale de la Suite. Ainſi l'on a la ſomme non ſeulement de tel nombre fini de termes que l'on veut, mais du nombre infini total des termes, ou d'un nombre infini des termes moins tel nombre fini que l'on veut. Par exemple, la Suite 2, 6, 12, 20, 30, 42, &c. étant réduite en frac-

tions qui ont toutes 1 pour numerateur, sa somme est 1, & celle des 5 premiers termes est $\frac{5}{6}$, & par consequent celle du nombre infini de termes depuis le 6me. inclusivement jusqu'au dernier n'est que $\frac{1}{6}$.

Il n'est pas necessaire que 1 soit le numerateur perpetuel, tout autre nombre peut l'être, ce qui est évident, & même les numerateurs peuvent être variables, ou changer, mais il faut que ce soit avec un certain ordre, ou sous certaines conditions.

Quand les conditions que demande une Suite infinie décroissante pour être sommée par la Methode de M. Nicole, ne se trouvent pas dans une Suite proposée, il faut voir si elle ne peut pas être changée en d'autres Suites où ces mêmes conditions se trouvent. Cela se fait en décomposant la proposée, & en la resolvant en deux ou plusieurs Suites conditionnées comme il faut, mais c'est-là une espece de bonheur que l'on n'a pas toûjours quand on voudroit. Un grand nombre de Suites échapent encore à la Methode de M. Nicole, & il en échapoit davantage à celle de M. Taylor. Peut-être avec le temps en échapera-t'il moins.

Quoi-qu'il en soit, ceux qui ont quelque idée du Calcul Differentiel & de l'Integral en verront ici avec plaisir les principes qui percent déja dans le fini, & qui annoncent ce qu'ils produiront dans l'infini, pour lequel seul la consideration des Courbes les avoit fait employer.

CETTE année M. de Traytorens d'Yverdun donna à l'Academie une nouvelle Methode pour les Calculs arithmetiques, qui fut fort approuvée.

Les expressions Arithmetiques pour les Nombres ce sont les 10 caracteres 1, 2, 3, &c. combinés comme tout le monde sçait pour representer tous les nombres possibles. Les expressions Algebriques ce sont des Lettres de l'Alphabet qui ont telles valeurs que l'on veut. Deux Let-

tres ayant été prifes pour reprefenter deux nombres déterminés, fi on veut faire un produit de ces deux nombres, on n'a qu'à écrire les deux Lettres tout de fuite, & dans ce produit qui eft un nouveau nombre on voit encore par confequent les deux qui l'ont formé, & que nous appellerons fes *Elements*, au lieu que dans les expreffions arithmetiques des produits les élements difparoiffent; par exemple, on ne voit point du tout par cette expreffion 21 que 21 eft le produit de 3 par 7, il faut le fçavoir d'ailleurs. Dans de plus grands nombres ni on ne le voit, ni on ne le fçait, & il faut faire de grandes operations.

Par la même raifon les divifions arithmetiques font longues & embaraffées, & les algebriques fort courtes, & prefque toutes faites d'elles-mêmes, lorfque la grandeur à divifer & le divifeur ont des Lettres ou des élements communs, car il n'y a qu'à effacer de part & d'autre ces élements, & le quotient eft trouvé.

Ces avantages des expreffions algebriques fur les arithmetiques à l'égard de la multiplication & de la divifion, M. de Traytorens a penfé à les tranfporter dans l'Arithmetique. Pour cela il faut réduire les Nombres à être exprimés par des Elements.

Tous les Nombres font ou premiers tels que 1, 2, 3, 5, 7, 11, &c. Si cependant 1 doit être compté, ou compofés des premiers par multiplication, tels que 4, 6, 8, 10, 12. &c. les nombres premiers font donc élements & ils doivent entrer, & entrer feuls dans la compofition & dans l'expreffion de tous les autres. Je dis *feuls*, non qu'un nombre qui n'eft pas premier ne puiffe être formé de nombres qui ne feront pas tous premiers, ainfi 12 eft le produit de 2 par 6 qui n'eft pas premier, mais 6 lui-même eft le produit de 2 par 3 tous deux premiers, & il ne faut confiderer 12 que comme le produit de 2 par 2 par 3, trois élements qui font nombres premiers, ou du moins deux élements dont l'un eft repeté deux fois, ou élevé au quarré. Il en va de même de tous les autres

nombres que l'on pourra concevoir formés de quelqu élements qui ne feront pas nombres premiers, ces faux élements fe refoudront toûjours en nombres premiers, qui feront les vrays élements, & les feuls que l'on devra confiderer comme formant le nombre propofé, foit qu'ils foient repetés, ou non.

Cela pofé, & cette idée étant renduë generale, on peut avoir un Table où vis-à-vis de tous les Nombres naturels rangés de fuite & exprimés à l'ordinaire feront ces mêmes nombres exprimés par les produits de leurs élements, à l'exception des nombres premiers qui n'auront pas d'autre expreffion qu'eux-mêmes, puifqu'ils font les élements des autres. Ainfi 4 fera exprimé par le quarré de 2, 6 par le produit de 2 & de 3, 8 par le cube de 2, &c. On pourra pouffer cette Table fi loin qu'on voudra, & plus elle fera pouffée loin, plus elle fera utile. On y verra

1°. La formation primitive & effentielle de tous les nombres non premiers.

2°. Tous les divifeurs poffibles d'un nombre, car ces divifeurs font non feulement les élements pris chacun féparément, mais encore ces mêmes élements pris deux à deux, trois à trois, &c. felon les regles connuës des combinaifons, de forte que le plus grand divifeur fe prefentera tout d'un coup aux yeux.

3°. Tous les nombres qui feront ou quarrés ou cubiques, ou quarré-quarrés, &c. ce qu'on jugera trés aifément par les expofants des élements, & par confequent quelles font les racines quarrées ou cubiques, &c. d'un nombre quelconque.

4°. Combien un même nombre peut être de differentes puiffances à la fois, & quelles font toutes fes racines. Ainfi parce que 46656 fera exprimé par le produit de 2 & de 3 élevés l'un & l'autre à la 6$^{me.}$ puiffance, on verra tout d'un coup que 46656 eft la 6$^{me.}$ puiffance de 6, le cube de 36, & le quarré de 216.

5°. Quels font les nombres premiers, car ils demeure-

ront ſans expreſſion, & feront des vuides dans la Table.

6°. Combien il y en a de répandus dans la Suite des nombres naturels. Ainſi l'on s'appercevra ſans peine que dans la 1re. centaine des naturels il y a 26 nombres premiers, 21 dans la 2de. 15 dans la 3me. 16 dans la 4me. 17 dans la 5me. 14 dans la 6me. 16 dans la 7me. 14 dans la 8me. 15 dans la 9me. 14 dans la 10me. &c. ce qui joint à la conſideration des intervalles qui ſont entre eux peut n'être pas inutile à la Theorie de ces nombres.

Cette Table étant conſtruite juſqu'à 1000, par exemple, on a donc tous les nombres non premiers juſqu'à 1000, exprimés par leurs élements. Si je veux multiplier l'un par l'autre deux nombres non premiers compris dans cet eſpace, il eſt viſible que leur produit ſera celui de leurs élements. Par exemple, le produit de 15 & de 34 ſera celui de 3 & de 5, élements de 15, par 2 & 17 élements de 34. Mais pour trouver que ce produit qui eſt celui de 2 par 3 par 5 par 17 eſt 510 il faut une ſeconde Table ou par ce produit de 2 par 3 par 5 par 17 je trouve tout d'un coup 510.

Pour cette ſeconde Table il faut établir un certain ordre ſelon lequel les nombres premiers en ſe multipliant ſucceſſivement les uns les autres produiſent tous les nombres non premiers, & en vertu de cet ordre on trouvera que le produit des nombres premiers propoſé vaut 510. Il en ira de même de tous les autres poſſibles compris dans les bornes de la Table.

L'ordre que prend M. de Traytorens eſt de multiplier d'abord 2, enſuite 3, enſuite 5, &c. par tous les autres nombres premiers compris entre 1 & 1000, ſi la Table s'arrête à 100, de ſorte que les produits ne paſſent point 1000. Aprés cela il multiplie 2 & 3 ou 6 par tous les nombres premiers ſuivants, enſuite 2, 3 & 5 ou 30 par tous les nombres premiers ſuivants, & toûjours ainſi de ſuite, & tous les produits exprimés à l'ordinaire ſont écrits dans des colonnes correſpondantes.

Par-là deux nombres premiers ou non premiers étant donnés, on en trouve aussi-tôt le produit comme par les Tables des Logarithmes, mais on le trouve sans faire aucune operation, au lieu que par les Tables des Logarithmes il faut faire de grandes additions, & même pour les plus petites multiplications.

Selon la methode presente les divisions sont d'une extrême facilité quand le nombre à diviser & le diviseur ont quelques élements communs, ce qui est trés frequent, ainsi pour diviser 780 dont les élements sont 2, 2, 3, 5, 13 par 65, dont les élements sont 5, 13, il n'y a qu'à effacer de part & d'autre 5 & 13, le reste qui est 2, 2, 3 ou 12 est le quotient de 780 divisé par 65. De même on verra tout d'un coup que 812 dont les élements sont 2, 2, 7, 29 divisé par 696 dont les élements sont 2, 2, 2, 3, 29 est 7 divisé par 6 ou $1\frac{1}{6}$. Par les Logarithmes il faudroit faire une soustraction de deux grands nombres.

Il est évident que par la même voye les fractions sont en un moment & à l'œil réduites à leurs moindres termes, $\frac{812}{696}$ par exemple a $\frac{7}{6}$. De même le plus grand commun diviseur de deux nombres saute aux yeux. Ici c'est 4 fois 29, ou 116.

Si le nombre à diviser & le diviseur n'ont pas d'élements communs, il faut, en laissant le diviseur tel qu'il est, & en remontant au dessus du nombre à diviser, c'est-à-dire, à de plus petits nombres, trouver celui qui en est le plus proche, & qui a des élements communs avec le diviseur. La division de ce nouveau nombre étant faite comme dans le cas précedent, son quotient sera le quotient cherché, à cela prés qu'il y faudra ajoûter la difference du premier nombre à diviser & du nouveau nombre divisée par le diviseur. On entendra aisément cette pratique, & on y fera les suppléments necessaires, pour peu que l'on prenne l'esprit de la Methode.

Les extractions parfaites ou imparfaites de racines quelconques se trouveront ici toutes faites, car il sera aisé de

distinguer dans les Tables par une couleur, ou par quelque autre marque les nombres tellement formés par leurs élements qu'ils seront une ou plusieurs puissances, & on verra par les distances des nombres intermediaires à ceux-là & par leurs élements quelles puissances ils renferment, & combien il s'en faudra qu'ils ne soient certaines puissances. Tout cela seroit plus aisé à voir qu'il ne l'est à expliquer.

On voit assés que ces Tables auroient avec les mêmes usages que celles des Logarithmes d'autres usages particuliers. De plus il est impossible que dans la construction des Tables des Logarithmes il n'y ait un trés grand nombre d'erreurs, qui à la verité peuvent être negligées, parce qu'elles sont peu sensibles sur d'aussi grands nombres que ceux qu'on prend exprés pour les pouvoir negliger. Mais enfin ce sont toûjours des erreurs, dont les calculs fondés sur les Logarithmes se ressentent necessairement, & ici tout seroit dans une entiere exactitude. Aussi la Methode de M. de Traytorens est-elle tirée du fond de la nature des nombres, & elle procede toûjours directement, au lieu que celle du Baron Neper, Auteur des Logarithmes, est plus indirecte & plus détournée. Par cette raison même celle-ci peut paroître plus ingenieuse, quoi-qu'il n'y ait veritablement rien de plus ingenieux que d'aller le plus droit qu'il est possible. Le grand avantage des Logarithmes, c'est d'être en possession des calculs. Il est vrai cependant que de grands calculateurs ne s'en loüent pas trop.





GEOMETRIE.

SUR LE PARALLELISME ou Non-parallelisme apparent des Rangées ou Allées d'Arbres.

V. les M. p. 88.

IL n'y a perſonne qui étant placé à un bout d'un longue Allée d'Arbres plantés ſur deux lignes droites paralleles n'ait remarqué que les Arbres à l'autre bout paroiſſoient s'approcher, & cela d'autant plus que l'Allée étoit plus longue. La Perſpective empêche que les deux lignes ſur leſquelles les Arbres ſont plantés ne paroiſſent paralleles, comme elles le ſont réellement, elle diminuë toûjours de plus en plus l'apparence de leur intervalle toûjours égal en lui-même.

Les Geometres, qui ne cherchent que des difficultés, ont demandé ſur quelles lignes il faudroit diſpoſer des Arbres pour corriger cet effet de Perſpective, ou afin que les deux rangées paruſſent toûjours paralleles. Il eſt clair d'abord que pour le paroître il faudroit qu'elles ne le fuſſent pas, & qu'elles s'écartaſſent toûjours l'une de l'autre, mais ſelon quelle regle faudroit-il qu'elles s'écartaſſent?

Les deux lignes de *rangées* doivent être telles que les intervalles inégaux de deux Arbres quelconques correſpondants, c'eſt-à-dire, de ceux qui ſont chacun le 1er. le 2d. le 3me. &c. de ſa rangée, ſoient toûjours vûs égaux, ou ſous le même angle, ſi c'eſt de cette ſeule égalité des angles viſuels que dépend l'égalité de la grandeur apparente des objets, ou ſi en general cette grandeur ne dépend que de celle des angles viſuels.

Sur

Sur ce principe le P. Fabry a dit ſans démonſtration, & le P. Taquet a dit aprés lui & démontré, mais par une voye trés difficile, que les deux rangées d'Arbres devoient être deux demi-Hiperboles oppoſées. Pour ſe faire une idée diſtincte, il faut concevoir que la premiere largeur de l'Allée, ou l'intervalle des deux premiers Arbres correſpondants, eſt déterminé arbitrairement. Les deux extremités de cette premiere largeur ſont les ſommets de deux Hiperboles oppoſées, dont par conſequent le centre commun eſt au milieu de cette largeur, qui eſt leur axe tranſverſe ou premier. L'œil eſt placé dans une ligne qui eſt perpendiculaire au plan de l'Allée, & qui part du centre des Hiperboles. Le double de la longueur de cette ligne quelconque ſera le ſecond axe des deux Hiperboles qu'il faut décrire, & leurs deux axes étant ainſi déterminés, leur eſpece l'eſt auſſi. Il eſt viſible qu'à moins qu'on ne ſuppoſe que l'œil ayant été tourné d'un côté ſe tourne enſuite de l'autre, il ne faut que les deux demi-Hiperboles oppoſées, qui ſe preſenteront leurs convexités, & s'écarteront toûjours l'une de l'autre. Les Arbres, ou pour parler plus exactement, les pieds des Arbres correſpondants diſpoſés ſur ces deux demi-Hiperboles ſeront toûjours vûs ſous un même angle, à quelque diſtance qu'ils ſoient de l'œil.

La démonſtration du P. Tacquet eſt une Sintheſe fort longue & fort embaraſſée, & M. Varignon trouva la même Solution par une Analiſe ſi ſimple & ſi courte qu'elle ne contient qu'une ſeule Analogie, tant il peut y avoir de difference entre les diverſes voyes d'arriver aux mêmes verités. M. Varignon fit plus, il rendit le Ploblême beaucoup plus general; les angles viſuels ſeront non ſeulement toûjours égaux, mais croiſſants ou décroiſſants ſelon tel ordre qu'on voudra, pourvû que le plus grand ne ſoit pas plus grand qu'un droit, & tous les autres aigus, & comme les Sinus des angles ſont leur meſure, il ſuppoſe une Courbe quelconque dont les Ordonnées repreſente-

ront les Sinus des angles visuels, & il la nomme par cette raison *Courbe des Sinus*. De plus l'œil peut être placé où l'on voudra, soit précisément au commencement de l'Allée, soit en de çà, soit au de là. Tout cela posé, il suppose que la premiere rangée d'Arbres est une ligne droite, & il cherche quelle ligne doit être la seconde, qu'il appelle *Courbe de rangée*. Il trouve une équation generale & indéterminée, où la position de l'œil, la Courbe quelconque des Sinus, & la Courbe quelconque de rangée sont liées de telle maniere que dés qu'on aura déterminé deux de ces trois choses, la troisiéme le sera necessairement, & s'offrira aussi-tôt. Il faut même remarquer que la differente position de l'œil ne change rien à la Courbe des Sinus, ce qui est évident, ni à la nature de la Courbe de rangée, mais seulement à sa position, ce qu'on voit assés aussi qui doit être.

Ainsi si on veut que les angles visuels soient toûjours égaux, c'est-à-dire, si la Courbe des Sinus est une droite, la Courbe de rangée devient une Hiperbole, l'autre rangée d'Arbres ayant été supposée ligne droite. Si l'œil est posé sur le commencement de l'Allée, le premier pied d'Arbre est posé sur le sommet de l'Hiperbole, ou, ce qui est la même chose, ce sommet est le premier point que l'œil puisse voir sur la Courbe de rangée. Par-là il est facile de juger que si l'œil est autrement posé, le sommet de l'Hiperbole s'avance devant lui, ou se recule derriere lui, desorte qu'il voit plus ou moins que la demi-Hiperbole, ce qui détermine la position que cette Courbe doit avoir sur le plan où elle sera décrite. Le demi-axe transverse ou premier de cette Hiperbole & le second sont déterminés comme nous avons dit. On verra donc la rangée d'Arbres droite & l'Hiperbolique à l'infini comme deux droites paralleles.

Si on décrit de plus la demi-Hiperbole opposée, ce qui fera trois rangées d'Arbres, dont la droite tiendra le milieu, on les verra encore paralleles toutes trois.

Il y a plus. Il n'eſt pas neceſſaire que la ſeconde Hiperbole ſoit l'oppoſée de la premiere, c'eſt-à-dire, de la même eſpece, ou de même axe tranſverſe, ou premier axe. Il ſuffit qu'elle ait le même centre, ſon ſommet ſur la même ligne droite, & le même axe conjugué ou ſecond axe, & parce que ces conditions laiſſent au premier axe la liberté de varier à l'infini, les deux Hiperboles pourront être de toutes les differentes eſpeces poſſibles.

Et même il pourra y avoir tel nombre qu'on voudra de ces rangées Hiperboliques, qui priſes deux à deux, feront toûjours vûës ſous des angles égaux, & toutes enſemble feront vûës parfaitement paralleles, ſans compter la rangée droite qui ne peut pas empêcher le paralleliſme apparent des autres.

Reciproquement la rangée droite étant poſée, ſi l'on veut que ſes pieds d'Arbres & les correſpondants de la ſeconde ſoient vûs ſous des angles décroiſſants, il faut établir un ordre pour leur décroiſſement ou l'équation de la Courbe des Sinus, & cette équation étant d'une certaine eſpece que M. Varignon détermine, on voit que la Courbe de rangée devient une ligne droite parallele à la premiere, c'eſt-à-dire, que les Arbres plantés ſur deux droites paralleles comme ils le ſont dans toutes les Allées, paroiſſent s'approcher toûjours, & enfin concourir à une grande diſtance.

De-là il ſuit que dans l'approche apparente des Arbres plantés parallelement la diminution des angles viſuels ſe fait ſelon une certaine proportion que M. Varignon a déterminée, & qui ne l'avoit point encore été, & ſi l'on vouloit que cette diminution ſe fît ſelon toute autre proportion, il ne faudroit plus que les Arbres fuſſent plantés parallement.

On voit aſſés combien le Problême a été élevé par M. Varignon au deſſus des termes où la ſolution du P. Tacquet étoit renfermée. M. Varignon va encore plus loin. Il ſuppoſe que la premiere rangée d'Arbres ſoit une Cour-

be quelconque, & il cherche quelle doit être la seconde, afin que les Arbres fassent à la vûë tel effet qu'on voudra, c'est-à-dire, soient vûs sous des angles toûjours égaux, ou croissants, ou décroissants. Pour cela il pose trois Courbes indéterminées, les deux de rangée, & celle des Sinus, & il les lie tellement par une équation generale, que deux d'entre elles étant déterminées, la troisiéme l'est aussi.

Si l'on veut que les angles visuels soient toûjours égaux, ou la Courbe des Sinus une ligne droite, il n'y a encore rien de déterminé pour les Courbes de rangée, & par consequent ce ne sont pas seulement deux Hiperboles qui peuvent satisfaire à la question, mais une infinité d'autres Courbes prises deux à deux, & quand on en aura déterminé une, qui sera, par exemple, une Parabole, ou une Logarithmique, on verra naître l'autre de l'équation generale. Mais il est vrai que le plus souvent elle n'en naîtra pas avec facilité, ou sans un long calcul.

Jusqu'ici nous avons toûjours supposé que la grandeur apparente des objets ne dépendoit que de la grandeur de l'angle visuel, c'est le sentiment commun, & les PP. Fabry & Tacquet ne l'ont pas revoqué en doute. Mais ce principe n'est pas sûr entant qu'il en exclut tout autre, quelques Philosophes, & des plus éclairés, prétendent qu'il y faut joindre la distance apparente des objets qui nous les fait voir d'autant plus grands que nous les jugeons plus éloignés. C'est sur cela qu'a roulé la fameuse question de la grandeur de la Lune vûë à l'Horison ou au Meridien *. M. Varignon pour s'accommoder à tout dans son Problême des Allées d'Arbres sans cependant prendre aucun parti sur la difficulté d'Optique, fait aussi entrer dans ce Problême l'augmentation de la grandeur apparente des objets selon leur distances. Il en resulte des Courbes plus compliquées & plus difficiles à construire, plus d'exercice, ou plus de jeu pour la Geometrie, & c'est ce qu'elle demande.

* V. l'Hist. de 1707. p. 160. & 161.

Il est fort remarquable que quand on a joint cette se-

conde Hipothese sur les apparences à la premiere, & qu'ayant supposé la premiere rangée d'Arbres en ligne droite, on cherche selon la formule de M. Varignon quelle doit être la seconde rangée pour faire paroître tous les Arbres paralleles, on trouve que c'est une Courbe qui s'approche toûjours de la premiere rangée droite. Or cela est réellement impossible, car si deux rangées droites paralleles font paroître les Arbres non paralleles & s'approchants, à plus forte raison deux rangées non paralleles & qui s'approchent feront-elles cet effet. C'est donc là une trés grande difficulté contre la seconde Hipothese des apparences, & on la doit à une Geometrie assés abstruse, qui seule pouvoit aller jusques-là. Je dis qu'*on la doit*, car c'est beaucoup que de connoître toutes les difficultés. Nous avons déja vû ailleurs d'autres exemples d'Hipotheses phisiques, qui étant introduites dans des calculs geometriques, menent à des conclusions visiblement fausses, ce qui fait voir que ces principes ou ne sont pas employés par la Nature, ou le sont avec des modifications que nous ne connoissons pas. La Geometrie peut être en ce sens-là une bonne Pierre de touche pour la Phisique.

M. de Traytorens, dont nous avons déja parlé ci-dessus *, donna encore cette année à l'Academie une Theorie où il rendoit plus generale & infinement generale celle des Dévelopées. Il avoit pris sans le sçavoir le même dessein que M. de Reaumur avoit déja executé, & que nous avons expliqué d'aprés lui en 1709 *. Nous y avons appellé Dévelopées *imparfaites* celles qu'il considéroit & que M de Traytorens considera aussi, & dont les Dévelopées proprement dites ou *parfaites* ne sont qu'un cas particulier. Mais comme il n'est pas possible que deux esprits differents donnent le même tour à la même idée, M. de Traytorens averti qu'il avoit été prévenu, jugea avec raison que quoi-que le fond du sujet ne fût plus

* p. 42.
* p. 64. & suiv.

nouveau, du moins la maniere dont il ſe traitoit auroit la grace de la nouveauté. De plus il arrivoit à des concluſions nouvelles & importantes, & c'eſt à quoi nous allons nous attacher uniquement, en laiſſant tout ce qui eſt commun pour le fond aux deux Geometres.

On ſçait que la rectification des Courbes eſt une des plus difficiles recherches de la Geometrie la plus élevée. La Theorie des Dévelopées y eſt fort utile. M. le Marquis de l'Hôpital qui n'a traité que des Dévelopées parfaites a démontré que quand la Courbe produite par le dévelopement, que j'appelle *Dévelopante*, étoit geometrique, la Developpée étoit geometrique auſſi, & de plus rectifiable. Ainſi comme il n'y a point de Courbe qui ne puiſſe être priſe pour Dévelopante, & qui n'ait ſa Dévelopée, le nombre infini des Courbes geometriques donne une infinité de Courbes geometriques rectifiables. Telles ſont les Dévelopées de toutes les Paraboles, Hiperboles, Ellipſes, &c. Il eſt vrai que la Dévelopée du Cercle n'eſt que ſon centre ou un point, mais un point eſt geometrique dans le ſens où l'on prend ce mot, & il eſt de lui-même tout *rectifié* autant qu'il peut l'être.

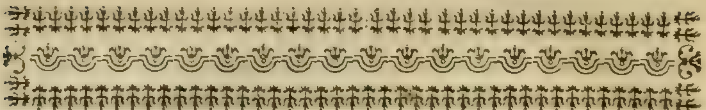
Une Dévelopante non geometrique ou mécanique ne peut donc avoir une Dévelopée geometrique & rectifiable. Ainſi la Cycloïde a une Dévolpée rectifiable, mais non pas geometrique, puiſque c'eſt une autre Cycloïde égale & ſemblable, mais differemment poſée. Il en va de même de la Logarithmique Spirale.

Reciproquement ſi la Dévelopée n'eſt geometrique & rectifiable, la Dévelopante n'eſt point geometrique. Ainſi la Dévelopante de la Logarithmique ne peut l'être, puiſque la Logarithmique n'eſt ni geometrique ni rectifiable, & même la Dévelopante de la Parabole ordinaire n'eſt pas geometrique non plus, parce que cette Parabole, quoi-que geometrique, n'eſt pas rectifiable.

Voilà les principales connoiſſances qu'on avoit tirées de la Theorie des Dévelopées par rapport à la rectification

des Courbes. M. de Traytorens en rendant generale la Theorie des Dévelopées, y ajoûte 1°. Que si une Dévelopante prise à sa maniere, qui revient à celle de M. de Reaumur, est une Courbe geometrique concave du même côté, sa Dévelopée est toûjours une autre Courbe geometrique, dont la difference a une ligne droite connuë sera aussi petite qu'on voudra. 2°. Que si la longueur de cette Dévelopée est entierement connuë, elle déterminera celle de la Dévelopante, supposé que la Dévelopée n'ait point de point de rebroussement. 3°. Que si elle en a un, & qu'on puisse prendre de part & d'autre de ce point deux arcs égaux, on aura toûjours la longueur d'un arc de la Dévelopante. Ces nouvelles rectifications ne peuvent manquer d'avoir beaucoup de prix chés les Geometres, du moins chés ceux qui cherchent à élever toûjours de plus en plus des speculations si glorieuses à l'esprit humain.





ASTRONOMIE.

SUR LES SATELLITES. EN GENERAL.

V. les M. p. 146.

C'A été depuis 1610 jusqu'en 1684, ou dans l'espace de 74 ans au dernier siecle, que l'Astronomie s'est enrichie de 9 Satellites, & de l'Anneau de Saturne, qui est une espece de Satellite continu & immobile, ou peut-être un amas d'un nombre prodigieux de Satellites mobiles & séparés. Mais ce qui a enrichi l'Astronomie a aussi augmenté ses peines & son travail. Nous l'avons assés fait voir toutes les fois que nous avons parlé des Satellites ou de l'Anneau *.

* V. l'Hist. de 1705. p. 117. & suiv. de 1712. p. 68. & suiv. de 1714. p. 71. & suiv. de 1715. p. 36. & suiv. de 1716. p. 54. & suiv & 57. & suiv.

La Theorie des Satellites en general a déja été ébauchée en 1716 d'aprés M. Cassini, nous y avons consideré les révolutions des Satellites rapportées comme elles doivent l'être à leurs Planetes principales, qui en sont les centres; mais il reste le point le plus important & le plus difficile de cette Theorie generale, que M. Cassini a traité dans toute son étenduë, & par des méthodes geometriques. Il s'agit de l'inclinaison des Orbes des Satellites sur celui de leurs Planetes, & des intersections ou Nœuds de ces differents Orbes. Il suffit de considerer un seul Satellite qui tourne autour de sa Planete qu'on appelle *principale*.

Ce Satellite est précisément par rapport à sa Planete ce que la Lune est par rapport à la Terre, & par consequent la détermination des Eclipses qu'il souffrira en tombant dans l'ombre de sa Planete, & celle de la grandeur de ces Eclipses,

Eclipses, dépendent de la détermination exacte des nœuds de son Orbite avec celle de la Planete & de l'angle sous lequel se fait cette intersection, ou, ce qui est la même chose, de l'inclinaison de son Orbite sur celle de la Planete. Or on sçait de quelle importance sont les Eclipses des Satellites, & combien on a déja tiré d'utilité de celles des Satellites de Jupiter. Il est aisé de voir aussi que la connoissance de ces nœuds, & de cette inclinaison est essentielle pour toutes les déterminations du mouvement du Satellite.

Il faut bien remarquer que ce sont précisément les nœuds & l'inclinaison de l'Orbe du Satellite avec celui de sa Planete dont il s'agit ici, & non pas des nœuds ou de l'inclinaison de l'Orbe du Satellite avec l'Orbe de la Terre, ou l'Ecliptique. De plus il s'agit précisément des nœuds & de l'inclinaison *veritables* de l'Orbe du Satellite avec celui de sa Planete, c'est-à-dire, tels que les a le Satellite vû de sa Planete, & non pas de ces nœuds ou inclinaison *apparents*, c'est-à-dire, tels que les a le Satellite vû de la Terre. De-là vient la grande difficulté de ces connoissances, car nous sommes sur la Terre, d'où il n'y a que le mouvement de la Lune, nôtre Satellite, & dont il n'est point ici question, qui puisse nous paroître régulier, tous les autres sont extrêmement défigurés pour nous par le desavantage du point de vûë. Il faut rectifier par beaucoup de raisonnements geometriques les apparences trompeuses que nous donnent les Observations, aprés quoi le vrai ou le réel étant connu, il faut enfin pour l'usage de l'Astronomie le réduire aux apparences qu'il donnera sur la Terre.

Nous repeterons, peut être sans necessité, ce que nous avons déja dit bien des fois en traitant cette matiere. La circonference d'un Cercle rapportée sur une surface plate, ou qui paroît plate, n'est vûë comme une ligne droite, que quand l'Oeil est dans le plan de ce Cercle prolongé ou non. Hors de-là cette circonference est vûë comme

une Ellipse d'autant plus ouverte, ou dont le petit axe est d'autant plus grand par rapport au grand, que l'Oeil est plus éloigné d'être dans le plan de ce Cercle, ou, ce qui est le même, plus élevé sur ce plan.

C'est donc le petit axe, ou plustôt la moitié du petit axe de l'Ellipse apparente qui mesure l'élevation de l'Oeil sur le plan du Cercle dont l'apparence a dégeneré en Ellipse.

L'élevation de l'Oeil doit être considerée comme vûë du centre de ce Cercle, & par consequent elle est un certain Sinus de ce Cercle.

La même élevation de l'Oeil vûë d'un centre plus éloigné est un sinus d'un moindre arc, ou de moins de degrés.

L'Oeil est toûjours supposé au centre de la Terre, & par consequent dans le plan de l'Ecliptique, qui est mené par les centres de la Terre & du Soleil.

Toutes les Planetes principales ayant chacune leur Orbite ou Ecliptique qui passe par le centre du Soleil, & toutes ces Orbites étant differentes, excepté les deux Nœuds ou points opposés où elles se coupent toutes prises deux à deux, l'Oeil ne peut être dans le plan de l'Orbite d'aucune Planete principale que quand il est, ou, ce qui est le même, quand la Terre est dans un Nœud de son Ecliptique avec l'Orbite de cette Planete.

Les Orbites des Satellites sont des plans menés par le centre d'un Satellite & par celui de sa Planete principale. Toutes ces Orbites peuvent être & sont réellement differentes de celles de leurs Planetes principales, & même de celles des autres Planetes auxquelles elles ne se rapportent point, d'où il suit que les Orbites des Satellites autour de leurs Planetes ont aussi leurs Nœuds avec nôtre Ecliptique.

Tout cela posé, je suppose qu'on ait observé que le mouvement d'un Satellite en un certain temps se faisoit en ligne droite par rapport aux Etoiles fixes, ou, ce qui revient au même, passoit par le centre de la Planete principale, on sçait donc qu'alors l'Orbite du Satellite étoit vûë comme une ligne droite, & par consequent que la

Terre étoit dans un Nœud de ſon Ecliptique avec cette Orbite. Or le lieu de la Terre ou du Soleil dans l'Ecliptique eſt toûjours connu, ou aiſé à connoître.

On voit enſuite que le mouvement du Satellite ne ſe fait plus en ligne droite, ou qu'il ne paſſe plus par le centre de la Planete principale, mais à quelque diſtance, & à une diſtance de jour en jour plus grande, juſqu'à ce qu'enfin cette diſtance devenuë la plus grande qu'elle puiſſe être recommence à diminuer.

L'Oeil ayant été dans le plan de l'Orbe du Satellite lorſqu'il l'a vû paſſer par le centre de la Planete principale, il n'eſt plus dans ce plan lorſqu'il le voit paſſer à quelque diſtance de ce centre, & plus cette diſtance eſt grande, plus l'Oeil s'éleve ſur le plan, & quand cette diſtance eſt la plus grande qu'elle puiſſe être, l'Oeil eſt auſſi dans ſa plus grande élevation. Chaque diſtance eſt le petit demi-axe de l'Ellipſe apparente en laquelle dégenere chaque jour l'Orbe circulaire réel du Satellite, & la plus grande diſtance eſt le petit demi-axe de la plus grande Ellipſe ou de l'Ellipſe la plus ouverte en laquelle il puiſſe dégenerer, & en même temps cette plus grande diſtance meſurant la plus grande élevation poſſible de l'Oeil ſur l'Orbe du Satellite, elle détermine l'angle ſous lequel cet Orbe coupe nôtre Ecliptique, ou l'inclinaiſon de ces deux plans.

Voilà ce que l'Obſervation donne immediatement, mais ce n'eſt pas-là ce qu'on cherche; il en faut tirer le lieu où ſe fait dans le Zodiaque le Nœud de l'Orbe du Satellite avec celui de la Planete principale, & l'angle de l'inclinaiſon de ces deux plans l'un à l'autre.

Si dans le même temps où l'on voit le Satellite paſſer par le centre de ſa Planete, & où par conſequent la Terre eſt dans le Nœud de l'Orbe du Satellite avec nôtre Ecliptique, la Terre étoit auſſi dans le Nœud de l'Orbe de la Planete principale avec nôtre Ecliptique, le lieu où la Planete ſeroit rapportée dans le Zodiaque par la Terre, ou le lieu apparent de la Planete, ſeroit le même que le lieu du

Nœud de l'Orbe du Satellite avec nôtre Ecliptique. Et comme par la ſuppoſition la Terre ſeroit alors dans le plan de l'Orbe de la Planete principale, le lieu du Nœud de l'Orbe du Satellite avec l'Orbe de ſa Planete, vû de la Terre, ſeroit le même que le lieu du Nœud de l'Orbe du Satellite avec nôtre Ecliptique, ou le lieu apparent de la Planete principale dans le Zodiaque. Par conſequent ſi la Planete étoit vûë du Soleil, ſon lieu dans le Zodiaque qui ſeroit alors le vrai, ſeroit le même que le vrai lieu du Nœud de l'Orbe du Satellite avec l'Orbe de la Planete principale, qui eſt celui qu'on cherche. Or quand on a le lieu d'une Planete, vû de la Terre, ſon lieu vû du Soleil, eſt trés aiſé à trouver.

Le vrai lieu du Nœud du Satellite étant ainſi trouvé, reſte à trouver l'inclinaiſon de ſon Orbe ſur celui de la Planete principale. Pour cela il faut obſerver le mouvement de la Planete par rapport à une Etoile fixe, la ligne droite ſelon laquelle il ſe fait, coupe ſous un certain angle la droite ſelon laquelle le Satellite ſe meut en ce temps là par la ſuppoſition. Mais cet angle n'eſt pas encore celui qu'on cherche, car le mouvement de la Planete principale qu'on a obſervé n'eſt que ſon mouvement apparent, ou vû de la Terre, il eſt compoſé & de ſon mouvement vrai autour du Soleil, & de celui de la Terre autour du même centre. Il faut donc le décompoſer, & ne prendre que la route que tiendroit la Planete vûë du Soleil. L'inclinaiſon de cette route à celle du Satellite eſt la veritable inclinaiſon de l'Orbe du Satellite à celui de ſa Planete.

Ce cas où la Terre eſt en même temps dans le Nœud du Satellite & dans celui de la Planete principale avec nôtre Ecliptique, eſt le plus ſimple & le plus facile de tous, mais auſſi c'eſt le plus rare, & il faut preſque toûjours ſe paſſer de l'avantage d'avoir la Terre dans le Nœud de la Planete principale avec l'Ecliptique. On n'a donc alors que le Satellite dans ſon Nœud avec l'Ecliptique, & on

eſt obligé à retrouver par raiſonnement ce que l'on n'a pas par le bonheur du temps de l'obſervation. Dans le premier cas l'Oeil étoit dans le plan de l'Orbe de la Planete, & dans le ſecond il eſt élevé ſur ce plan, & il faut trouver cette élevation qui eſt proportionnée à la diſtance de la Planete à ſon Nœud avec l'Ecliptique. Cette élevation de l'Oeil, qui eſt l'inclinaiſon apparente de l'Orbe de la Planete ſur l'Ecliptique, étant connuë, & d'ailleurs l'inclinaiſon de la route du Satellite ſur la route de la Planete l'étant auſſi, on aura enfin la veritable inclinaiſon de l'Orbe du Satellite ſur celui de la Planete.

De même dans le premier cas on trouvoit que le lieu de la Planete, vû du Soleil, étoit celui du Nœud de la Planete avec ſon Satellite, mais dans le ſecond on ne peut plus que trouver la diſtance de ces deux lieux, & on ne la conclut que par un aſſés long circuit. Elle dépend en partie de l'inclinaiſon déja connuë de l'Orbe de la Planete ſur celui du Satellite, & en partie de l'élevation de l'Oeil ſur l'Orbe de la Planete. Cette élevation eſt proportionnée à la diſtance de la Terre ou du Soleil au Nœud de la Planete avec l'Ecliptique. Mais comme cela ne donne que l'élevation de l'Oeil ſur l'Orbe de la Planete telle qu'elle ſeroit vûë du Soleil, il la faut avoir enſuite telle qu'elle eſt vûë de la Planete même, ce qui demande la connoiſſance des diſtances de la Terre au Soleil & à la Planete.

Que ſi dans le temps de l'obſervation fondamentale le Satellite n'étoit pas vû ſe mouvoir en ligne droite, ou, ce qui revient au même, paſſer préciſément par le centre de ſa Planete principale, les raiſonnements neceſſaires deviendroient encore beaucoup plus compliqués. Il faudroit par l'eſpece de l'ellipſe que le Satellite décriroit, c'eſt-à-dire, par la proportion du petit axe de cette Ellipſe au grand, déterminer combien il ſeroit éloigné de décrire une ligne droite, c'eſt-à-dire, à quelle diſtance il ſeroit de ſon Nœud avec l'Ecliptique, & de-là tirer tout le reſte.

Nous n'avons donné qu'une idée trés-ſuperficielle des

Methodes de M. Caſſini, elles ſont d'un trop grand détail & trop geometriques. Nous avons même évité de parler des diſtinctions qu'il faut faire entre un Nœud Aſcendant ou le Deſcendant, entre des inclinaiſons qui ſont d'un ſens ou d'un autre par rapport à l'Orient & à l'Occident, au Septentrion & au Midi, entre la poſition de l'Oeil au deſſus ou au deſſous d'un plan. Nous n'avons preſque ſongé qu'à faire ſentir les difficultés, & en effet cette matiere eſt la plus épineuſe de toute l'Aſtronomie, & celle qui fait le plus d'honneur à la ſubtilité de l'Art.

SUR LA DISTANCE DES ETOILES fixes à la Terre, & ſur leur grandeur.

V. les M. p. 256.

CEUX qui n'ont pas d'idée de l'Aſtronomie prendroient volontiers pour des réveries de Sçavants tout ce qu'ils entendent dire ſur les diſtances des Planetes à la Terre & ſur leurs grandeurs. Tout cela eſt cependant déterminé aſſés préciſément, & preſque auſſi préciſément, les proportions gardées, que s'il s'agiſſoit d'Objets terreſtres & peu éloignés de nous. Mais on ne peut diſconvenir qu'aux Etoiles fixes tout l'Art ne ſoit en défaut, du moins juſqu'à preſent.

C'eſt à Mars que finiſſent les connoiſſances des diſtances que l'on peut avoir par les parallaxes horiſontales, c'eſt-à-dire, par la difference des deux Lieux d'une même Planete vûë en même temps du centre de la Terre, ou de deſſus ſa ſurface *. Encore la diſtance de Mars eſt-elle trés difficile à attraper par cette voye. Celles des deux Planetes qui ſont au deſſus, Jupiter & Saturne, ne ſe peuvent connoitre que par les parallaxes annuelles de leurs Orbes, qui ſont auſſi leurs *ſecondes inégalités* *, ou par la Regle de Kepler, qui s'étend à tous les corps celeſtes mus autour d'un centre commun. Mais il eſt trés viſible que tous ces moyens ceſſent abſolument à l'égard des Etoiles fixes.

*V. l'Hiſt. de 1706. p. 95. & ſuiv.

* V. l'Hiſt. de 1704. p. 65. & ſuiv.

Si elles étoient toutes égales au Soleil, & que nous connussions leurs grandeurs apparentes, nous jugerions par le rapport de ces grandeurs à celle du Soleil quel seroit le rapport des distances où elles sont de la Terre à celle où en est le Soleil qui est connuë. Ainsi, par exemple, une Fixe égale au Soleil, & dont le diametre apparent seroit 1000 fois plus petit, seroit 1000 fois plus éloignée de la Terre, ou en seroit à 1000 fois 33 millions de lieües. Mais outre que la supposition de l'égalité de toutes les Fixes, ou même d'une seule Fixe & du Soleil seroit tout-à-fait gratuite, nous ne connoissons point les grandeurs apparentes des Fixes. Celles qu'elles ont à la vûë simple sont tout-à-fait fausses, à cause du rayonnement & de la scintillation, qui étend beaucoup trop ces objets lumineux & éloignés, & de plus rend leurs diametres indéterminables. Et quand on regarde les Fixes avec la Lunette, elles sont à la verité dépoüillées de cette scintillation trompeuse, mais ce ne sont plus que des points, & il est presque impossible de trouver une grandeur aux plus grandes. Cela seul suffit pour donner une idée de leur prodigieux éloignement; quel doit-il être si une Lunette qui grossit les objets 200 fois ne fait paroître la plus grande Etoile fixe que comme un point?

M. Huguens dans son *Cosmotheoros*, a imaginé un moyen de mesurer la distance des Fixes, digne de sa grande sagacité. Il a choisi Sirius, la plus grande & la plus lumineuse de toutes les Fixes qui paroissent sur nôtre horison, & l'a supposé égal au Soleil. Il a disposé une Lunette de sorte qu'elle diminuât le Soleil jusqu'à ne le faire plus paroître qu'égal en grandeur & en clarté à Sirius, aprés quoi ayant calculé selon les Regles de la Dioptrique qu'il avoit réduit le diametre du Soleil à n'être que la 27664me. partie de ce qu'il nous paroît ordinairement, il a conclu qu'il avoit fait la même chose que s'il avoit porté le Soleil à une distance de la Terre 27664 fois plus grande que celle où il est, & que par consequent Sirius,

s'il est égal au Soleil, est éloigné de nous de 27664 fois 33 millions de lieües.

* p. 80. & suiv.

Nous avons dit en 1699 * que selon le Sistême de Copernic la Terre dans l'espace de 6 mois est plus proche ou plus éloigné de la même Etoile fixe de toute l'étenduë du diametre de son Orbe annuel, ou de 66 millions de lieües. Il semble donc que la Terre devroit voir cette Fixe plus grande & plus petite, ou du moins lui voir quelque variation de position par rapport à des points immobiles, ce qui seroit une parallaxe. Si cette parallaxe est absolument insensible, c'est une difficulté contre le Sistême de Copernic, aisée cependant à digerer, & plus effrayante pour l'imagination que pour la raison. Si cette parallaxe se trouve être de quelque grandeur, non seulement elle démontre à la rigueur le Sistême de Copernic, mais elle donne un moyen de mesurer la distance des Fixes, car on la trouvera geometriquement par la grandeur observée de l'angle de cette parallaxe, & par la grandeur connuë du diametre de l'Orbe annuel de la Terre, base de cet angle. Il est visible que plus l'angle qui aura toûjours cette même base sera petit, plus la distance des Fixes sera grande.

M. Cassini a tenté ce moyen, & comme il s'est bien attendu que l'angle, s'il y en avoit un, seroit trés petit, & que par consequent l'observation seroit trés délicate, il y a apporté toutes les attentions & toutes les précautions possibles. Il a pris pour son Etoile fixe Sirius, non seulement pour la même raison que M. Huguens, mais pour d'autres encore plus astronomiques & plus recherchées. Il a observé assidüement Sirius pendant une année entiere.

Il ne suffit pas que Sirius varie de position, il faut qu'il varie comme il doit varier, supposé le mouvement de la Terre, autrement la variation de Sirius ne prouveroit ni ne donneroit la parallaxe qu'on cherche.

Sirius fut posé d'abord dans le fil horisontal de la Lunette qui étoit fixe & immobile, & l'épaisseur de ce fil se trouva heureusement égale au diametre apparent de Sirius, de sorte

de ſorte qu'il en étoit caché entierement. On jugea par là que le diametre apparent de Sirius étoit de 5 ou 6″ au plus. Si l'Etoile n'avoit nulle variation de hauteur, elle devoit toutes les fois qu'elle repaſſoit par la Lunette paſſer exactement derriere le fil, mais elle paſſa tantôt au deſſus, tantôt au deſſous, & ne s'éleva jamais au deſſus pendant toute l'année d'obſervation, ni ne s'abaiſſa au deſſous de plus que de l'épaiſſeur de ce fil ou de ſon diametre apparent.

A une même hauteur ſur l'Horiſon, comme celle où étoit toûjours Sirius en paſſant par le fil de la Lunette, les refractions ſont inégales en differentes ſaiſons de l'année, plus grandes ordinairement en Hiver qu'en Eté. Sirius ayant paru à la même hauteur dans l'une & dans l'autre ſaiſon, il étoit donc réellement plus bas en Hiver, & il avoit une vraye difference de poſition cauſée par le mouvement annuel de la Terre, ou une parallaxe, & plus l'inégalité des réfractions de l'Hiver à l'Eté ſera grande, plus cette parallaxe le ſera auſſi. Mais cela ſuppoſe l'inégalité des réfractions d'une ſaiſon à l'autre conſtante & reguliere, & l'on ſçait qu'elle ne l'eſt pas aſſez, & de plus pour en tirer une parallaxe ſenſible, il la faudroit ſuppoſer plus grande qu'elle ne peut l'être par toutes les obſervations qu'on en a faites.

Ainſi les variations de la hauteur de Sirius dans la Lunette pourroient n'être qu'un effet de l'inégalité irreguliere des refractions, & ſi l'on ne veut pas y rapporter tout, l'angle de la parallaxe de Sirius ſera tout au plus de 6″, ce qui donne la diſtance de la Terre à Sirius plus de 43700 fois plus grande que celle de la Terre au Soleil, au lieu que M. Huguens ne la trouvoit que de 27664 fois plus grande.

La diſtance de Sirius trouvée par M. Caſſini étant ſuppoſée, il eſt aiſé de trouver la grandeur veritable de cette Etoile, car on a un Triangle rectangle où l'on connoît un angle aigu de 6″ ſous lequel eſt vû le diametre

de Sirius, & un côté qui est sa distance à la Terre. Delà il resulte que le diametre de Sirius est 100 fois plus grand que celui du Soleil, qui est 100 fois plus grand que celui de la Terre.

Tout le monde sçait que les Etoiles fixes sont divisées en 6 Classes par rapport à leur grandeur apparente vûë à l'œil nud. Si l'on suppose qu'elles soient à peu-prés égales entre elles, & que leurs diametres apparents décroissent selon la proportion des nombres depuis 6 jusqu'à 1, celles de la 6me. grandeur, qui est la moindre, seront donc 6 fois plus éloignées de la Terre que Sirius; & celles qu'on ne voit qu'avec des Lunettes qui grossissent 200 fois seront 1200 fois plus éloignées. Mais que toutes les Fixes soient égales entre elles, ce n'est point une supposition recevable en bonne Phisique, on voit bien par-tout certaines proportions, mais non pas de l'égalité.

Si au contraire on suppose toutes le Fixes également éloignées de la Terre, celles de la 6me. grandeur auront un diametre 6 fois plus petit que celui de Sirius, & qui par consequent sera la 6me. partie de celui du Soleil, & plus de 16 fois plus grand que celui de la Terre; & celles qu'on ne voit qu'avec de bonnes Lunettes auront un diametre 12 fois moindre que celui de la Terre. Mais la supposition de l'éloignement égal des Fixes n'est pas non plus recevable, ne fût-ce que parce qu'elle est trop conforme au temoignage des sens, qui nous les representent comme attachées à une même Voute. Il n'est pas possible que des corps dont le diametre seroit 12 fois plus petit que celui de la Terre, ou 120000 fois plus petit que celui de Sirius soient visibles, même aux Lunettes, à la même distance où est Sirius.

Il n'y a d'idée raisonnable que l'inégalité tant de la grandeur des Fixes que de leurs distances à la Terre. Comme il n'y a pas d'apparence que Sirius soit la plus grande, parce qu'elle nous le paroît, il faut que celles qui seront plus grandes soient plus éloignées, & il peut y en avoir

telle beaucoup plus grande que Sirius, qui ne sera visible qu'aux meilleures Lunettes, à cause de son grand éloignement. Quelques Philiosophes ont déja soupçonné que le Soleil étoit une des plus petites Etoiles fixes, ou des plus petits Soleils. Des Fixes plus petites que Sirius peuvent aussi être plus éloignées que lui, & être du nombre de celles qui sont au dessous de la premiere grandeur, ou qui ne paroissent qu'aux Lunettes. De même il est plus vrai-semblable que des Fixes plus petites que Sirius sont plus proches de nous, mais enfin ces Fixes les plus proches ne peuvent l'être assés pour donner une parallaxe bien sensible de l'Orbe annuel de la Terre, c'est-à-dire, que le moindre éloignement qu'on puisse imaginer est tel, que par rapport à son étenduë *66* millions de lieües ne sont rien, ou du moins ne sont pas une grandeur dont on puisse bien s'assurer. Quelle immensité a donc ce que nous voyons de l'Univers ! & que sera-ce si ce que nous en voyons n'est encore qu'un point ?

NOus renvoyons entierement aux Memoires

Les Observations de l'Eclipse de Lune du 27 Mars par Mrs. de la Hire & Cassini. V. les M. p. 52. & 54.

L'Observation de l'Equinoxe de Mars par M. de la Hire. V. les M. p. 56.

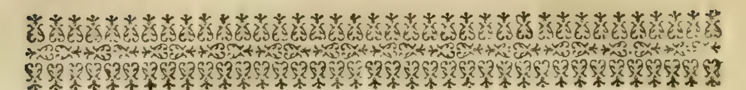
L'Ecrit de M. de la Hire sur un Micrometre universel. V. les M. p. 57.

Les Remarques du même sur l'invention du Micrometre, sur l'application du Pendule aux Horloges, &c. V. les M. p. 78.

Les Observations de l'Eclipse de Lune du 20 Septembre par Mrs. de la Hire, Maraldi, Cassini & Delisle le cadet. V. les M. p. 288. p. 292. p. 295. p. 299.

L'Observation de l'Eclipse d'Aldebaram par M. Maraldi. V. les M. p. 304.

La Construction d'une Horloge qui marque le Temps vrai, par M. de la Hire. V. les M. p. 238.



MECHANIQUE.

SUR LA PRESSION DES CILINDRES & des autres Corps par des Cordes.

V. les M. p. 195.

UN Cilindre étant posé fixement & horisontalement, si deux poids égaux sont suspendus aux deux extremités d'une Corde qui passe par dessus ce Cilindre, on conçoit que non-seulement il est tiré en embas dans toute sa masse selon la direction des deux bouts de Corde, qui dans la supposition presente sont tous deux verticaux, mais encore qu'il est pressé dans toute sa partie embrassée par la Corde, qui est la moitié d'une des circonferences circulaires dont sa surface est composée. C'est cette pression dont il s'agit. La direction de celle qui se fait sur un point quelconque de la demi-circonference embrassée est une ligne qui va de ce point au centre de la demi-circonference.

Si au lieu d'un Cilindre on supposoit un Parallelipipede comme une Poutre, le reste demeurant le même, on conçoit nettement qu'il y auroit encore la même traction en embas causée par les poids, mais plus de pression sur la surface du parallelipipede, parce que la Corde qui passeroit dessus ne feroit dans toute cette étenduë que la toucher, sans qu'on y pût imaginer aucune direction comprimante, si ce n'est sur les sommets des deux angles embrassés par la corde. Cela vient essentiellement de ce que cette surface du parallelipipede est plane.

De-là il suit que moins la surface courbe du Cilindre sera courbe, ou, ce qui revient au même, plus le rayon

du Cilindre fera grand, moins la compreſſion ſera grande, ou que la compreſſion eſt en raiſon renverſée des rayons des Cilindres, le reſte étant égal.

Si au lieu de deux poids égaux qui ne peuvent tirer que verticalement & parallelement entre eux, on imagine deux puiſſances égales, comme deux Hommes, qui tirent non parallelement entre eux depuis les deux directions où étoient les deux poids, juſqu'à celles où les deux Hommes ne feroient plus que tirer l'un contre l'autre ſans agir contre le Cilindre, la Corde ne faiſant plus que toucher en un point ſa ſurface ſuperieure, il eſt viſible que dans ce dernier cas il n'y aura plus de preſſion, & que juſque-là elle aura toûjours été en diminuant à meſure que la Corde embraſſoit un moindre arc de la circonference Cilindrique. Donc les preſſions ſont en raiſon des arcs embraſſés par la Corde.

Enfin il eſt bien clair qu'elles ſont d'autant plus grandes que les poids ou les puiſſances, ou, ſi l'on veu, que le poids total eſt plus grand.

Donc la preſſion eſt en raiſon directe tant du poids que de l'arc embraſſé par la Corde, & en raiſon renverſée du rayon du Cilindre, ce qui donne auſſi-tôt ſon expreſſion algebrique.

De-là M. Varignon a tiré d'abord un grand nombre de Corollaires, & enſuite il a rendu ſelon ſa coutume la Theorie plus generale.

Au lieu d'un Cilindre il prend un Cône droit. Pour juger de l'action d'une force quelconque, & par conſequent auſſi de la preſſion que nous conſiderons ici, il faut prendre cette action entant qu'elle eſt perpendiculaire à ce qui la reçoit. La preſſion s'exerce ſur la ſurface embraſſée par la Corde, & par conſequent il faut la prendre perpendiculaire à cette ſurface. Dans le Cilindre la ligne tirée d'un point quelconque de l'arc embraſſé à ſon centre eſt perpendiculaire à la ſurface cilindrique, mais dans le Cône cette ligne ainſi tirée n'eſt pas perpendicaire à la

ſurface conique. Il faut donc trouver cette perpendiculaire qui prend la place du rayon du Cilindre. Elle eſt d'autant plus differente de ce rayon, que le Cône eſt plus éloigné d'être un Cilindre, ou, ce qui revient au même, que l'angle du ſommet du Cône eſt plus grand.

Ce ſera donc par une pareille perpendiculaire à la ſurface des Corps qu'il faudra juger de la preſſion des Conoïdes, ou des Solides formés par la révolution d'une Courbe autour de ſon axe.

Si au lieu de ne faire paſſer la Corde que ſur une partie d'un des Cercles qui forment la ſurface du Solide, on fait pluſieurs tours de Corde, il eſt évident que puiſque dans le premier cas la preſſion eſt proportionnée à la grandeur de l'arc embraſſé par la Corde, elle le ſera dans celui-ci au nombre de tous les Cercles embraſſés, & que ce ſera encore la même choſe s'il y a un certain nombre de Cercles entierement embraſſés, plus une certaine partie de quelque autre Cercle voiſin.

SUR UNE MACHINE à élever de l'Eau.

V. les M. p. 67.

JE ſuppoſe une Roüe poſée verticalement, qui peut tourner ſur un eſſieu, & un poids ſuſpendu au rayon vertical inferieur de cette Roüe. Il agit de toute ſa force contre le centre de la Roüe qu'il tire en embas, & il le feroit deſcendre actuellement ſi ce centre n'étoit immobile, mais comme il l'eſt, il ſoutient le poids, qui n'a beſoin d'aucune autre puiſſance pour être ſoutenu.

Si le poids étoit appliqué à l'extrêmité d'un rayon horiſontal de la Roüe, il eſt évident qu'il ne feroit plus du tout ſoutenu, & qu'il ne le pourroit être que par une puiſſance, qui appliquée à l'extremité oppoſée de l'autre rayon horiſontal feroit égale à ce poids. La Roüe ne feroit alors qu'une Poulie ſimple.

De-là il ſuit que ſi la Roüe avec le poids a paſſé de la premiere poſition à la ſeconde, parce qu'une puiſſance appliquée à ſa circonférence l'a fait tourner, cette puiſſance qui dans la premiere poſition ne ſoutenoit point du tout le poids, & le ſoutient tout entier dans la ſeconde, en a toûjours ſoutenu dans toutes les poſitions moyennes une plus grande partie, juſqu'à ce qu'enfin elle ait ſoutenu le tout. Et en effet il eſt aiſé de voir que le bras de Levier par lequel le poids a agi a toûjours été plus grand, & enfin égal au rayon de la Roüe. La puiſſance a donc dû faire d'inſtant en inſtant un plus grand effort, & n'a pas pû agir avec uniformité, ce qui eſt un inconvenient conſiderable dans la pratique des Machines. Il vaudroit mieux que la puiſſance travaillât davantage, & plus également.

Cet inconvenient de l'inégalité d'action de la puiſſance ſe trouve dans une Machine à élever de l'eau décrite par Vitruve, qui l'appelle *Timpan*. L'eau eſt le poids qui étant pris d'abord par le rayon vertical inferieur de la Roüe ou Timpan doit être élevé au rayon horiſontal, & au deſſus. Nous ſuppoſons la deſcription de la Machine telle que M. de la Faye la donne d'aprés Vitruve. Toutes les autres Machines conſtruites ſur la même idée, ou ſur le même principe, ont le même défaut.

M. de la Faye a imaginé une autre Machine où il eſt abſolument ſauvé, & qui a toûjours cela de commun avec le Timpan qu'elle n'éleve qu'à la hauteur du centre de ſa Roüe l'eau qu'elle va puiſer dans un Reſervoir, & qu'elle la vuide par ſon centre.

Il eſt connu de tous les Geometres que ſi on dévelope une Courbe, tous les Rayons de cette Courbe dévelopée ſont ſes Tangentes, & en même temps ſont perpendiculaires à la Dévelopante. On peut déveloper un Cercle comme toute autre Courbe, & ſa Dévelopante eſt une certaine Courbe déterminée, dont il eſt aiſé de ſe repreſenter le contour. Le Moyeu ou Treüil horiſontal à la hauteur duquel on veut élever l'eau étant un Cilindre, il faut

concevoir qu'une des circonferences circulaires qui forment sa surface cilindrique ayant été entierement dévelopée, on donne la courbure de la Dévelopante à un Canal qui par son extremité la plus éloignée du Treüil ira puiser l'eau, & la rendra par l'autre quand le Treüil aura tourné.

Cela posé, l'eau contenuë dans le Canal courbe n'en presse la surface interieure que selon une perpendiculaire, & à cause de la courbure supposée du Canal, cette perpendiculaire au Canal est en même temps Tangente du Treüil, & cela en quelque endroit du Canal que l'eau puisse être. Son poids agit donc toûjours par des Tangentes d'un même Cercle, & par consequent toûjours uniformément, car le Cercle ayant une courbure uniforme, toutes ses Tangentes lui sont appliquées de la même maniere. Puisque le poids agira toûjours uniformément, la puissance qui s'élevera n'aura besoin que d'exercer contre lui une action toûjours égale.

Il y a encore plus. Le poids agissant toûjours par une Tangente a un Cercle du Treüil, cette Tangente est la ligne de direction de son action sur la Machine, or cette ligne étant déterminée soit pour un poids, soit pour une puissance, il n'importe en quel point de la ligne on conçoive que l'un ou l'autre soit appliqué, tout ce qui importe c'est la distance de la direction au point d'appui déterminée par une perpendiculaire qui se tire du point d'appui sur la ligne de direction. Il est donc sûr que le poids de l'eau en quelque endroit du canal courbe qu'elle se trouve, ou par quelque longue Tangente qu'il agisse peut & doit être consideré comme appliqué à la circonference du Cercle du Treüil, & que sa distance au point d'appui, qui est le centre immobile de ce Cercle, en est le rayon toûjours perpendiculaire à sa Tangente. Ainsi le bras du levier par lequel agit le poids de l'eau est toûjours égal, ce qui revient à l'uniformité de son action; mais d'ailleurs il faut comparer ce bras de levier à celui

par le-

par lequel agit la puiſſance qui éleve l'eau.

Chaque Rayon de la Dévelopée étant égal à l'arc correſpondant de la Courbe dévelopé juſque-là, il eſt clair que quand le Cercle du Treüil eſt entierement dévelopé, le Rayon de la Dévelopée, ou, ce qui eſt la même choſe, la diſtance du Treüil à l'extremité du Canal courbe eſt égale à la circonference du Cercle dévelopé. Si la puiſſance eſt appliquée à cette extremité du Canal, elle agit donc par un bras de levier égal à la circonference d'un Cercle, tandis que le poids n'agit que par un bras égal au rayon de ce même Cercle, c'eſt-à-dire, que l'avantage mecanique de la puiſſance ſur le poids eſt un peu plus grand que de 6 à 1, ce qui eſt trés conſiderable. Voilà ce qu'a produit à M. de la Faye une idée priſe dans les ſpeculations de Geometrie, & heureuſement tranſportée à la pratique. Du temps de Vitruve, & juſqu'au temps de M. Huguens, on n'a pas pû imaginer une pareille Machine.

SUR LES PRINCIPES DE L'ACTION DES FLUIDES.

ON imagine ordinairement les Solides & les Fluïdes comme deux eſpeces de Corps qui n'ont de commun que l'étenduë & les autres proprietés generales, mais quand on y penſe un peu plus philoſophiquement, on voit bientôt que les Fluïdes ne doivent être que des amas d'un nombre preſque infini de Solides preſque infiniment petits, qui n'ont enſemble nulle liaiſon, & par conſequent ont une extrême facilité à ſe mouvoir indépendemment les uns des autres. Pour plus de ſimplicité on peut concevoir en general que ces petits Solides ſont des Boules ou des Spheres. C'eſt ſous cette idée que M. Saulmon a pris les Fluïdes dont il a voulu conſiderer les diſ-

ferentes actions. Tout se réduit à examiner & à calculer selon les regles établies du Mouvement les efforts d'un amas de Spheres d'une grandeur quelconque mües selon certaines conditions ; quand leurs efforts seront trouvés, il n'y aura plus qu'à concevoir la grandeur de ces Spheres extrêmement diminuée, & si l'on veut jusqu'à l'infiniment petit, & on aura à trés-peu prés des efforts de Fluïdes & on les aura sans aucune erreur sensible, car les petits Solides élementaires qui forment les Fluïdes sont infiniment petits par rapport à tous les autres corps que nous pouvons mesurer.

Pour conduire cette question par les degrés que demande l'ordre d'acquerir des connoissances, il faut d'abord, comme a fait M. Saulmon, concevoir une Colonne verticale formée de Spheres d'une grandeur finie arbitraire, toutes égales entre elles, sans pesanteur & sans ressort. On les suppose sans pesanteur, pour n'y considerer que le mouvement qui leur sera imprimé, & sans ressort, afin que ce mouvement se communique des unes aux autres de la maniere la plus simple. La Colonne est formée de sorte qu'il y a une premiere Sphere posée sur deux autres qu'elle touche, les deux sont posées sur une seule qu'elles touchent aussi, & toûjours ainsi de suite ; une Sphere seule est posée sur deux, & deux sur une, & enfin la Colomne se termine par une seule Sphere de même qu'elle avoit commencé. Elle a autant d'especes d'*étages* qu'il y a de fois ou une Sphere ou deux Spheres, & puisqu'elle est terminée en haut & en bas par une Sphere seule le nombre des étages est necessairement impair, & dans la supposition presente le nombre des étages à une Sphere seule est la plus grande moitié du nombre total. La Colonne verticale est posée sur un plan horisontal, & puisqu'elle est sans pesanteur, & jusqu'ici sans mouvement, elle ne presse point du tout ce plan, ou ne fait aucun effort contre lui.

Mais si on donne à la premiere Sphere une impulsion

verticale de haut en bas, ou, ce qui eſt la même choſe, ſi la premiere Sphere devient ſeule peſante, quelle impreſſion toute la Colonne fera-t-elle ſur le plan qui la porte, ou quelle ſera la charge de ce plan d'appui ? L'impulſion verticale que la premiere Sphere a reçûë & qu'elle doit communiquer aux deux qui la portent, ou l'impreſſion verticale qu'elle fait ſur ces deux en vertu de ſa peſanteur, n'eſt plus verticale quand elle agit ſur elles, mais neceſſairement oblique à l'horiſon, car la premiere Sphere ne preſſe ni l'une ni l'autre des deux inferieures qui la portent que ſelon une ligne qui joint ſon centre avec celui de cette inferieure, & qui par conſequent eſt oblique à l'horiſon. Ainſi l'impreſſion verticale de la premiere Sphere ſur les deux inferieures doit ſe décompoſer, & par la même raiſon l'impreſſion des deux Spheres du 2d. étage ſur la Sphere ſeule du 3me. doit ſe décompoſer encore, & on trouve par le calcul de ces décompoſitions que de l'impreſſion verticale de la Sphere ſeule du 1er. étage il n'en arrive à celle du 3me. ſeule auſſi que la moitié, à celle du 5me. que le quart, & toûjours ainſi de ſuite ſelon une progreſſion geometrique ſoudouble, de ſorte que ſi la Colonne a 13 étages, la derniere Sphere ne reçoit que la 64me. partie de l'impreſſion de la premiere, & par conſequent le plan d'appui n'eſt chargé que de cette 64me. partie.

Plus le nombre des étages ſera grand, moins ſera grande la charge du plan d'appui, & enfin ſi ce nombre étoit infini, la charge du plan d'appui ſeroit infiniment petite ou nulle, de même qu'une progreſſion geometrique ſoudouble qui a une infinité de termes ne peut aboutir qu'à l'infiniment petit ou à Zero.

Ce qui diminuë toûjours la charge du plan d'appui, c'eſt que toutes les Spheres, tant celles qui ſont ſeules à leur étage, que celles qui y ſont deux, n'agiſſent ſur les étages inferieurs que par des lignes obliques à l'horiſon, ce qui fait que dans ces directions obliques, lorſqu'on les

conçoit décompoſées, il n'y a que ce qu'elles ont de vertical qui ſerve à la preſſion du plan, & que tout l'horiſontal y eſt inutile. Et il n'eſt pas étonnant que l'impreſſion verticale de la premiere Sphere, qu'on ſuppoſe ſeule peſante, ſe partageant toûjours à un plus grand nombre de Spheres, devienne toûjours moindre dans chacune, & enfin infiniment petite quand elle s'eſt infiniment partagée.

Nous n'avons encore conſideré que ce qui reſulte de l'impreſſion verticale d'une ſeule Sphere la premiere de toute la Colonne. Mais ſi la Colonne, toûjours terminée par une ſeule Sphere, commençoit par deux qui euſſent chacune une impulſion verticale ou une peſanteur égale à celle de la Sphere ſeule, quelle charge en reſulteroit à la derniere Sphere ou au plan d'appui? Il ſe trouve par la décompoſition des directions que la Sphere ſeule à ſon étage qui porteroit ces deux premieres, recevroit les trois quarts de la ſomme de leurs impulſions, que la Sphere ſuivante ſeule à ſon étage recevroit la moitié de ces trois quarts, & toûjours ainſi de ſuite ſelon une progreſſion geometrique ſoudouble, de ſorte que la Sphere ſeule que l'on ſuppoſe qui termineroit la Colonne, ou le plan d'appui, recevroit une impulſion d'autant moindre que le nombre des termes de cette progreſſion, ou des étages de la Colonne ſeroit plus grand. Il eſt clair que la quantité de cette impulſion eſt déterminée par le terme correſpondant de la progreſſion.

On a donc les deux differentes impreſſions que feroient ſur le plan d'appui deux Colonnes formées de Spheres égales & d'un nombre d'étages donné ou connu, l'une commençant par une Sphere, la ſeule de toutes qui fût peſante, l'autre par deux ſeules peſantes auſſi, & toutes deux terminées par une ſeule Sphere.

Maintenant ſi l'on ſuppoſe que dans la 1re. Colonne les deux Spheres du ſecond étage deviennent peſantes auſſi-bien que la ſeule du premier, on aura donc l'im-

preſſion qu'elles feront ſur le plan d'appui. On aura de même celle qu'y fera la Sphere ſeule du troiſiéme étage devenuë peſante auſſi-bien que celles des deux premiers, & toûjours ainſi de ſuite, c'eſt-à-dire, qu'on aura l'impreſſion que fera ſur le plan d'appui la Colonne entiere devenuë peſante. Cela ne conſiſtera qu'à ajoûter enſemble les derniers termes des progreſſions geometriques ſoudoubles & inégales par le nombre des termes, qui proviendront d'une part des étages à une Sphere, & de l'autre des étages à deux Spheres. Tous ces differents derniers termes provenants de même part feront encore une progreſſion geometrique, & par conſequent il eſt fort aiſé d'en avoir la ſomme, & enſuite la ſomme de leurs deux ſommes.

De-là il reſulte qu'une telle Colonne formée d'un nombre infini de Spheres, ou, ce qui eſt le même, infinie en hauteur, ne fait ſur le plan d'appui qu'une impreſſion 5 fois plus grande que le poids d'une ſeule Sphere, & par conſequent tant que la Colonne eſt finie, quelque grande qu'elle ſoit, cette impreſſion ne va jamais juſqu'à être 5 fois plus grande que ce poids, ſeulement elle en approche toûjours d'autant plus que la Colonne eſt plus haute.

Une ſi petite impreſſion d'une Colonne, même infinie, ſur ſon plan d'appui, vient de ce que, comme nous l'avons vû, toutes les impreſſions verticales de chaque Sphere ſont décroiſſantes, & toutes les horiſontales perduës.

Il n'en iroit pas de même ſi l'on concevoit la Colonne enfermée dans un Tuyau, dont les parois ſeroient immobiles. Alors toutes les impreſſions horiſontales agiſſant contre les parois qui ne leur cederoient nullement, elles ne ſeroient ni perduës ni même diminuées, & le plan d'appui ſeroit chargé du poids abſolu de la Colonne. Il faut bien remarquer que celle que M. Saulmon conſidere eſt *iſolée*.

Si l'on ſuppoſe dans une Colonne infinie iſolée les Spheres infiniment peu peſantes, ou, ſi la peſanteur eſt

proportionnée à la masse, infiniment petites, l'impression sur le plan d'appui sera infiniment petite, car le quintuple d'un infiniment petit l'est aussi. De-là il est aisé de tirer des consequences pour le fini.

M. Saulmon a raisonné de la même maniere sur une Colonne qui seroit terminée de part & d'autre par deux Spheres, il a conduit le raisonnement par les mêmes degrés, & enfin il a trouvé que cette Colonne entiere étant pesante, son impression sur le plan d'appui, quand elle est infinie en hauteur, n'est que 5 fois & demie plus grande que la pesanteur d'une seule Sphere. Il est clair que ce qui rend son impression plus grande que celle de la Colonne infinie terminée de part & d'autre par une Sphere, c'est cette difference même de construction ou de formation, car nous avons vû que dans une Colonne qui commence par deux Spheres, la premiere impression verticale qui part de ces deux Spheres est plus grande que si elle ne partoit que d'une, celle que les deux dernieres Spheres font sur le plan d'appui est plus grande aussi que s'il n'y en avoit qu'une

On a donc les deux impressions totales que feront sur un plan d'appui deux differentes Colonnes composées de Spheres égales entre elles, & celles de l'une à celles de l'autre, mais l'une terminée de part & d'autre par une Sphere, & l'autre par deux. Ces impressions sont exprimées algebriquement. Si maintenant on conçoit ces deux Colonnes égales en hauteur, & posées sur un même plan horisontal assés proche l'une de l'autre, mais sans se toucher, elles seront exactement entremélées, c'est-à-dire, qu'à un étage de l'une qui n'aura qu'une Sphere répondra toûjours un étage de l'autre qui en aura deux, & si l'on veut sçavoir l'impression que toutes deux ensemble feront sur le plan d'appui commun, il n'y aura qu'à faire une somme des deux expressions algebriques de l'impression de chacune. Quand ces deux Colonnes seront infinies, l'impression qu'elles feront toutes deux ensemble ne sera

que 11 fois & demie plus grande que le poids d'une ſeule Sphere.

On prend la précaution de ſuppoſer que les deux Colonnes ne ſe touchent point, parce que cette idée convient aſſés aux Fluïdes, qu'on peut imaginer composés de petites colonnes ou filets ſeparés les uns des autres ſoit par une matiere ſubtile qui coule dans ces interſtices, ſoit par des vuides, ſi l'on ſe reſout à en admetre. C'eſt-là la raiſon eſſentielle des Colonnes iſolées.

Il eſt clair que les deux Colonnes entrelaſſées étant finies, leur impreſſion ſur le plan d'appui eſt d'autant plus grande, 1°. qu'elles ſont plus hautes, 2°. que la peſanteur d'une Sphere quelconque eſt plus grande.

La hauteur des deux Colonnes, ou, ce qui revient au même, d'une ſeule, eſt d'autant plus grande, que le nombre des étages eſt plus grand, & le diametre des Spheres égales plus grand; ſur quoi il eſt bon de remarquer que la hauteur d'une Colonne n'eſt pas le diametre d'une Sphere repeté autant de fois qu'il y a d'étages, elle eſt moindre que cette grandeur. La hauteur d'un étage formé d'une ſeule Sphere eſt égale au diametre de cette Sphere, mais la hauteur d'un étage formé de deux Spheres eſt moindre, & il eſt aiſé de trouver ſelon quel rapport elle eſt moindre, ou quel eſt dans une hauteur donnée d'une Colonne le nombre des étages, ſi le diametre des Spheres eſt donné, ou le diametre des Spheres, ſi le nombre des étages eſt donné. Enfin on voit aſſés en general que deux Colonnes également hautes peuvent être formées d'un nombre d'étages different, & de Spheres d'un diametre different, j'entends les Spheres d'une Colonne étant comparées à celles de l'autre, mais dans la Colonne où le nombre des étages ſera plus grand, le diametre des Spheres ſera plus petit, & au contraire.

Si l'on ſuppoſoit la peſanteur des corps proportionnée à leur grandeur ſeule ou à leur volume, la peſanteur des Spheres ſeroit donc uniquement proportionnée à leur

groſſeur, ou, ce qui eſt le même, au cube, de leur diametre. Mais la peſanteur dépend & de la grandeur des corps & de leur denſité. La denſité eſt d'autant plus grande qu'ils ont plus de matiere propre qu'on appelle leur *maſſe*, & moins de matiere étrangere qui remplit leurs pores, ou moins de vuides. La denſité eſt donc d'autant plus grande que la maſſe eſt plus grande par rapport au volume, ou la maſſe plus grande & le volume plus petit. M. Saulmon meſure la denſité, en imaginant que tous les vuides d'un corps ſpherique ſont raſſemblés deſorte qu'ils font un creux concentrique à la Sphere, & que toute ſa maſſe ou matiere propre fait une envelope à ce creux. Le rapport du diametre de la Sphere totale au diametre du creux étant connu, on a facilement l'expreſſion de la denſité de ce corps.

Tout cela établi, il ne faut plus que reprendre deux Colonnes également hautes entrelaſſées comme nous l'avons conçû, l'une terminée de part & d'autre par une Sphere, l'autre par deux. Cet entrelaſſement étant le ſeul qu'on puiſſe imaginer entre differentes Colonnes, il faut concevoir qu'on ajoûte à la premiere paire de Colonnes pluſieurs autres paires égales & ſemblables, de maniere que les centres de toutes les Spheres ſoient dans le même plan. M. Saulmon appelle ce plan une *rangée*. L'impreſſion de toute une rangée ſur le plan d'appui eſt l'impreſſion d'une paire de Colonnes multipliée par le nombre de ces paires, ou par le nombre total des Colonnes. Si à cette rangée on en ajoute pluſieurs autres égales & ſemblables en differents plans, il ſe forme un Solide dont l'impreſſion ſur le plan d'appui eſt celle d'une rangée multipliée par le nombre des rangées.

Comme nous avons conſideré chacune à part toutes les grandeurs qui entrent dans la formation de ce Solide, & tout ce qui peut les faire varier, il eſt aiſé de voir dans tout le détail qu'on voudra les rapports qu'auront les impreſſions ſur le plan d'appui de differents Solides ainſi

formés

formés, & quelles feront les chofes qui devront être connuës, afin qu'on en puiffe conclure d'autres inconnuës. Tout cela n'eft plus qu'un jeu pour la Geometrie, quand la formule generale eft une fois trouvée.

Si l'on veut qu'un tel Solide fe change en un Fluïde, il faut concevoir que les Spheres deviennent extrêmement, & même fi l'on veut, infiniment petites, & par confequent infiniment peu pefantes. En ce cas il eft vrai, felon ce qui a été dit, qu'une Colonne, fût-elle infinie en hauteur, ne fera fur le plan d'appui qu'une impreffion infiniment petite, mais auffi fi l'on veut donner à ce Fluïde une bafe infinie il faudra par une fuite neceffaire de la même hipothefe multiplier infiniment & le nombre des étages d'une Colonne, & celui des Colonnes d'une rangée, & celui des rangées, ce qui donnera une impreffion finie fur le plan, pourvû qu'on traite le Calcul avec certaines précautions.

Quoi-que les Spheres de deux Fluïdes differents foient fuppofées infiniment petites & égales, elles ne laifferont pas d'être capables de denfités, & par confequent de pefanteurs differentes, qui feront des impreffions differentes fur le plan.

Aprés avoir confideré l'impreffion que fait fur un plan d'appui horifontal un Solide formé de Spheres égales également pefantes, M. Saulmon vient à confiderer celle que feroit contre un plan vertical ce même Solide mû d'un mouvement horifontal uniforme. Il faut concevoir que le plan vertical qui doit être choqué n'eft qu'à une diftance telle que les Spheres du Solide qui doit choquer ne foient pas tombées par leur pefanteur avant que de rencontrer le plan vertical. Par l'efpace qu'on fçait qu'un corps pefant parcourt en une Seconde au commencement de fa chûte, & par le Siftême établi de l'acceleration, on détermine quelle peut être la plus grande diftance de ce plan qui fera choqué.

M. Saulmon trouve par fa Theorie que la force abfo-

luë ou la pesanteur totale du Solide qui choque sera à la force de son choc contre le plan vertical comme *6* fois le nombre des étages d'une Colonne à un peu moins de 21, & par consequent comme le double du nombre des étages est à 7, quand on prend 21 sans diminution, ce qui est permis quand la fraction qu'il en faut retrancher est assés petite.

De-là il suit que quand le Solide supposé est un Fluïde, ce qui rend le nombre des étages d'une Colonne infini, si les Spheres en sont conçûës infiniment petites, la force du choc de ce Fluïde mû horisontalement d'une vitesse quelconque finie est nulle par rapport à son poids total, & cela peut paroître paradoxe. Mais puisque les Spheres sont supposées infiniment petites, la premiere couche verticale du Solide qui s'applique contre le plan vertical & le frape, n'est qu'un plan mathematique sans profondeur, & par consequent sans masse & sans force, quelque vitesse qu'il ait. D'un autre côté la pesanteur absoluë du Solide qui se meut est la force d'un corps qui a ses trois dimentions; on a donc fait la même chose que si on avoit comparé la force d'un plan à celle d'un Solide, ou un plan à un Solide, & dans cette comparaison le plan est nul.

Puisque dans la nature le choc d'un Fluïde, comme l'Air ou l'Eau, mû horisontalement contre un plan vertical, n'est pas nul par rapport à sa pesanteur absoluë, il s'ensuit que les particules élementaires qui composent ces Fluïdes ne sont pas infiniment petites, ou que, si elles l'étoient, elles formeroient des molecules ou Colonnes finies en s'entretouchant en nombre infini. C'est ainsi que des idées purement geometriques, & qui ne paroissent d'abord que des fictions de l'esprit, peuvent avoir des applications réelles à la Phisique. Il semble même qu'on en peut attendre beaucoup d'autres de la Theorie de M. Saulmon poussée aussi loin qu'elle peut aller.

M. Descamus a fait executer en grand, & marcher devant l'Academie un Carrosse de son invention qui a plusieurs singularités avantageuses. Les Chevaux y fatiguent moins, parce que leurs Traits sont paralleles au terrain, & qu'ils ne font que tirer un poids sans l'élever. Les cahots s'y font moins sentir, parce que les roües de devant sont aussi grandes que celles de derriere. Il est moins sujet à verser, parce que les quatre Soupentes qui portent le corps du Carrosse sont à la hauteur de l'Imperiale, & quand même on détacheroit une des quatre, il ne verseroit pas aisément, parce que son centre de pesanteur se trouveroit encore soutenu par ces Soupentes, qui sont en diagonale.

NOus renvoyons entierement aux Memoires Les Crics nouveaux de M. Dalesme. V. les M. p. 301.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVE'ES PAR L'ACADEMIE.

EN M. DCCXVII.

I.

UN nouveau Compas inventé par M. du Val Prêtre, pour prendre exactement sur toutes sortes de Plans les Angles soit de degrés entiers, soit de degrés, & de minutes, & de secondes, & pour les marquer sur le papier. Il a paru bien imaginé, & aussi utile que le peut être un instrument à Pinnules.

II.

Une nouvelle forme de Matelas inventé par M. de la

Chaumette, qui peut être principalement utile dans les Hôpitaux.

III.

Un moyen proposé par M. de Figuiere de Clermont en Languedoc, pour garantir de naufrage les Bateaux qui passent sous le Pont du S. Esprit. Ce moyen consiste à mettre au devant des Becs des Piles de ce Pont des *Avant-becs* flotants, qui les embrassent sans les toucher, qui soient toûjours sur la surface de l'eau, formés d'un plancher de bois qui porte de la Mousse haute de 6 pieds & recouverte de cuir, enfilés à 4 chaînes verticales attachées fortement par un bout au fond de l'eau, & par l'autre à des avances ou saillies fermes qui doivent être au haut du Pont. Les Avant-becs peuvent hausser ou baisser avec l'eau le long de ces chaînes, & moyennant ce jeu qu'ils ont, la mollesse des matieres dont ils sont matelassés, & la figure qu'on peut leur donner, on a crû que le choc des Bateaux qui iroient fraper ces Avant-becs pourroit être amorti, & leurs cours dirigé à enfiler l'Arche, & que le passage du Pont pourroit être moins dangereux & plus sûr, pourvû que l'execution du tout fût bien parfaite.

IV.

Une Roüe à élever de l'Eau proposée par M. Joué, ancien Ingenieur du Roi. Ce qu'elle a de nouveau & d'ingenieux, c'est que les Godets qui portent l'eau se ferment à coulisse par une Bascule en sortant de l'eau, & par un autre bras ils s'ouvrent lorsqu'ils sont arrivés à peu-prés au plus haut de la Roüe. Cependant il pourroit arriver que les ordures & le sable, qui se trouvent ordinairement dans les Courants rapides, empêcheroient les portes de s'ouvrir ou de se fermer, & les feroient rompre ou user fort vîte. Il faut de plus un puissant moteur pour faire un effet un peu considerable avec de pareilles Roües.

M. Joué a aussi imaginé de mettre à la place des Godets des Seaux suspendus à un Boulon, autour duquel l'Anse de ces Seaux est tournante, afin que le Seau se

trouve toûjours à plomb, jusqu'à ce qu'étant arrivé à peu prés au haut de la Roüe, il frape contre le bord d'une Auge un peu au dessous de son centre de pesanteur, ce qui l'oblige à se coucher & à se vuider en glissant le long d'un plan incliné mis dans l'Auge, au sortir de laquelle le Seau se remet à plomb. Quoi-que ces Seaux ne soient pas nouveaux, l'application en a paru nouvelle & bien pensée. Cependant les chocs indispensables dans cette Machine, & faits avec vîtesse, la pourront rendre d'un assés grand entretien.

V.

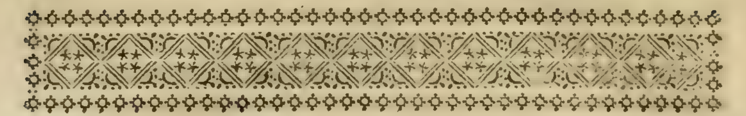
Plusieurs propositions de M. le Large, Mathematicien & Explicateur des Globes du Roi, sur la maniere de paver plus solidement les Rües & les Chemins. On les a trouvées pleines de reflexions & de remarques judicieuses sur les inconvenients des dimensions, de l'arrangement & de la disposition ordinaire des Pavés, sur les changements qu'il y faudroit faire, & même sur ceux qu'il faudroit faire aux Voitures soit par rapport au Pavé, soit afin de les rendre plus roulantes, & moins fatiguantes pour les Chevaux. Le tout a paru fort ingenieusement imaginé.

VI.

Une Machine pour dessaler l'Eau de la Mer en quantité & à peu de frais, inventée par M. Gautier Docteur en Medecine établi à Nantes. La construction en a paru nouvelle, & fort ingenieusement pensée, & l'on espere beaucoup des experiences que l'Auteur est allé faire lui-même dans un voyage de long cours.

VII.

Une Pendule qui marque le vrai lieu du Soleil dans l'Ecliptique, & le temps vrai, au lieu que toutes les Pendules ordinaires ne marquent que le temps moyen. Elle a été inventée par M. le Roi Horloger de Paris, & executée avec beaucoup d'art, & toute la précision dont l'Horlogerie est capable.



ELOGE

DE M. OZANAM.

JACQUES OZANAM nâquit en 1640 dans la Souveraineté de Dombes d'un Pere riche, & qui avoit plusieurs Terres. La famille étoit d'origine Juive, ce que marque assés le nom, qui a tout à-fait l'air Hebreu, mais il y avoit long-temps que cette tache, peut-être moins réelle qu'on ne pense, étoit effacée par la profession du Christianisme, & de la Religion Catholique. Cette famille étoit illustrée par plusieurs Charges qu'elle avoit possedées dans des Parlements de Provinces.

M. Ozanam étoit cadet, & par la Loi de son Pays tous les biens devoient apartenir à l'aîné. Son Pere, qui étoit un homme vertueux, voulut réparer ce desavantage par une excellente éducation. Il le destinoit à l'Eglise pour lui faire tomber quelques petits Benefices qui dépendoient de la famille. Les mœurs du jeune Homme étoient bien éloignées de s'opposer à cette destination, elles se portoient naturellement à tout ce qui seroit à desirer dans un Ecclesiastique, & une Mere trés pieuse les fortifioit encore & par son exemple & par ses soins, d'autant plus puissants qu'elle étoit tendrement aimée de ce fils. Cependant il ne se tournoit pas volontiers du côté de l'Eglise, il avoit fort bien réüssi dans ses Humanités, mais il avoit pris beaucoup de dégoût pour la Philosophie Scolastique, la Theologie ressembloit trop à cette Philosophie, & enfin il avoit vû par malheur des Livres de Mathematiques, qui lui avoient appris à quoi il étoit destiné.

Il n'eut point de Maître, & on n'avoit garde de lui en donner, mais la Nature seule fait de bons Ecoliers. A 10

ou 12 ans il paſſoit quelquefois de belles nuits dans le Jardin de ſon Pere couché ſur le dos pour contempler la beauté d'un Ciel bien étoilé ; ſpectacle en effet auquel il eſt étonnant que la force même de l'habitude puiſſe nous rendre ſi peu ſenſibles. L'admiration des mouvements celeſtes allumoit déja en lui le deſir de les connoître, & il en démêloit par lui-même ce qui étoit à la portée de ſa raiſon naiſſante. A l'âge de 15 ans il avoit compoſé un Ouvrage de Mathematique qui n'a été que manuſcrit, mais où il a trouvé dans la ſuite des choſes dignes de paſſer dans des ouvrages imprimés. Il n'eut jamais de ſecours que de ſon Profeſſeur en Theologie, qui étoit auſſi Mathematicien, mais un ſecours leger, donné à regret, & toûjours accompagné d'exhortations à n'en guere profiter.

Aprés 4 ans de Theologie faits comme ils peuvent l'être par obéïſſance, ſon Pere étant mort, il quitta la Clericature, & par pieté & par amour pour les Mathematiques. Elles ne pouvoient pas lui rendre ce qu'il perdoit, mais enfin elles devenoient ſa ſeule reſſource, & il étoit juſte qu'elles le fuſſent. Il alla à Lion où il ſe mit à les enſeigner. L'éducation qu'il avoit eûë lui donnoit beaucoup de repugnance à recevoir le prix de ſes Leçons, il eût été aſſés payé par le plaiſir de faire des Mathematiciens, & de ne parler que de ce qu'il aimoit, & il rougiſſoit de l'être d'une autre maniere.

Il avoit encore une paſſion, c'étoit le Jeu. Il joüoit bien, & heureuſement. L'eſprit de Combinaiſons peut y ſervir beaucoup. Si la fortune du Jeu pouvoit être durable, il eût été aſſés à propos qu'elle eût ſupplée au revenu leger des Mathematiques.

Il fit imprimer à Lion en 1670. des Tables des Sinus, Tangentes & Secantes, & des Logarithmes plus correctes que celles de Ulacq, de Ptiſcus & de Henri Briggs. Comme ces Tables ſont d'un uſage fort frequent, c'eſt un grand repos que d'en avoir de ſûres.

Deux Etrangers à qui il enſeignoit à Lion lui ayant

parlé du chagrin où ils étoient de n'avoir point reçû des Lettres de Change qu'ils attendoient de chés eux pour aller à Paris, il leur demanda ce qu'il faudroit, & sur ce qu'ils répondirent 50 Pistoles, il les leur presta sur le champ sans vouloir de Billet. Ces Messieurs arrivés à Paris en firent le recit à feu M. Daguesseau, Pere de M. le Chancelier. Touché d'une action si noble en toutes ses circonstances, il les engagea à faire venir ici M. Ozanam sur l'assurance qu'il leur donnoit de le faire connoître, & de l'aider de tout son pouvoir. Peu de gens aussi sensibles au mérite sont à portée de le favoriser, ou peu de gens à portée de le favoriser y sont aussi sensibles.

M. Ozanam se détermina donc à quitter Lion. Sur la route un inconnu lui dit que s'il pouvoit renoncer au Jeu il feroit fortune à Paris, qu'il y acquerroit beaucoup de reputation, qu'il s'y marieroit à 35 ans, & quelques autres choses particulieres que l'évenement a justifiées. Il y auroit dans cet Inconnu de quoi faire un Devin, si l'on vouloit, ou un Rosecroix qui couroit le monde.

A peine M. Ozanam étoit-il arrivé à Paris qu'il apprit que sa Mere étoit à l'extremité, & vouloit le voir avant que de mourir. Comme il l'aimoit avec tendresse il y vola, mais il eut la douleur de la trouver morte. Elle avoit eu dessein de le faire son heritier, mais le Frere aîné l'empêcha par des artifices, dont il se punit ensuite lui-même, en conduisant trés mal & en dissipant ce bien qu'il avoit tant aimé.

M. Ozanam revint à Paris, & n'eut plus aucun commerce avec une famille dont il ne tenoit que son nom. Il se défit de la passion du Jeu, & les Mathematiques furent son unique fonds. Il étoit jeune, assés bien fait, assés gai, quoi-que Mathematicien, des avantures de galanterie vinrent le chercher. Une femme qui se disoit de condition, & qui logeoit dans la même maison que lui, tenta vivement sa vertu. Il lui demanda si elle n'avoit point besoin d'argent, elle en convint, & il en fut quitte

pour

pour quelque Loüis d'or. Il conçut que dans le célibat il couroit risque non seulement de se défendre plus mal, s'il se presentoit de pareilles occasions, mais d'être l'aggresseur, & il épousa une femme presque sans bien, qui l'avoit touché par son air de douceur, de modestie & de vertu. Ces belles apparences, ce qui est heureux, ne le tromperent point.

Ses études ni ses occupations ne l'empêchoient point de goûter avec elle & avec ses Enfants les plaisirs simples que la Nature avoit attachés aux noms de Mari & de Pere, mais qui sont aujourd'hui reservés pour les familles obscures, & qui deshonoreroient les autres. Il eut jusqu'à 12 Enfants, dont la plupart moururent, & il les regrettoit comme s'il eût été riche, ou plustôt comme ne l'étant point, car ce sont les plus riches qui se tiennent le plus incommodés d'une nombreuse famille.

Dans les temps de Paix, où Paris étoit plein d'Etrangers, les Mathematiques rendoient bien, & il vivoit dans l'abondance, bien entendu que c'étoit l'abondance d'un homme fort reglé. Pendant la Guerre, la recette baissoit, les François y suppléoient peu, parce qu'il les avoit détournés de lui en préferant les Etrangers, & qu'une certaine habitude, un certain train établi a beaucoup de pouvoir en toute matiere. Il employoit les temps de guerre à composer des Ouvrages, non pas tant pour se procurer par-là quelque dédommagement, car que peut-on esperer d'un Livre de Mathematique ? que parce qu'il est presque impossible qu'un Mathematicien habile & qui a du loisir resiste à des vûës & à des methodes nouvelles, qui viennent s'offrir à lui, & en quelque sorte malgré lui.

Il composoit avec une extrême facilité, quoi-que sur des sujets si difficiles. Sa premiere façon étoit la derniere, jamais de ratures ni de corrections, & les Imprimeurs se loüoient fort de la netteté de ses Manuscrits. Quelquefois il resolvoit des Problêmes embarassés en allant par les rües, quelquefois même, dit-on, en dormant, & alors il se fai-

ſoit apporter promptement à ſon réveil de quoi les écrire, car la memoire, ennemie preſque irreconciliable du jugement, ne dominoit pas en lui.

Ses principaux Ouvrages ſont un dictionnaire de Mathematique trés ample imprimé en 1691, où il donne par occaſion les ſolutions d'un aſſez grand nombre de Problêmes de trés longue haleine, un Cours de Mathemathique en 5 Volumes imprimé en 1693, un grand Traité d'Algebre, des Sections Coniques, des Recreations Mathematiques & Phiſiques, un Diophante manuſcrit qui eſt entre les mains de M. le Chancelier, juge fort éclairé, même en ces matieres. Tous ces ouvrages, & quelques autres moins conſiderables ſeulement par le volume, ne roulent que ſur l'ancienne Geometrie, mais approfondie avec beaucoup de travail. La nouvelle n'y paroît point, c'eſt-à-dire, celle qui par le moyen de l'Infini s'eſt élevée ſi haut; elle étoit beaucoup plus jeune que M. Ozanam. Il eſt vrai auſſi que l'ancienne, qui eſt moins ſublime, moins piquante, même moins agréable, eſt plus indiſpenſablement neceſſaire, & plus ſenſiblement utile, & que c'eſt elle ſeule qui fournit à la nouvelle des fondements ſolides.

A l'âge de 61 an, c'eſt-à-dire en 1701, il perdit ſa femme, & avec elle tout le repos & tout le bonheur de ſa vie. La guerre, qui s'alluma auſſi-tôt pour la ſucceſſion d'Eſpagne, le réduiſit dans un état fort triſte. Ce fut en ce temps-là qu'il entra dans l'Academie où il voulut bien prendre la qualité d'Eleve, qu'on avoit deſſein de relever par un homme de cet âge & de ce merite. Il a valu cette gloire à l'Academie, qui a eu la douleur de ne l'en récompenſer par aucune utilité. Il eut plus que du courage dans ſa ſituation, il alla juſqu'à la patience Chreſtienne. Il ne perdit pas même ſa gayeté naturelle, ni une ſorte de plaiſanterie, qui le délaſſoit d'autant mieux qu'elle étoit moins recherchée.

Sans tomber malade il eut un tel preſſentiment de ſa

mort, que des Seigneurs étrangers l'ayant voulu prendre pour Maître, il les refusa sur ce qu'il alloit mourir. Le Dimanche 3 Avril 1717 il alla le matin se promener selon sa coûtume au Jardin du Luxembourg, il dîna avec appetit, & à 3 heures aprés midi il se trouva mal, & demanda à se coucher. Sa seule Domestique voulut aller chercher son fils aîné qui étoit sorti, mais il dit qu'il ne pourroit pas venir assez-tôt, & peu de temps aprés il tomba dans une Apoplexie dont il mourut en moins de deux heures.

Feüe Mademoiselle, Princesse Souveraine du Pays où il étoit né, l'appelloit l'*honneur de sa Dombes*. Il a eu plus de reputation parmi les Etrangers, que parmi nous, qui sur certains points sommes trop peu prévenus en faveur de nôtre Nation, & trop en recompense sur d'autres.

Il sçavoit trop d'Astronomie pour donner dans l'Astrologie Judiciaire, & il refusoit courageusement tout ce qu'on lui offroit pour l'engager à tirer des Horoscopes, car presque personne ne sçait combien on gagne à ignorer l'avenir. Une fois seulement il se rendit à un Comte de l'Empire, qu'il avoit bien averti de ne le croire pas. Il dressa par Astronomie le Theme de sa nativité, & ensuite sans employer les regles de l'Astrologie, il lui prédit tous les bonheurs qui lui vinrent à l'esprit. En même temps le Comte fit faire aussi son Horoscope par un Medecin trés entêté de cet Art, qui s'y prétendoit fort habile, & qui ne manqua pas d'en suivre exactement & avec scrupule toutes les regles. Vingt ans aprés le Seigneur Allemand apprit à M. Ozanam que toutes ses prédictions étoient arrivées, & pas une de celles du Medecin. Cette nouvelle lui fit un plaisir tout different de celui qu'on prétendoit lui faire. On vouloit l'applaudir sur son grand sçavoir en Astrologie, & on le confirmoit seulement dans la pensée qu'il n'y a point d'Astrologie.

Un cœur naturellement droit & simple avoit été en lui une grande disposition à la pieté. La sienne n'étoit pas

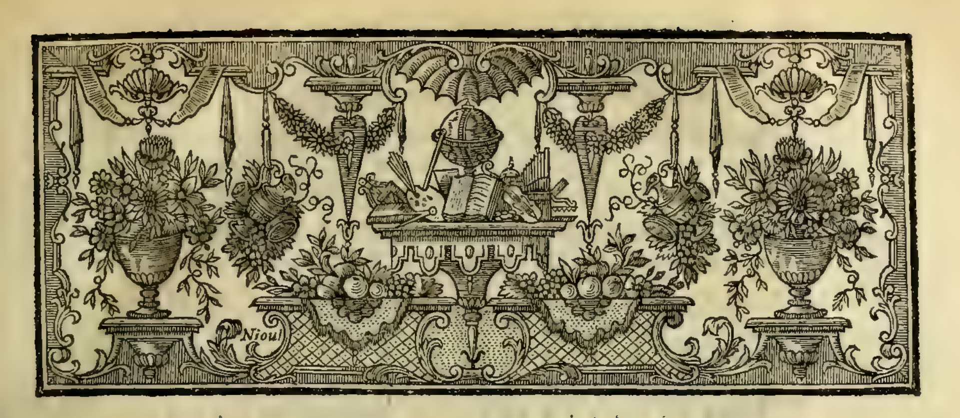
ſeulement ſolide, elle étoit tendre, & ne dédaignoit pas certaines petites choſes qui ſont moins à l'uſage des hommes que des femmes, & moins encore à l'uſage des Mathematiciens, qui pourroient regarder les hommes ordinaires comme des femmes. Il ne ſe permettoit point d'en ſçavoir plus que le peuple en matiere de religion. Il diſoit en propres termes qu'*il appartient aux Docteurs de Sorbonne de diſputer, au Pape de prononcer, & au Mathematicien d'aller en Paradis en ligne perpendiculaire.*



Correction pour l'Hiſtoire de 1715.

Page 31 & 35 liſez, au lieu de M. d'Ortous de Meyran, M. Dortous de Mairan.

MEMOIRES



MEMOIRES DE MATHEMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES de l'Academie Royale des Sciences.

De l'Année M. DCCXVII.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES faites à l'Observatoire Royal pendant l'Année 1716.

Par Mrs. DE LA HIRE.

CEUX qui ont de la curiosité pour connoître les variétés qui se rencontrent dans les saisons, & ceux qui veulent en faire la comparaison avec ce qui a été observé ailleurs, pourront se satisfaire pleinement par les Observa- *9 Janvier 1717.*

tions Meteorologiques que je fais depuis un grand nombre d'années avec un trés grand soin dans le même lieu avec les mêmes instruments & de la même maniere, & dont je rends compte à l'Academie au commencement de chaque année suivante. Voici celles de l'année 1716, & premierement l'eau qui est tombée soit en Pluye soit en Nege fonduë a été en hauteur pendant les mois de

	lignes		lignes
Janvier	$29\frac{1}{8}$	Juillet	$24\frac{2}{8}$
Fevrier	$9\frac{7}{8}$	Aoust	$3\frac{7}{8}$
Mars	$10\frac{3}{8}$	Septembre . . .	$27\frac{5}{8}$
Avril	$6\frac{2}{8}$	Octobre	$27\frac{1}{8}$
Mai	$10\frac{3}{8}$	Novembre . . .	$10\frac{4}{8}$
Juin	$4\frac{3}{8}$	Decembre . . .	$8\frac{4}{8}$

Somme de la hauteur de l'Eau de toute l'année 1716 est 172. lignes $\frac{1}{4}$, ou bien 14 pouces 4 lignes $\frac{1}{4}$.

Cette année a été fort séche par rapport aux années moyennes dans lesquelles nous avons établi qu'il tomboit 19 pouces de hauteur d'eau ; & comme il est tombé peu d'eau dans le Primtemps & dans l'Eté, les Foins & les Mars ont peu rapporté, & la plûpart des Fruits n'ont pas profité & ont séché sur les Arbres sans pouvoir meurir dans les Provinces fort abondantes pour l'ordinaire. Cependant la récolte des Bleds a été fort bonne, car la sécheresse qui a causé du dommage d'un côté, a été utile pour la netteté du Grain, qui n'a point été étouffé par les herbes qui y croissent ordinairement dans les années pluvieuses, & qui font verser les Bleds, outre que la paille a été fort courte, & que les épics étoient bien soutenus. Les mois d'Eté qui fournissent ordinairement beaucoup d'eau par des orages, n'en ont donné que trés peu, & c'est ce qui fait paroitre cette année fort séche par rapport aux moyennes.

Il a négé trés considérablement pendant tout le mois de Janvier, & la plus grande Nege a été le 31 de ce mois,

laquelle a fourni 16 lignes de hauteur d'eau étant fonduë, le vent étoit alors S. O. aussi ce mois a fourni plus d'eau qu'aucun des autres. La Nege du mois de Decembre n'a pas été grande.

Il n'y a point eu d'orages pendant cette année, mais seulement un coup de Tonnerre assez fort le 19 de Septembre avec une Pluye mediocre par un vent fort S. O.

La grande quantité des Broüillards fort épais qu'il a fait cette année a beaucoup servi à l'entretien des Plantes & des Arbres.

Les Vents ont été à l'ordinaire assez variables, mais le 31 Octobre il a fait un Vent de S. trés violent & une Pluye de prés de 6 lignes. Le dernier jour de Novembre le Vent S. O. a été aussi assez fort, mais sans Pluye.

Sur le Thermometre.

Mon Thermometre, dont je me suis toûjours servi, est descendu au plus bas à 4 parties $\frac{2}{3}$ le 22 Janvier, ce qui marque un trés grand froid, mais qui n'a duré que la nuit précedente, car les jours suivants il est remonté considerablement. On peut juger de ce froid par comparaison à celui de Janvier 1709, qui a passé pour l'un des plus grands qu'on ait vû dans ce Pays-ci, car ce même Thermometre ne descendit qu'à 5 parties le 13 & le 14 de Janvier, & le 21 à 5 $\frac{3}{4}$, aussi le froid de l'année 1709 dura plus long-temps que celui de cette année. Le vent du 22 de Janvier de cette année 1716 étoit N. mais celui du 13 & du 14 de Janvier 1709 étoit d'abord trés foible, ensuite il fut mediocre N. N. O. enfin il se tourna à l'O. & devint trés fort avec de la Nége. Dans le commencement du mois de Fevrier de cette année où le froid est assez souvent trés fort, à peine a-t-il gelé.

Ce même Themometre est monté fort haut dans la fin du mois de Juillet & dans tout le mois d'Août, & il a été au plus haut le 22 Juillet à 62 parties $\frac{1}{2}$ avec un vent mediocre O. & à 63 parties le 23 Août avec un vent me-

diocre S. O. Toutes ces Obſervations ſont toûjours faites vers le lever du Soleil, qui eſt le temps le plus froid de la journée, & vers les 2 ou 3 heures aprés midi il remonte ordinairement de 12 parties, au moins en Eté, car en Hiver il remonte fort peu.

Sur le Barometre.

Mon Barometre ordinaire, qui eſt toûjours placé à la hauteur de la grande Salle de l'Obſervatoire, eſt deſcendu au plus bas à 26 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$ le premier jour de Janvier avec un vent mediocre S. & il eſt monté au plus haut à 28 pouces 3 lignes le 16 Fevrier avec un vent N. E. donc la difference entre ces hauteurs a été à peu-prés comme à l'ordinaire 17 lignes $\frac{1}{2}$.

Je remarque ici, comme j'ai déja fait en pluſieurs années, que le Barometre eſt bas pour l'ordinaire quand le vent vient des environs du S. & qu'il eſt haut quand le vent tire vers le N. & qu'il pleut aſſez ſouvent quand il eſt bas, & qu'il fait ſerein quand il eſt haut. Mais il y a de grandes varietés dans les vents qui peuvent alterer conſiderablement cette remarque, car les vents que nous obſervons ne ſont que des vents qui regnent ſur la ſurface de la Terre, auſſi nous voyons aſſez ſouvent quand il y a des nuées fort élevées au deſſus de celles qui ſont proches de la Terre, qu'un vent bas vient d'un côté tout-à-fait oppoſé à celui qui regne en haut, & cela pourroit être ſans être apperçû, s'il n'y avoit point de nuées dans la partie ſuperieure de l'air, leſquelles puſſent nous le faire remarquer. Il ſe pourroit faire auſſi que ces deux vents oppoſés pourroient ſe détruire & cauſer un calme. Mais pour faire ces remarques avec un peu de juſteſſe, on doit prendre garde ſi un même vent a regné quelque temps; car un vent ſubit qui ſe formeroit ſur la ſurface de la Terre ne changeroit rien à la hauteur de l'Atmoſphere qui nous eſt indiquée par le Barometre, & c'eſt cette hauteur de l'Atmoſphere qui peut nous marquer plus juſtement la

Pluye ou le beau-temps ; car nous sçavons que dans les parties Septentrionales de la Terre, l'Atmosphere y est bien plus élevée que dans les parties Meridionales, & qu'il s'éleve bien moins de vapeurs dans ces Pays-là que dans ceux-ci : c'est pourquoi les vents qui viennent des Pays Septentrionaux sont toûjours plus secs que ceux qui viennent des Pays Meridionaux, & que ces vents Septentrionaux augmentent la hauteur de l'Atmosphere, & qu'au contraire les autres la diminüent, ainsi l'abaissement du mercure dans le Barometre doit marquer de la Pluye, & son élévation de la serenité.

On pourroit encore ajoûter à ceci que lorsque l'Atmosphere est moins pesante, & par consequent moins condensée, ce qui équipole à un milieu plus rare, elle ne peut pas soutenir les particules des vapeurs qui y sont répanduës, lesquelles sont obligées de tomber & donnent de la Pluye : au contraire quand l'Atmosphere est plus condensée, elle approche plus d'un milieu plus dense, qui soutenant ces vapeurs, ne doit point causer de Pluye, aussi les mauvaises odeurs qui s'exalent des lieux communs se font sentir fortement quand le Barometre est bas, mais elles s'élevent facilement dans l'Atmosphere dense qui les pousse en haut, comme on le remarque sur la fumée.

Sur la déclinaison de l'Aiguille aimantée.

Nous avons observé la déclinaison de l'Aiguille aimantée avec plusieurs Aiguilles de differentes longueurs & de differente construction. La premiere est une Aiguille toute simple qui n'est qu'un filet d'Acier de 8 pouces de long placée dans une boëte de bois, & elle nous a donné la déclinaison de 12° 20′ du Nord vers l'Oüest.

La seconde Aiguille est aussi un filet d'Acier de 13 pouces $\frac{1}{2}$ de longueur placée dans la boëte de pierre de Liais dont nous avons donné la description dans le Memoire de l'année précedente, & elle nous a donné la déclinaison de 11° 45′.

La Troisiéme est une Aiguille semblable à la précedente de 13 pouces $\frac{1}{2}$ & placée dans la même boëte, & elle nous a donné la déclinaison de 12° 20′ comme celle de 8 pouces de long.

Mais ayant chargé cette Aiguille de deux petits morceaux d'Acier longs & pointus à ses deux extremités, & dont les pointes répondoient à celles de l'Anguille, pour voir si cette sorte d'Aiguille qui ne fait que comme deux petites pierres d'Aiman jointes par un filet, quand toute l'Aiguille est aimantée, ne changeroit point la direction de l'Aiguille de ce qu'elle étoit n'étant point chargée, elle nous a donné alors la déclinaison de 13° 25′.

On connoît donc par-là que cette Aiguille ainsi formée ou chargée a augmenté la déclinaison de plus d'un degré, ce qui peut faire soupçonner que ces sortes d'Aiguilles qui sont faites en fleche, lesquelles portent à leurs extremités deux pieces plus grosses que le filet qui les joint, peuvent causer des differentes déclinaisons par la nature de l'Acier de ces pieces qui peuvent se trouver aimantées diversement, quoi-que ces sortes d'Aiguilles en apparence paroissent plus mobiles que les simples par les vibrations que font ces deux pieces ajoûtées.

Le 9me. jour de Mai au matin à 5h j'observai un Parhelie vers le Midi à l'égard du Soleil ; il étoit entre des nuées legeres & à même hauteur que le Soleil, & le centre du Parhelie étoit éloigné du centre du Soleil de 22° $\frac{1}{4}$, sa couleur rouge étoit tournée vers le Soleil, & la bleuë à l'opposite. Nous avons observé autrefois que la distance entre le centre du Soleil & celui du Parhelie varie par rapport à la densité de l'air ou au chaud & au froid ; le temps où ils paroissent ordinairement est en Mai.

TRAITÉ DU CALCUL DES DIFFERENCES FINIES.

Par M. NICOLE.

MON deſſein dans ce Memoire eſt de donner un Traité complet du Calcul des differences finies. Ce qui m'a donné occaſion de travailler ſur cette matiere eſt la lecture que j'ai faite du Livre qui a pour titre *Methodus Incrementorum* dont M. Taylor Secretaire de la Societé Royale de Londres eſt Auteur. 30 Janvier 1717.

Entre pluſieurs choſes excellentes que cet habile Geometre donne dans cet ouvrage, on y trouve une Methode pour former des ſuites infinies de fractions, dont les numerateurs étant des quantités conſtantes, les dénominateurs ſont les produits de pluſieurs grandeurs qui augmentent uniformément. Cette Méthode ſert auſſi à trouver la ſomme de tant de termes qu'on voudra d'une ſuite de produits dans leſquels les facteurs qui compoſent chaque produit, augmentent toûjours de la même quantité.

Mais outre que cette Methode n'eſt pas expliquée ni démontrée d'une maniere bien claire, elle ne ſatisfait qu'à un trés petit nombre de cas. Il y a une infinité de ſuite qui n'ont pas les conditions que demande cette Methode. Il y en a quantitité d'autres qui n'ayant pas ces conditions demandent des réductions & des changemens conſiderables pour leur donner la forme que cette Methode demande.

J'ai donc crû qu'il ſeroit utile d'expliquer & de démontrer d'une maniere nouvelle la Methode de M. Taylor, enſuite de donner des Methodes pour réduire toutes les

suites qui n'observent pas la loi que cette premiere Methode demande, & qui cependant peuvent être ramenées à cette loi. Ces deux objets feront la premiere partie de ce Memoire.

Dans la seconde je donnerai plusieurs Methodes pour sommer une infinité de suite, qui ne le peuvent être par la premiere, & j'appliquerai ces Methodes à la recherche des sommes de plusieurs suites curieuses.

PREMIERE PARTIE.

Traité du Calcul des differences, dans lequel on considere les Differences finies.

Si l'on suppose la quantité x croître continuellement & uniformément, & que cet accroissement soit exprimé par la quantité n, on aura cette suite x, $x+n$, $x+2n$, $x+3n$, &c. dans laquelle la difference d'un terme à celui qui le précede immediatement est n.

Pour avoir la difference de cette expression algebrique $x \times x+n$, on suppose que l'accroissement des x est toûjours n. Il faut examiner ce que cette quantité $x \times x+n$ devient par l'augmentation faite à x, l'on trouve $x+n \times x+2n$, dont il faut retrancher $x \times x+n$ pour avoir la difference de l'un à l'autre, & l'on aura $x+n \times \overline{x+2n}$

$- x \times x+n = x+2n = x \times x+n = 2n \times x+n$ pour la difference cherchée.

De même pour avoir la difference de $x \times x+n \times x+2n \times x+3n$, on fera $x+n.\ x+2n.\ x+3n.\ \overline{x+4n.}$

$- x.\ x+n.\ x+2n.\ x+3n$ qui se réduit à $x+4n - x \times x+n.\ x+2n.\ x+3n = 4n \times x+n \times x+2n \times x+3n$, d'où l'on tire cette régle generale.

Pour trouver la difference finie d'une quantité algebrique composée de tant de facteurs que l'on voudra comme de celle-ci, $x.\ x+2.\ x+4.\ x+6.\ x+8$ dont l'accroissement

croissement de x ou sa difference est 2. Il faut d'abord multiplier par le nombre des facteurs qui est ici 5, ensuite retrancher le premier facteur, & il vient $5 \times x + 2 . x + 4 . x + 6 . x + 8$, & multiplier par la difference ou la quantité dont x augmente qui est ici 2, & l'on aura $2 \times 5 \times x + 2 \times x + 4 \times x + 6 \times x + 8$ pour la difference cherchée.

Pour prendre la difference finie d'une fraction telle que $\frac{1}{x . x + n}$ dans laquelle l'accroissement ou la difference finie de x est n, il faut examiner ce que cette quantité devient par l'augmentation n faite à x; l'on voit qu'elle devient $\frac{1}{x + n . x + 2n}$, laquelle étant ôtée de la premiere $\frac{1}{x . x + n}$, on aura $\frac{1}{x . x + n} - \frac{1}{x + n . x + 2n} = \frac{x + 2n - x}{x . x + n . x + 2n}$ qui se réduit à $\frac{2n}{x . x + n . x + 2n}$.

Pour prendre la difference de cette fraction $\frac{1}{x . x + n . x + 2n . x + 3n . x + 4n}$ en suivant la même methode, on aura $\frac{1}{x . x + n . \; x + 2n . \; x + 3n . \; x + 4n} - \frac{1}{x + n . x + 2n . x + 3n . x + 4n . x + 5n}$, & en mettant à même dénomination, il vient $\frac{x + 5n - x}{x . x + n . x + 2n . x + 3n . x + 4n . x + 5n} = \frac{5n}{x . x + n . x + 2n . x + 3n . x + 4n . x + 5n}$, d'où il suit cette regle generale pour prendre la difference finie d'une fraction.

Il faut multiplier cette fraction par le nombre des facteurs, & par la difference, & ensuite augmenter un facteur dans le dénominateur.

Ainsi la difference finie de cette fraction $\frac{aa}{x . x + 3 . x + 6 . x + 9 . x + 12}$ (dans laquelle l'augmentation de x ou sa difference est 3) en suivant la regle sera $\frac{5 . 3 . aa}{x . x + 3 . x + 6 . x + 9 . x + 12 . x + 15}$.

REMARQUE I.

Si l'on fait attention à ce que l'on a fait pour prendre la difference finie d'une grandeur algebrique composée de tant de facteurs qu'on voudra, dans lesquels l'inconnuë croît continuellement d'une quantité finie, on appercevra ce qu'il faut faire pour retrouver l'expression algebrique dont la difference est donnée; cette expression algebrique s'appellera l'integrale de la difference donnée.

Methode pour trouver l'integrale d'une difference donnée, exprimée par des grandeurs entieres, composée de tant de facteurs qu'on voudra.

Il faut adjouter le facteur qui précede le premier, ensuite diviser par le nombre des facteurs & par la difference.

Ainsi pour trouver l'integrale de $2n \times x+n$, l'augmentation de x ou sa difference étant n, on multipliera d'abord par le facteur qui précede $x+n$, ce facteur est x, & l'on aura $2n \times x \times x+n$, ensuite on divisera par le nombre des facteurs qui est 2, & par la difference n, & il viendra $x \times x+n$ pour l'integrale cherchée, ce qui doit être, car en prenant la difference de $x \times x+n$, on trouve $2n \times x+n$, ainsi l'integrale de $4n \times x+n.\ x+2n.\ x+3n$ sera $x.\ x+n.\ x+2n.\ x+3n$.

L'integrale de $x+2.\ x+4.\ x+6$ (la difference ou les accroissements des x étant 2) sera $\frac{x.\ x+2.\ x+4.\ x+6}{8}$.

L'integrale de $x.\ x+4,\ x+8.\ x+12$ sera $\frac{x-4.\ x.\ x+4.\ x+8.\ x+12}{5.\ 4}$, &c.

REMARQUE II.

Si l'on examine ce qui a été fait pour prendre la difference finie d'une fraction composée de tant de facteurs

qu'on voudra, on appercevra ce qu'il faut faire pour trouver l'integrale d'une fraction algebrique dont la difference est donnée.

REGLE.

Il faut d'abord diviser le dénominateur par son plus grand facteur, ou, ce qui revient au même, multiplier le numerateur par ce facteur, ensuite il faut diviser par le nombre des facteurs restants & par la difference.

Ainsi pour integrer $\frac{2n}{x.\overline{x+n}.\overline{x+2n}}$, il faut d'abord multiplier par $x+2n$, & l'on aura $\frac{2n}{x.\overline{x+n}}$, ensuite diviser par 2 & par n, & il vient $\frac{1}{x.\overline{x+n}}$ qui est l'integrale cherchée.

Pour integrer $\frac{1}{x.\overline{x+2}.\overline{x+4}.\overline{x+6}}$, il faut retrancher le plus grand facteur $x+6$, ensuite diviser par le nombre des facteurs qui est 3, & diviser encore par la difference qui est 2, & l'on trouve $\frac{1}{6 \times x.\overline{x+2}.\overline{x+4}}$ pour l'integrale.

Application des Regles que l'on vient d'établir pour les grandeurs entieres.

Soit cette suite infinie
1. 2 + 2. 3 + 3. 4 + 4. 5 + 5. 6 + 6. 7 + 7. 8 + &c. dont on demande la somme de tant de termes qu'on voudra.

Il faut d'abord examiner la loi selon laquelle les facteurs de cette suite augmentent; on voit que cette loi est uniforme, chaque facteur augmente de l'unité. Ainsi un terme quelconque de cette suite peut être exprimé par cette quantité algebrique $x.\overline{x+1}$, car si l'on donne à x successivement les valeurs 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8 &c. on aura chaque terme de la suite que l'on veut sommer.

Cela posé, si l'on demande la somme de la suite proposée depuis le premier terme jusqu'à celui exprimé par x.

$x+1$, il faut conſiderer le terme qui ſuit $x.x+1$ qui eſt $x+1.x+2$, comme la difference de la ſomme qu'on cherche, car il eſt clair que cette ſomme differe de la ſomme depuis le premier juſqu'à celui exprimé par $x+1.$ $x+2$, de la quantité $x+1.x+2$, dont l'integrale eſt $\frac{x.x+1.x+2}{3}$. Cette quantité exprimera la ſomme depuis le premier terme juſqu'à celui exprimé par $x.x+1$. Si l'on veut avoir les douze premiers termes, on aura $x=12$, & ſubſtituant 12 à la place de x dans l'integrale trouvée, elle deviendra $\frac{12.13.14}{3}=4.13.14=728$, ce qui eſt vrai, car $1.2+2.3+3.4+4.5+5.6+6.7+7.8+8.9+9.10+10.11+11.12+12.13=728$

EXEMPLE II.

Trouver la ſomme de tant de termes qu'on voudra de cette ſuite.

$1.4.7.10+4.7.10.13+7.10.13.16+10.13.16.19+$&c.

On voit que dans cet exemple la loi ſelon laquelle les facteurs augmentent eſt 3, d'où il ſuit qu'un terme quelconque de cette ſuite peut être exprimé par cette quantité algebrique $x.x+3.x+6.x+9$, car ſi l'on met dans cette quantité pour x ſucceſſivement 1. 4. 7. 10. 13. 16, &c. on trouvera tous les termes de la ſuite.

Si donc on demande la ſomme de tous les termes de la ſuite depuis le premier juſques à celui exprimé par $x.x+3.x+6.x+9$, on prendra le terme qui ſuit ce dernier, ce terme eſt $x+3.x+6.x+9\ x+12$, lequel ſera la difference de tous les termes que l'on demande.

L'integrale de cette difference eſt en ſuivant la regle $\frac{x.x+3\ x+6.x+9.x+12}{15}$, mais pour que cette quantité algebrique exprime la ſomme de tous les termes de la ſuite juſques à celui exprimé par $x.x+3.x+6.x+9$,

il faut qu'elle devienne zero lorſque $x+3=1$, c'eſt-à-dire, lorſque le terme qui ſuit le dernier eſt le premier de la ſuite : or lorſque $x+3=1$, on a $x=-2$, laquelle valeur étant ſubſtituée dans l'integrale trouvée, il vient $\frac{-2.1.4.7.10}{15}$. Ce qui fait voir que cette quantité manque à l'integrale trouvée, laquelle étant adjoûtée, il vient $\frac{2.1.4.7.10}{15}+\frac{x.x+3.x+6.x+9.x+12}{15}$ pour la ſomme cherchée.

Si l'on veut avoir la ſomme des quatre premiers termes, on aura $x=10$, & partant, la ſomme ſera $\frac{2.1.4.7.10}{15}$ $+\frac{10.13.16.19.22}{15}=58000$, ce qui doit être, car $1.4.7.10+4.7.10.13+7.10.13.16+10.13.16.19=58000$.

Si l'on veut avoir la ſomme des 100 premiers termes, on aura $x=298$, & la ſomme cherchée ſera $\frac{2.1.4.7.10}{15}$ $+\frac{298.301.304.307.310}{15}=173007588880$.

Application des Regles que l'on a données pour les grandeurs rompuës.

EXEMPLE I.

Soit cette ſuite infinie $\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+\frac{1}{4.5}+$ $\frac{1}{5.6}+$ &c. dont on demande la ſomme, en examinant la loi ſelon laquelle les facteurs de cette ſuite augmentent, on trouve que cette loi eſt uniforme, chaque facteur augmentant de l'unité, ainſi un terme quelconque de cette ſuite peut être exprimé par cette quantité algebrique $\frac{1}{x.x+1}$ pour trouver la ſomme des termes de cette ſuite depuis le terme $\frac{1}{x.x+1}$ juſques à l'infini. On doit conſiderer le terme $\frac{1}{x.x+1}$ comme la difference de la ſomme qu'on cherche, car il eſt évident que la ſomme qu'on

cherche ne differe de la ſomme de tous les termes juſques à l'infini, en commençant par celui qui ſuit $\frac{1}{x.\overline{x+1}}$ & qui ſeroit $\frac{1}{\overline{x+1}.\overline{x+2}}$; qu'elle ne differe, dis-je, que de la quantité $\frac{1}{x.\overline{x+1}}$ dont l'integrale eſt $\frac{1}{x}$.

Cette quantité $\frac{1}{x}$ eſt donc égale à la ſomme de toute la ſuite qui a pour premier terme $\frac{1}{x.\overline{x+1}}$. Si l'on veut que ce premier terme ſoit auſſi le premier de la ſuite, alors x ſera 1, & partant, la ſomme entiere de la ſuite infinie ſera $\frac{1}{1} = 1$.

Si l'on veut la ſomme de la ſuite depuis le ſixiéme terme juſqu'à l'infini, alors x ſera 6 & $\frac{1}{x}$ ſera $\frac{1}{6}$ pour cette ſomme, d'où l'on voit que la ſomme des cinq premiers termes ſera $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$, ce qui doit être, car $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} = \frac{5}{6}$.

EXEMPLE II.

Trouver la ſomme de la ſuite infinie

$$\frac{1}{1.3.5.7} + \frac{1}{3.5.7.9} + \frac{1}{5.7.9.11} + \frac{1}{7.9.11.13} + \&c.$$

dans laquelle chaque facteur croît de 2.

Un terme quelconque de cette ſuite peut être exprimé par cette formule algebrique $\frac{1}{x.\overline{x+2}.\overline{x+4}.\overline{x+6}}$ qui ſera la difference de la ſomme qu'on cherche dans laquelle la difference de x eſt 2.

Integrant donc la quantité $\frac{1}{x.\overline{x+2}.\overline{x+4}.\overline{x+6}}$, on trouve $\frac{1}{6.x.\overline{x+2}.\overline{x+4}}$ pour la ſomme de la ſuite infinie dont le premier terme ſeroit $\frac{1}{x.\overline{x+2}.\overline{x+4}.\overline{x+6}}$.

Si l'on veut que ce premier terme ſoit le premier de la ſuite propoſée, on aura alors $x = 1$, & en ſubſtituant cette valeur dans l'integrale trouvée, ou aura $\frac{1}{6.1.3.5}$ pour la ſomme cherchée $= \frac{1}{90}$. Si l'on veut avoir la ſom-

me de la ſuite depuis le 4me. terme juſqu'à l'infini alors $x=7$, & ſubſtituant dans l'integrale $\frac{1}{6.x.x+2.x+4}$ pour x ſa valeur 7, on aura $\frac{1}{6.7.9.11}=\frac{1}{4158}$ pour la ſomme depuis le 4me. juſqu'à l'infini, partant la ſomme des trois premiers termes ſera $\frac{1}{90}-\frac{1}{4158}=\frac{113}{10395}$.

EXEMPLE III.

Trouver la ſomme de la ſuite infinie dont le numerateur eſt toûjours l'unité, & le dénominateur un nombre figuré quelconque du triangle arithmetique de M. Paſchal. Par exemple, ceux du troiſiéme ordre dont la ſuite eſt $6\times\frac{1}{1.2.3}+\frac{1}{2.3.4}+\frac{1}{3.4.5}+$ &c.

Un terme quelconque de cette ſuite peut être exprimé par cette formule algebrique $\frac{6}{x.x+1.x+2}$, qui eſt auſſi la difference de la ſomme de la ſuite dont le premier terme eſt $\frac{6}{x.x+1.x+2}$, l'integrale de cette quantité eſt $\frac{1}{x.x+1}$. Si l'on ſuppoſe $x=1$, alors on aura $\frac{3}{1.2}=\frac{3}{2}$ pour la ſomme cherchée.

Si l'on ſuppoſe $x=4$, ou aura $\frac{3}{4.5}=\frac{3}{20}$; pour la ſomme depuis le 4me. juſqu'à l'infini, d'où il ſuit que les trois premiers termes feront égaux à $\frac{3}{2}-\frac{3}{20}=\frac{27}{20}$.

COROLLAIRE I.

Il ſuit de cet exemple que ſi l'on propoſe une ſuite infinie de fractions dont le numerateur ſera un nombre conſtant, & le dénominateur la ſuite des nombres figurés quelconque du triangle arithmetique de M. Paſchal, cette ſuite ſera ſommable, car la formule de cette ſuite ſera $\frac{a}{x.x+1.x+2.x+3.x+4 \text{ \&c.} \ldots x+p}$ en nommant $p+1$ l'ordre des nombres qui compoſe le dénominateur, dont l'integrale ſera $\frac{a}{p\times x.x+1.x+2.x+3\ldots x+p-1}$. Si l'on ſuppoſe $x=1$, on aura $\frac{a}{p.1.2.3.4.5\ldots p}$ pour la

somme depuis le premier terme jusques à l'infini.

COROLLAIRE II.

Il suit encore que si les numerateurs sont la suite d'un même ordre de nombres figurés du même triangle arithmetique, & les dénominateurs la suite d'un autre ordre de nombres, figurés du même triangle, il suit, dis-je, que cette suite de fractions sera sommable, pourvû que les deux ordres de nombres different au moins de 2, c'est-à-dire, que les numerateurs étant, par exemple, les nombres du 3me. ordre, il faut que les dénominateurs soient au moins les nombres du 5me. ordre, ils pourroient être ceux du 6me. ou 7me. &c.

Cela est évident, car la formule de cette suite sera

$$\frac{\overline{x}.\overline{x+1}.\overline{x+2}.\overline{x+3}\ldots\overline{x+p}\times\overline{p+2}.\overline{p+3}.\overline{p+q+1}}{x.\,\overline{x+1}.\overline{x+2}.\overline{x+3}\ldots\overline{x+p}.\overline{x+p+1}.\overline{x+p+2}\ldots\overline{x+p+q}} = = = =$$

$$= \frac{\overline{p+2}.\overline{p+3}\ldots\overline{p+q+1}}{\overline{x+p+1}.\overline{x+p+2}\ldots\ldots\overline{x+p+q}},$$ q est la distance entre les deux ordres dont l'intregrale est

$$\frac{\overline{p+2}.\overline{p+3}\ldots\overline{p+q+1}}{\overline{q-1}.\overline{x+p+1}.\overline{x+p+2}\ldots\overline{x+p+q-1}}$$ où l'on voit que q doit être au moins 2, car quand il est 1, alors $q-1=0$, & l'integrale est infinie.

Lorsque $q=2$, alors l'integrale est $\frac{\overline{p+2}.\overline{p+3}}{x+p+1}$; & si dans ce dernier cas on suppose $p=5$, c'est-à-dire, que les numerateurs soient les nombre du 6me. ordre, & les dénominateurs ceux du 8me. alors l'integrale sera $\frac{7.\,8}{x+6}$ qui est la somme de cette suite depuis le terme exprimé par $\frac{7.\,8}{\overline{x+6}.\overline{x+7}}$ jusqu'à l'infini. Si l'on suppose $x=1$, on aura la somme depuis le premier jusqu'à l'infini égale à 8. Si l'on suppose $x=4$, on aura $\frac{7.\,8}{10}$ qui sera la somme depuis le 4me. jusqu'à l'infini, & partant, les trois premiers seront $8-\frac{7.\,8}{10}=\frac{24}{10}=\frac{12}{5}$.

REMAR-

REMARQUE.

On voit que pour integrer une quantité algebrique par cette methode, il faut que la quantité dont l'inconnuë croît, soit aussi l'accroissement de chaque facteur, comme dans cet exemple $\frac{a}{x.x+3.x+6}$ qui est la formule de cette suite infinie (en supposant que la quantité dont x croît est 3 comme chaque facteur) $\frac{a}{1.4.7.} + \frac{a}{4.7.10} + \frac{a}{7.10.13}$ + &c. & qui seroit la formule de cette autre suite $\frac{a}{1.4.7}$ + $\frac{a}{6.9.12} + \frac{a}{11.14.17}$ + &c. si l'accroissement des x étoit 5, celui des facteurs étant 3; ainsi lorsque cette loi ne s'observe pas, il faut par le moyen de quelque réduction transformer l'expression algebrique donnée en une autre qui lui soit égale, & dans laquelle la loi qu'exige la méthode soit observée.

EXEMPLE I.

Soit la suite infinie $\frac{1}{1.2.3.4.5} + \frac{14}{5.6.7.8.9}$ + $+ \frac{55}{9.10.11.12.13} + \frac{140}{13.14.15.16.17}$ + &c. dans laquelle les facteurs augmentent de l'unité, & dans laquelle les facteurs d'un terme quelconque augmentent de 4 pour devenir les facteurs du terme suivant, ainsi par la methode generale on ne peut trouver la somme de cette suite, à moins qu'on ne réduise cette suite à la forme que cette methode demande.

Pour cela il faut examiner si le numerateur de chaque terme ne peut pas diviser exactement son dénominateur dans cet exemple, la division se fait; car si l'on examine les nombres qui forment les numerateurs, on verra que la suite est $\frac{1}{1.2.3.4.5} + \frac{2.7}{5.6.7.8.9} + \frac{5.11}{9.10.11.12.13}$ $+ \frac{7.20}{13.14.15.16.17}$ + &c. $\frac{1}{24} \times \frac{1}{1.5} + \frac{1}{5.9} + \frac{1}{9.13}$

$+ \frac{1}{13.17} +$ &c. dans laquelle on voit que les facteurs de chaque terme augmentent de 4, & que la difference de chaque facteur d'un terme à chaque facteur du terme qui le suit est aussi 4, qui est ce que demande la methode; cela étant fait, il faut exprimer cette suite par une formule algebrique, cette formule sera $\frac{1}{24} \times \frac{1}{x.\overline{x+4}}$ dont l'integrale est $\frac{1}{24} \times \frac{1}{4x}$ qui exprime la somme depuis le terme exprimé par $\frac{1}{24} \times \frac{1}{x.\overline{x+4}}$ jusqu'à l'infini. Si l'on suppose $x = 1$, l'integrale deviendra $\frac{1}{24} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{96}$, qui est la somme cherchée.

EXEMPLE II.

Trouver la somme de cette suite $\frac{21}{1.3.5.7.9} + \frac{77}{5.7.9.11.13} + \frac{165}{9.11.13.15.17} + \frac{285}{13.15.17.19.21} + \frac{437}{17.19.21.23.25} +$ &c. dont les numerateurs sont les nombres du 3me. ordre d'un triangle arithmetique dont la difference constante est 32, & les generateurs 56 & 21. En examinant cette suite, on voit que les numerateurs peuvent diviser exactement les dénominateurs : la division faite, on trouve que la suite se réduit à $\frac{1}{1.5.9} + \frac{1}{5.9.13} + \frac{1}{9.13.17} + \frac{1}{13.17.21} +$ &c. dont la formule est $\frac{1}{x.\overline{x+4}.\overline{x+8}}$ qui a pour integrale $\frac{1}{8.x.\overline{x+4}}$, lorsque $x = 1$, on a $\frac{1}{40}$ pour la somme cherchée.

EXEMPLE III.

Trouver la somme de cette suite $\frac{4}{1.4.7.10.13.16} + \frac{49}{4.7.10.13.16.19} + \frac{225}{7.10.13.16.19\,22} + \frac{676}{10.13.16.19.22.25} +$ &c. dans laquelle les numerateurs sont les nombres figurés du 5me. ordre d'un

triangle arithmetique dont la difference constante est 54, & les generateurs sont $-18.\ 5.\ 4.$

On voit dans cet exemple que les dénominateurs suivent la loi que demande la methode, ainsi la formule de ces dénominateurs sera $\frac{1}{x.\ x+3.\ x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15}$. Il faut aussi exprimer les numerateurs par une formule algebrique, dans laquelle il n'y ait que l'indéterminée x; pour cela il faut remarquer la loi selon laquelle les numerateurs croissent, on voit qu'ils sont les quarrés de 2. 7. 15. 26. 40. &c. dont la formule est $\frac{1}{6}\times x+2.\ x+3$, ainsi la suite proposée aura pour formule

$\frac{\overline{x+2.\ x+3}^{2}}{36\times x.\ x+3.\ x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15}$, qui ne peut être integrée par la methode generale qui demande (outre les conditions qui ont déja été remarquées) que le numerateur soit constant.

Pour le rendre tel, il faut décomposer cette quantité en cette sorte $\frac{1}{36}\times x+2.\ x+3\times\frac{x+2.\ x+3}{x.\ x+3.\ x+6.\ x+9.\ x+\&c.}$

$$=\frac{1}{36}\times x+2.\ x+3\times\frac{1}{x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15}+$$
$$+\frac{2.\ x+3}{x.\ x+3.\ x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15}=\frac{1}{36}\times x+2.\ x+3$$
$$\times\frac{1}{x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15}+\underset{(A)}{\frac{2}{x+3.\ x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15}}$$
$$+\underset{(B)}{\frac{6}{x.\ x+3.\ z+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15}}=\frac{x+2.\ x+3}{36\times x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15}$$
$$+\underset{(C)}{\frac{x+2.\ x+3}{18\times x+3.\ x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15}}+$$
$$\frac{x+2.\ x+3}{6.\ x.\ x+3.\ x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15}.$$

C se réduit à $\frac{1}{6}\times\frac{1}{x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15}$

$+ \frac{1}{3} \times \frac{1}{x+3.\ x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15} +$

$+ \frac{1}{x.\ x+3.\ x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15}$. *B* se réduit à

$\frac{1}{18} \times \frac{x+6.\ x+3}{x+3.\ x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15} - \frac{4}{18} \times$

$\times \frac{x+3}{x+3.\ x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15} = \frac{1}{18} \times \frac{1}{x+9.\ x+12.\ x+15}$

$- \frac{2}{9} \times \frac{1}{x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15}$. *A* se réduit à $\frac{1}{36}$

$\times \frac{x+6.\ x+3 - 4.\ x+3}{x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15} = \frac{x+6.\ x+9 - 6.\ x+6}{36.\ x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15}$

$- \frac{-\frac{4}{36}.\ x+6 + \frac{4}{36} \times 3}{x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15} = \frac{1}{36} \times \frac{1}{x+12.\ x+15} - \frac{1}{6}$

$\times \frac{1}{x+9.\ x+12.\ x+15} - \frac{1}{9} \times \frac{1}{x+9.\ x+12.\ x+15} + \frac{1}{3}$

$\times \frac{1}{x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15}$. On a donc $A+B+C = \frac{5}{18}$

$\times \frac{1}{x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{x+3.\ x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15}$

$+ \frac{1}{x.\ x+3.\ x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15} - \frac{2}{9} \times \frac{1}{x+9.\ x+12.\ x+15}$

$+ \frac{1}{36} \times \frac{1}{x+12.\ x+15}$ dont l'integrale est

$\frac{5}{18.\ 9.\ x+6.\ x+9.\ x+12} + \frac{1}{3.\ 12.\ x+3.\ x+6.\ x+9.\ x+12}$

$+ \frac{1}{15.\ x.\ x+3.\ x+6.\ x+9.\ x+12} - \frac{2}{9.\ 6.\ x+9.\ x+12}$

$+ \frac{1}{36.\ 3.\ x+12}$ qui est la somme de la suite proposée depuis le terme exprimé par $\frac{x+2.\ x+3}{36.\ x.\ x+3.\ x+6.\ x+9.\ x+12.\ x+15}$ jusqu'à l'infini. Si l'on suppose $x=1$, l'integrale deviendra

$\frac{1}{15.\ 1.\ 4.\ 7.\ 10.\ 13} + \frac{1}{36.\ 4.\ 7.\ 10.\ 13} + \frac{5}{18.\ 9.\ 7.\ 10.\ 13}$

$- \frac{2}{9.\ 6.\ 10.\ 13} + \frac{1}{36.\ 3.\ 13}$ qui étant mis à même dénomination, devient $\frac{5557}{15.\ 36.\ 120.\ 91}$.

EXEMPLE IV.

Trouver la ſomme de cette ſuite infinie $\frac{6}{1.\ 2.\ 3} + \frac{12}{3.\ 4.\ 5} + \frac{18}{5.\ 6.\ 7} + \frac{24}{7.\ 8.\ 9} + \frac{30}{9.\ 10.\ 11} +$ &c. qui ſe réduit à $3 \times \frac{1}{1.\ 3} + \frac{1}{3.\ 5} + \frac{1}{5.\ 7} + \frac{1}{7.\ 9} + \frac{1}{9.\ 11} +$ &c. dont l'expreſſion algebrique eſt $\frac{3}{x.\ \overline{x+2}}$ qui a pour integrale $\frac{3}{2x}$. Lorſque $x = 1$, on a $\frac{3}{2}$ pour la ſomme cherchée.

EXEMPLE V.

Trouver la ſomme de la ſuite infinie $\frac{1}{2.\ 1} + \frac{1}{2.\ 7} + \frac{1}{5.\ 7} + \frac{1}{5.\ 13} + \frac{1}{8.\ 13} + \frac{1}{8.\ 19} +$ &c. qui eſt égale à $\frac{1}{2} \times \frac{8}{1.\ 7} + \frac{1}{5} \times \frac{20}{7.\ 13} + \frac{1}{8} \times \frac{32}{13.\ 19} + \frac{1}{11} \times \frac{44}{19.\ 25}$ &c. $= 4 \times \frac{1}{1.\ 7} + \frac{1}{7.\ 13} + \frac{1}{13.\ 19} + \frac{1}{19.\ 25}$ &c. dont l'expreſſion algebrique eſt $\frac{4}{x.\ \overline{x+6}}$ qui a pour integrale $\frac{4}{6x}$. Si l'on fait $x = 1$, on aura $\frac{2}{3}$ pour la ſomme cherchée.

EXEMPLE VI.

Trouver la ſomme de cette ſuite infinie $\frac{5}{1.\ 2.\ 3.\ 4} + \frac{9}{3.\ 4.\ 5.\ 6} + \frac{13}{5.\ 6.\ 7.\ 8} + \frac{17}{7.\ 8.\ 9.\ 10} +$ &c. $= \frac{1}{1.\ 3} - \frac{1}{2.\ 4} + \frac{1}{3.\ 5} - \frac{1}{4.\ 6} + \frac{1}{5.\ 7} - \frac{1}{6.\ 8} + \frac{1}{7.\ 9} - \frac{1}{8.\ 10}$ dont la formule algebrique eſt $\frac{1}{x.\ \overline{x+2}} - \frac{1}{\overline{x+1}.\ \overline{x+3}}$ qui donne pour ſon integrale $\frac{1}{2x} - \frac{1}{2.\ \overline{x+1}}$. Lorſque $x = 1$, on a $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ pour la ſomme cherchée.

OBSERVATIONS D'UNE LUMIERE HORISONTALE.

Par M. MARALDI.

10 Mars 1717.

SUR la fin de l'année 1716 & au commencement de 1717 il a paru dans le Ciel pendant plusieurs nuits une grande Lumiere horisontale, blanchâtre, semblable au crêpuscule. Nous l'avons observée les 15 & 16 Decembre dernier, & le 6 le 9 le 10 & le 11 de Janvier, ayant été visible six fois, deux en Decembre & quatre en Janvier.

Le 15 Decembre, aprés avoir observé l'entrée du quatriéme Satellite dans Jupiter, & l'ombre du même Satellite qui rasoit presque le bord Meridional de cette Planete à 10 heures & demie du soir, c'est-à-dire, cinq heures aprés la fin du crêpuscule, nous vîmes le Ciel éclairé du côté du Nord & du Nord-est, comme si la Lune avoit été prés de se lever à cet endroit; il y avoit cependant plus de quatre heures qu'elle s'étoit couchée dans la partie opposée de l'horison, ainsi elle ne pouvoit pas être la cause de cette apparence.

La Lumiere étoit étenduë sur les Etoiles de la Constellation du Lion où étoit son terme plus Oriental; elle passoit au dessous des Etoiles de la grande Ourse, & alloit finir proche de la tête du Dragon qui étoit vers le Nord-oüest, occupant dans cet espace du Ciel du Nord-est au Nord-oüest presque 90 degrés d'un grand cercle. Elle étoit terminée d'un côté par l'horison, d'où elle paroissoit sortir comme le crêpuscule, & s'élevoit à la hauteur de 10 à 12 degrés, car elle touchoit par son bord superieur la belle Etoile qui est dans l'extremité de la queuë de la grande Ourse, & passoit proche des Etoiles de la tête du

Dragon. Nous n'eûmes que le temps de l'obſerver pendant un quart d'heure, le Ciel s'étant couvert à 10 heures & trois quarts.

Le 16 Decembre à 9 heures & demie, le Ciel s'étant découvert, la Lumiere étoit viſible, & paſſoit comme la nuit précedente au deſſous des Etoiles du Dragon & par celles de la grande Ourſe, étant terminée à l'Orient par des nuages qui couvroient les Etoiles du Lion; mais ces nuages s'étant diſſippés dans la ſuite, la Lumiere parut auſſi ſur ces Etoiles, deſorte qu'elle paroiſſoit dans la même ſituation que la nuit précedente, & avoit la même étenduë. Dans la ſuite le Ciel s'étant couvert en partie, on ne pût pas continuer d'obſerver les termes de la Lumiere, mais on vit juſqu'à minuit & demi par des ouvertures de nuages la partie du Ciel ſituée depuis le Nord-eſt juſqu'au Nord-oüeſt éclairée dans ces ouvertures de la même force qu'elle l'étoit auparavant quand le Ciel étoit tout ſerein. Nous remarquâmes auſſi que ces nuages en changeant de place nous cachoient la Lumiere dans les lieux du Ciel par où ils paſſoient, & que la Lumiere reparoiſſoit dans ces mêmes lieux que les nuages quittoient dans la ſuite. Ce qui fait voir que la matiere qui étoit la cauſe de cette Lumiere étoit plus éloignée de la Terre que les nuages, puiſqu'ils nous cachoient la Lumiere quand ils paſſoient par la partie du Ciel où elle étoit viſible, & la laiſſoient voir quand ils quittoient ces mêmes parties.

Aprés le 16 Decembre, le Ciel ayant été couvert quelques jours de ſuite, & le clair de la Lune étant enſuite ſurvenu, nous n'avons pû voir la Lumiere que le mois de Janvier de l'année 1717.

Le 6 du même mois le Ciel fut couvert tout le jour, & ne ſe découvrit que vers les 10 heures & trois quarts du ſoir. Nous vîmes pour lors la Lumiere fort belle en forme de crêpuſcule, qui faiſoit le tour de l'horiſon. Les Etoiles de la tête du Dragon qui étoient dans la partie inferieure du Meridien du côté du Septentrion paroiſ-

ſoient un peu plongées dans cette Lumiere; & continuant vers l'Orient, elle paſſoit proche de l'épaule Occidentale de Bootes, au deſſous de la chevelure de Berenice, au deſſous de la belle Etoile de la queuë du Lion, par les Etoiles du Navire, par celles du grand Chien qui étoient proches du Meridien du côté du Midi. De-là elle ſe voyoit ſur les Etoiles de l'Eridan, ſur le ventre de la Baleine qui étoit à l'Occident; & paſſant enſuite vers le Nord-oüeſt par les deux belles Etoiles de la poitrine du Pegaſe & de l'extremité de ſon aîle, & par la belle de la queuë du Cigne, elle alloit achever la circonference entiere avec les Etoiles du Dragon.

Cette Lumiere étoit bornée par l'horiſon comme dans les Obſervations précedentes, mais elle n'étoit pas également large partout. Il y avoit deux endroits preſque opposés l'un à l'autre où elle s'élevoit juſqu'à la hauteur d'environ 20 degrés, car du côté du Nord-oüeſt elle touchoit par ſon extremité ſuperieure les Etoiles plus Meridionales de Cephée & du côté du Sud-eſt proche des Etoiles du Navire elle s'élevoit tout autant, & étoit plus claire que la voye de Lait qui en étoit proche. Dans le reſte de l'horiſon la Lumiere s'élevoit ſeulement d'environ 12 degrés, & elle étoit également claire partout, excepté vers ſon extremité ſuperieure où elle ſe perdoit inſenſiblement. Il y avoit auſſi un petit eſpace du côté du Sud-oüeſt où elle étoit moins brillante que dans le reſte de ſon étenduë. Quelques nuages qui étoient adherants à l'horiſon l'interrompoient un peu dans ſa partie inferieure; mais elle s'élevoit partout beaucoup au deſſus de ces nuages, deſorte que dans ſa partie ſuperieure elle étoit continuë, & faiſoit le tour de l'horiſon.

Nous continuâmes de la voir de cette maniere juſqu'à minuit & demi que les nuages nous la cacherent entierement avec le Ciel.

Le 9 Janvier aprés la ſortie du ſecond Satellite de l'ombre de Jupiter qui arriva un peu avant les huit heures du

ſoir,

soir, le Ciel étant en partie serein, on voyoit la Lumiere assés claire en plusieurs endroits de l'horison où il n'y avoit point de nuages.

A minuit les nuages s'étant dissipés, la Lumiere étoit éclatante. Vers le couchant on la voyoit étenduë sur la tête de la Baleine, elle passoit par les Etoiles d'Andromede qui étoient au Nord-oüest & par les Etoiles plus basses de Cephée; la belle Etoile de la Lire paroissoit au milieu de cette Lumiere; les Etoiles de la tête du Dragon y étoient un peu enfoncées. Du côté du Nord & de l'Est la Couronne, Arcturus, les deux plus Meridionales de la Ceinture de la Vierge, y étoient dedans, & elle alloit se terminer aux Etoiles du Navire; ainsi elle faisoit presque le tour de l'horison. Nous observâmes depuis minuit & demi jusqu'à une heure l'entrée du premier Satellite dans Jupiter, & l'immersion du 4me. dans l'ombre.

A une heure aprés minuit, le Ciel étant toûjours serein, la Lumiere continuoit de paroître fort claire presque partout l'horison; Arcturus & les Etoiles de la Ceinture de la Vierge, qui à minuit étoient enfoncées dans la lumiere, se voyoient à son extremité superieure, quoi-qu'elle fût toûjours à la même hauteur; ce qui démontre qu'elle étoit attachée à l'horison, & qu'elle ne participoit point au mouvement des Etoiles d'Orient en Occident.

La même nuit aprés l'émersion du 4me. Satellite, & celle du premier de l'ombre de Jupiter, observée à 3 heures & 20', la Lumiere paroissoit toûjours fort claire. Elle avoit encore la même largeur, la même étenduë & la même situation à l'égard de l'horison, mais elle se trouvoit avec des Etoiles fort differentes de celles où elle avoit été à minuit. Du côté d'Orient elle passoit par les Etoiles du Cigne, par celles de la Lire, par la tête & par l'épaule Occidentale d'Ophiucus & par les Etoiles de la Balance. Du côté d'Occident elle étoit étenduë sur les épaules d'Orion, sur la tête du Taureau, & sur la Constellation de Cassiopée; ainsi dans cette derniere Observation la Lu-

miere passoit par des Etoiles plus Orientales que celles où elle s'étoit trouvée à minuit, celles-ci étant plus à l'Occident; ce qui fait encore voir qu'elle ne participoit point à leur mouvement, & qu'elle étoit fixe à l'égard de l'horison, & par consequent qu'elle n'étoit pas fort éloignée de la Terre, car tout ce qui paroît dans le Ciel sans participer au mouvement universel d'Orient en Occident dans les trois hypotheses de Ptolemée, de Copernic & de Tycho, est censé appartenir à la Terre, & être dans son Atmosphere. Ainsi quoi-que la matiere qui étoit la cause de la Lumiere fût plus éloignée de la Terre que les nuages qui se trouvoient en même temps dans l'air, comme nous l'avons remarqué auparavant, elle étoit néantmoins comprise dans l'Atmosphere.

Le 10 Janvier à 7 heures du soir la Lumiere étoit fort claire, & faisoit presque le tour de l'horison. Il n'y avoit que du côté du Sud-oüest qu'elle ne paroissoit pas bien sensible. Des nuages s'étant ensuite élevés sur l'horison, la Lumiere en étoit en partie effacée, mais on voyoit toûjours son extremité superieure où les nuages n'arrivoient point.

Le 11 Janvier la Lumiere n'étoit sensible que vers l'Orient; elle commençoit au dessous de l'épaule Occidentale de Bootes, passoit sous la chevelure de Berenice, traversoit les Etoiles Occidentales de la Vierge où elle étoit belle, & alloit finir proche des Etoiles du Navire.

Aprés le 11 Janvier, le Ciel ayant été quelques jours couvert, & le clair de Lune ayant suivi, nous n'en avons pû faire d'autres Observations.

Il paroît par ce que je viens de rapporter, que l'éclat & l'étenduë de la Lumiere a été sujette en peu de temps à des grandes variations, car les deux premiers jours de son apparition, qui furent le 15 & le 16 Decembre, elle occupoit 90 degrés, & disparut ensuite. Elle parut de nouveau le 6 & le 9 Janvier quatre fois plus grande qu'auparavant, puisqu'elle faisoit le circuit de l'horison. Le

10 elle avoit un peu diminué vers le Sud-oüeſt, le 11 elle l'étoit beaucoup davantage, ne paroiſſant belle que vers l'Orient ſur les Etoiles de la Vierge. Enfin elle s'eſt diſſipée entierement ſans avoir été depuis viſible.

Cette Lumiere a quelque rapport avec celle que nous obſervâmes au mois d'Avril de l'année derniere, quoiqu'elle en differe en quelques circonſtances. Elles ſe rapportent, en ce que l'une & l'autre ont paru à l'horiſon en maniere de crêpuſcule blanchâtre & tranſparant, de ſorte qu'on voyoit les Etoiles qui y étoient plongées. Celle d'Avril a paru vers le Nord & Nord-eſt, occupant environ 80 degrés. Celle du 15 & du 16 Decembre dernier a paru du même côté de l'horiſon, ayant une étenduë de 90 degrés environ; mais dans la pluſpart des Obſervations de Janvier cette étenduë étoit beaucoup plus grande, puiſqu'elle faiſoit le tour de l'horiſon.

Au mois d'Avril, outre la lumiere conſtante en forme de crêpuſcule, comme dans celle de Decembre & de Janvier, il y avoit des jets de lumiere qui s'élevoient de temps en temps de l'horiſon, & traverſoient la Lumiere horiſontale, ce qui n'eſt point arrivé dans aucune des dernieres Obſervations.

Celle d'Avril n'a paru dans la même nuit que l'eſpace d'environ deux heures, c'eſt-à-dire, depuis dix heures & demie juſqu'à minuit, s'étant enſuite diſſipée. La derniere a été viſible toute la nuit, lorſque le Ciel a été ſerein, & à en juger par l'éclat qu'elle avoit auſſi les autres nuits, il y a lieu de croire que ſi elle n'a pas duré auſſi long-temps, c'eſt parce que les nuages nous l'ont cachée.

Bien que ces phénomenes ſoient rares, on en a vû cependant anciennement qui ont quelque rapport à ceux que nous avons obſervés.

Pline au chapitre 33 du ſecond Livre de l'Hiſtoire naturelle, dit que ſous le Conſulat de Caïus Cecillius & de Cneius Papirius qui fut 111 ans avant l'époque de Jeſus-Chriſt, on vit une lumiere pendant la nuit qu'on re-

marqua plusieurs fois comme s'il y eût eu une espece de jour pendant la nuit.

Seneque au premier Livre des Questions naturelles, en faisant le rapport de differentes clairtés qui paroissent dans l'air, dit qu'il y en a de permanentes en certains lieux, qui donnent tant de lumiere, qu'elles dissipent les tenebres & representent le jour. Il adjoûte que parmi celles-ci il y en a qui se voyent dans les nuages, & d'autres qui paroissent au dessus des nuages.

Nôtre Lumiere étoit aussi fixe, & n'avoit aucun mouvement à l'égard de l'horison; elle avoit encore cette particularité de paroître au dessus des nuages, & quoi-qu'elle n'ait pas été assés grande pour representer le jour, elle imitoit cependant une aurore un peu avancée.

Calvisius en l'année *992* rapporte que la nuit de Noël il parut du côté du Septentrion une lumiere si grande qu'elle representoit celle du jour.

Un Chronologiste Saxon, qui a été publié par M. Leibnitz, dit avoir vû l'an *993*, la nuit de S. Estienne, une Lumiere si grande du côté du Septentrion, qu'on auroit crû que le jour alloit commencer. Elle parut au commencement de la nuit, & dura pendant une heure.

M. Gassendi assure d'avoir vû cinq fois differentes une Lumiere Septentrionale dont il ne donne la description que de celle qui fut visible en Septembre de 1621, & qui paroît avoir plus de conformité à celle que nous observâmes au mois d'Avril qu'à ces dernieres.

L'Observation rapportée par Calvisius & celle du Chronologiste Saxon ont cela de conforme avec la nôtre, qu'elles ont paru à peu-prés dans la même saison de l'année & vers le Solstice d'Hiver, au lieu que celles de Gassendi ont été visibles en des saisons differentes, c'est-à-dire, trois en Septembre, une en Avril, & la cinquiéme en Fevrier.

Aprés les Observations de Gassendi nous n'en avons point d'autres que celles de 1707. faites à Copenague par M. Roëmer, & à Berlin par M. Kirchius, quoi-que dans

cét intervalle il y ait eu plusieurs excellents Astronomes trés attentifs aux Observations celestes.

Dans le Registre des Observations du 4 Avril 1695 ; aprés plusieurs Observations des Satellites de Jupiter qui font voir que le Ciel étoit serein cette nuit-là, j'ai remarqué que vers le couchant d'Hiver il y avoit des nuages fort éclairés depuis l'horison jusqu'à la hauteur de 4 ou 5 degrés & de la longueur de 10 à 12 qui étoient terminés du côté du Zenit par un nuage noir. Ce phenomene que j'observai depuis 10 heures du soir jusqu'à 11, & qui paroissoit comme si un grand incendie eût éclairé ces nuages, a plustôt quelque conformité à celui qui parut en Angleterre au mois de Mars qu'à nôtre dernier, qui ne se voyoit jamais mieux que lorsqu'il n'y avoit point des nuages aux environs où il paroissoit.

Toutes les apparitions de cette Lumiere observée par Gassendi ont été suivies, ainsi qu'il le témoigne par des jours doux & sereins. M. Roëmer aprés avoir donné les Observations qu'il fit en 1707 de deux Lumieres Septentrionales, adjoute que ces phenomenes sont plustôt une marque de l'état present de l'air que de ce qui doit les suivre, & qu'il n'arrive pas toûjours, comme quelques-uns croyent, qu'en Eté ce phenomene soit suivi par un beau temps, & en Hiver par le froid. M. Kirchius dans l'Observation qu'il fit à Berlin le 6 Mars 1707, dit que cette apparition fut accompagnée de beau temps, & qu'il dégeloit pendant le jour.

Les relations d'Angleterre qui rapportent l'Observation du phenomene du 17 Mars 1716, remarquent en même temps que ce jour-là l'air fut doux & même chaud; c'est aussi ce qui arriva le 11, le 12 & 13 d'Avril, auxquels jours nous observâmes en 1716 la Lumiere Septentrionale. De même l'air a été fort doux durant les dernieres apparitions de nôtre Lumiere du 15 & 16 Decembre, & en Janvier dans les jours qu'elle étoit visible, contre l'ordinaire de la saison.

Il paroît donc par les Obſervations que nous venons de rapporter, que l'apparition de ces Lumieres a été accompagnée d'un air doux & temperé, même en Hiver & en des climats froids, ce qui donne lieu de croire que ces Lumieres ont été cauſées par des exhalaiſons ſubtiles & ſulphureuſes, qui s'étant élevées de la Terre & allumées dans l'air, ont contribué à le rendre doux; car il n'y a pas lieu de douter que l'état de l'air dans la même ſaiſon ne ſoit diverſifié par les differentes exhalaiſons, & que celles qui s'allument dans l'air peuvent le temperer, lors même qu'il eſt moins échauffé par les rayons du Soleil.

On peut encore remarquer que les années dans leſquelles on a obſervé ces derniers phenomenes les pluyes n'ont pas été bien abondantes dans ce climat, car en 1706, qui fut l'année qui préceda l'apparition de la lumiere obſervée à Copenague & à Berlin au commencement de Mars 1707, ſuivant les remarques de M. de la Hire, il ne tomba que 15 pouces & demi de pluye, & les deux premiers mois de 1707 il n'en tomba qu'un pouce, ce qui eſt une marque de ſéchereſſe, & durant 1716, que la Lumiere a été obſervée trois fois en Angleterre & deux à Paris, il n'eſt tombé que 14 pouces de pluye, ce qui eſt encore une marque de grande ſéchereſſe.

On ne ſçait point s'il eſt arrivé la même choſe au temps des Obſervations de Gaſſendi, parce qu'on n'a pas en même temps meſuré la pluye qu'il a tombé.

Il ſe pourroit bien faire que ces Lumieres ne ſoient viſibles que dans le temps de ſéchereſſe, & qu'elles en ſoient pluſtôt la ſuite que les indices. Car dans une année ſéche les exhalaiſons doivent être en plus grande abondance & moins mélées d'humidité, & par-là être plus faciles à s'enflammer, & à produire ces apparences de Lumiere que nous venons de rapporter.

Ces circonſtances des temps qui ont accompagné ces meteores peuvent être de quelque utilité dans la recherche de leur origine, elles ſerviront auſſi à nous rendre at-

tentifs à ces ſortes d'obſervations, lorſque dans la ſuite pareilles circonſtances arriveront.

PREMIER MEMOIRE
SUR LE NITRE.

Par M. LEMERY.

CE n'eſt point du Nitre des Anciens dont il s'agit dans ce Memoire, le peu de connoiſſance qu'il me paroît qu'on en a ne me permet pas de décider ſi ce Nitre n'eſt autre choſe que le nôtre, ou s'il en eſt different. 12 Juin 1717.

A l'égard de celui dont nous avons à parler, pour en avoir une idée nette & préciſe, & pour éviter toute conteſtation ſur ce qu'on doit entendre par le mot de *Nitre*, nous remarquerons d'abord, & ſi l'on en doutoit, on verra clairement par la ſuite qu'il y a un grand nombre de corps qui contiennent un acide particulier, tel que celui du Salpêtre, & par conſequent different par ſa nature & par ſes effets de tous les autres acides que nous connoiſſons, de ceux par exemple, de l'Alun, du Vitriol, du Soufre & du Sel commun. 2o. Que cet acide eſt le veritable principe nitreux, ou le veritable Nitre principe; mais comme ce n'eſt que par le ſecours de l'art, c'eſt-à-dire, par la diſtillation que cet acide ſe trouve libre & développé juſqu'à un certain point, & que dans ſon état naturel il habite dans pluſieurs ſortes de matieres terreuſes, ſalines, ſulphureuſes qui lui ſervent de baſe ou de matrice, il forme par-là differentes eſpeces de corps nitreux qui ſe reſſemblent tous par leur acide, & qui ne different les uns des autres que par la nature des matieres qui enveloppent l'acide.

Parmi ces corps nitreux il y en a qui quoi-que aſſés conſiderablement chargés d'acide, n'ont cependant pas

une forme saline, ce qui peut venir de differentes causes, & entre autres de la nature particuliere des matieres qui servent de base ou d'enveloppe à l'acide; les corps huileux, par exemple, ne font guere avec un acide qu'une espece de matiere gommeuse; ou de ce que les matieres les plus propres à prendre en pareil cas une forme saline, se trouvent mêlées avec d'autres matieres qui les empêchent de paroître sous cette forme. Quoi-qu'il en soit, ces composés seront simplement appellés *matieres nitreuses*, pour les distinguer de ceux qui ont veritablement une forme de Sel concret, & auxquels par rapport à cette circonstance nous donnerons le nom de *Nitre*; tel est le Salpêtre, qui étant de tous les sels nitreux celui qu'on connoît davantage, s'est en quelque sorte approprié le nom de Nitre, de maniere que par ce mot on n'entend ordinairement autre chose que le Salpêtre : cependant ce sel n'est à proprement parler qu'une espece particuliere de Nitre, & par la même raison que le mot generique de Nitre convient au Salpêtre qui en est une espece, il convient aussi à d'autres sels qui en sont d'autres especes, ce qu'il est aisé de faire sentir par l'examen de la composition de quelques-uns de ces sels.

On sçait, par exemple, que le Salpêtre contient une trés grande quantité d'acides, engagés suivant quelques-uns dans un sel fixe alkali, & suivant quelques-autres dans une simple terre. Ce qui donne lieu au premier sentiment, c'est qu'en versant de l'esprit de Nitre sur du sel de Tartre, il en resulte de veritable Salpêtre, & ce qui donne lieu au second, c'est que dans la distillation ordinaire de l'esprit de Nitre faite avec la terre grasse, quand tous les acides nitreux sont montés, on n'apperçoit & il ne reste dans la cornuë qu'une matiere terreuse, qui ne m'a jamais donné d'indice de sel fixe alkali.

Nous ne nous amuserons point presentement à accorder ensemble ces deux opinions, qui, quoi-que differentes en apparence, ne le sont pas si fort en effet; il nous suffit de

de sçavoir pour ce que nous avons à prouver ; que ce qui arrête & enveloppe les acides du Salpêtre, & ce qui les oblige par-là de paroître sous une forme solide, qui est celle des sels concrets, c'est une matiere fixe & alkaline soit saline soit purement terreuse : mais ce n'est point cette matiere qui fait que le Salpêtre est appellé Nitre, puisqu'étant considerée indépendemment de tout acide, elle n'est pas plus la matrice du Nitre que de tout autre sel concret.

Et en effet si au lieu de verser un acide nitreux sur un sel alkali, on y verse ou de l'esprit de sel, ou quelque acide vitriolique, il n'en resultera point de Nitre, mais ou un sel commun, ou un sel vitriolique ; & comme c'est l'acide particulier engagé dans la même matrice, qui fait que chacun de ces sels nouvellement formés ne sont point du Nitre, mais ou du sel commun, ou un sel vitriolique, de même aussi ce qui fait que le Salpêtre est du Nitre & non pas du sel commun, ou tout autre sel qui auroit la même matrice, c'est son acide qui est la veritable partie nitreuse, & celle d'où naissent les proprietés essentielles qui distinguent le Salpêtre d'un autre sel dont la matrice seroit la même. Ces proprietés sont, comme l'on sçait, de produire un sentiment de fraîcheur sur la langue, de fuser étant mis sur les charbons ardents, & d'exciter & hâter si fort l'inflammabilité des matieres huileuses avec lesquelles il se trouve mêlé sur le feu, que dans l'instant même le mêlange jette une grosse flamme, & produit une détonation considerable. On a fait voir dans un Memoire donné en 1713, que ces effets particuliers au Salpêtre étoient dûs 1°. à la facilité qu'a son acide de se débarrasser de sa matrice, & d'être emporté en l'air, sur-tout quand il est mêlé avec une matiere huileuse, 2°. à ce que cet acide a en même temps la force & la proprieté de penetrer les matieres huileuses, & de les enflammer même sans le secours du feu.

Si donc le Salpêtre n'est veritablement Nitre que par

ſon acide, & ſi la matrice de ce ſel ne ſert qu'à arrêter cet acide; on conçoit facilement que quand ce même acide ſe trouvera arrêté par toute autre matrice avec laquelle il paroîtra auſſi ſous la forme d'un ſel concret ſalé, ce nouveau composé aura le même droit de porter le nom de Nitre que le Salpêtre. Par exemple, ſi au lieu de verſer de l'eſprit de Nitre ſur un ſel fixe alkali, ce qui produiroit du Salpêtre, on verſe cet eſprit ſur un ſel volatile alkali, il en reſultera de même un ſel concret, qui ne differera en rien du Salpêtre par ſon acide, & qui par-là ſera auſſi du Nitre. Mais comme la baſe de l'un eſt un Salpêtre, & la baſe de l'autre un ſel volatile, ce ſeront deux eſpeces de Nitre qui tireront leur difference de la diverſité de leur matrice, & pour les déſigner par des noms qui faſſent ſentir ce qu'elles ont entre elles de commun en qualité de Nitre, & de particulier par leur matrice, nous entendrons par le mot de Salpêtre, le Nitre qui a pour baſe une matiere fixe & telle que nous l'avons déja marquée, & nous donnerons le nom de ſel ammoniac nitreux au Nitre dont la matrice eſt un ſel volatile.

Nous ne parlerons point ici des differents engagements dont l'acide nitreux eſt ſuſceptible avec pluſieurs ſortes de metaux & de matieres terreuſes & metalliques; ce qui produit encore d'autres eſpeces de Nitre, dont les unes different beaucoup du Salpêtre, & encore davantage du ſel ammoniac nitreux, & dont les autres ont à la verité quelque rapport avec le Salpêtre, mais elles ne lui reſſemblent pas aſſés pour pouvoir être confonduës avec ce ſel. Toutes ces eſpeces dernieres de Nitre ſont pluſtôt l'ouvrage de l'Art que de la Nature, puiſqu'elles ne ſe trouvent guere que dans nos Laboratoires où elles ont pris naiſſance par le mêlange qui y a été fait de l'acide nitreux avec les matieres dont il a été parlé. Il n'en eſt pas de même du Salpêtre & du ſel ammoniac nitreux, qui ſe trouvent communément dans le ſein de la nature où ils ont été formés, & qui par-là doivent être regardés comme de veritables

especes de Nitre naturel. On peut même dire avec toute la vrai-semblance possible, que presque tout le Nitre de l'Univers est ou Salpêtre ou sel ammoniac nitreux, & que chacune de ces deux especes de Nitre quitte souvent sa forme particuliere pour prendre celle de l'autre, comme nous le prouverons manifestement en son lieu.

Quoi-qu'il y ait un grand nombre de corps dont on pourroit tirer de trés excellent Salpêtre, cependant les materiaux avec lesquels on a apparemment jusques ici le mieux trouvé son compte, & dont on se sert communément dans les Manufactures de Salpêtre, ce sont les terres & les platras des vieilles masures, des vieux bâtiments, des cimetieres, des écuries, des étables, des colombiers; on sçait que ces materiaux ne donnent de Salpêtre qu'autant qu'ils ont été mêlés avec d'autres corps, & traités d'une certaine façon : & c'est en considerant avec attention toute la suite du procedé dont on a coutume de se servir, & ce qui resulte de ce procedé, qu'il m'est venu quelques doutes physiques qui m'ont paru assés curieux pour meriter un éclaircissement particulier. Pour lever ces doutes, & pour acquerir un certain degré de connoissance sur toute la matiere du Nitre, j'ai fait beaucoup d'experiences qui feront la principale partie des Memoires que j'ai à donner sur ce sujet; mais avant que de faire nos reflexions sur la maniere dont on retire la portion nitreuse contenuë dans les terres & les platras, sur la forme sous laquelle l'acide de cette portion nitreuse y reside, sur la nature de la matrice qui y enveloppe l'acide nitreux, sur l'alteration ou l'engagement nouveau qui lui survient par le procedé ordinaire du Salpêtre, & enfin sur toutes les circonstances particulieres de ce travail, il est à propos & pour suivre un certain ordre & même pour une plus grande intelligence de ce que j'ai à dire dans la suite, d'examiner d'abord comment & par quelle mécanique la portion nitreuse qu'on trouve dans les terres & les platras s'y est allé loger, & quelle est la source veritable d'où cette matiere leur a été apportée.

Comme la plufpart de ceux qui ont parlé du Salpêtre n'ont pas manqué de traiter le fujet dont il s'agit; il n'eft pas poffible que ce que j'ai à en dire ne fe rapporte pas quelquefois, & en certaines circonftances à ce qui en a déja été dit: auffi ce que je me propofe particulierement dans ce Memoire, c'eft de répandre un nouveau jour fur la matiere en queftion, non feulement en détruifant certains préjugés affés generalement reçûs fur la fource d'où les terres & les platras puifent leur matiere nitreufe, mais encore en indiquant l'opinion la plus fenfée fur ce fujet, & en fortifiant cette opinion de plufieurs preuves & experiences nouvelles dont on trouvera peut-être qu'elle avoit un befoin indifpenfable pour pouvoir être adoptée préferablement à toute autre.

Les matieres terreufes & pierreufes étant celles qui fourniffent le Salpêtre ordinaire, on pourroit peut être s'imaginer que ce fel feroit le fel propre de ces matieres, & qu'il ne leur viendroit point d'ailleurs, ce qui s'accorderoit affés avec le mot de Salpêtre qui vient de *fal* & de *petra*, *quafi fal petræ*, fel de pierre. Mais quand on examine toutes ces matieres avant qu'elles ayent eu occafion de tirer leur Nitre, des fources étrangeres qui le contiennent réellement, comme nous l'allons prouver inceffamment, on n'y en découvre point: de plus elles peuvent éternellement & fe charger de Nitre & en être enfuite dépoüillées, ce qui n'arriveroit point, fi ce fel étoit le fel propre de ces terres; car elles en feroient bientôt épuifées, du moins en ce cas elles ne feroient pas capables, comme elles le font, d'en donner à la fuite du temps au de-là de leur propre poids, en le confervant neantmoins toûjours: ce qu'il y a donc feulement à remarquer dans ces terres, c'eft qu'elles font fort poreufes & alkalines, & plus elles le font, mieux elles abforbent la matiere nitreufe qui leur vient de dehors, & plus elles en font provifion: les terres fablonneufes, par exemple, n'étant compofées que de grains vitrifiés, & dont les pores font trés ferrés, elles font

par-là incapables de donner une entrée libre à la matiere nitreuſe, & de l'arrêter: l'experience nous prouve encore que les terres argilleuſes ne peuvent guere s'en charger, & cela, 1°. parce que leurs pores ſe trouvant déja remplis d'une ſubſtance graſſe & vitriolique, ils ſont peu en état d'admettre une nouvelle matiere; 2°. parce que ces terres étant exterieurement fort graſſes, la liqueur nitreuſe coule deſſus ſans pouvoir penetrer au dedans, & par conſequent ſans y dépoſer le Nitre qu'elle porte avec elle.

La Chaux au contraire qui eſt trés poreuſe, & dont le feu de la calcination qu'elle a ſouffert, a chaſſé la plus grande quantité des matieres contenuës dans ſes pores, la Chaux, dis-je, & par la multitude de ſes pores, & parce que ces pores ſe trouvent vuides, eſt plus ſuſceptible de la matiere nitreuſe que la pluſpart des autres corps terreux; ce que nous prouverons par pluſieurs experiences qui ſeront rapportées en leur lieu, & ce qu'il eſt toûjours facile de reconnoître, parce que les murs où il eſt entré beaucoup de Chaux ſont ceux qui amaſſent le plus de Nitre, & dont on retire auſſi une plus grande quantité de Salpêtre, toutes choſes d'ailleurs étant égales. C'eſt par la même raiſon que pluſieurs pierres ſont excellentes pour le même effet; telles ſont, à ce qu'on dit, certaines pierres de Tuſe qu'on trouve en Touraine, & d'autres qu'on tire de certaines Carrieres proche Saumur. Enfin toutes ces matieres alkalines doivent être regardées comme des eſpeces d'éponge de matiere nitreuſe, ou ſi l'on veut, comme autant d'amas de petites cellules, où non ſeulement la matiere nitreuſe s'engage & eſt retenuë, mais encore où cette matiere reçoit une préparation particuliere dont nous ferons voir clairement la verité & la neceſſité, aprés avoir établi la ſource de la matiere nitreuſe, & la maniere dont les terres & les pierres en font acquiſition. L'opinion la plus commune ſur ce ſujet, c'eſt que l'air eſt le grand magazin du Nitre, & que c'eſt de-là que les terres & les platras tirent celui dont on les trouve chargés: on ne dit pour-

tant point trop ſous quelle forme ce Nitre ſe ſoutient dans l'air; & Mayou, Auteur Anglois & grand deffenſeur du Nitre aërien voulant éclaircir cette difficulté, ſuppoſe l'air impregné par tout d'une eſpece de Nitre metaphiſique qui ne merite pas trop d'être refuté, quoi-qu'il l'ait cependant été ſuffiſamment par Barchuſens & par Schelhamere. Le fondement de l'opinion du Nitre aërien, c'eſt, comme le rapporte Mayou lui-même, qu'aprés avoir enlevé à une terre tout le Nitre qu'elle contenoit, ſi on l'expoſe enſuite à l'air pendant un certain temps, elle en reprend de nouveau: il eſt vrai que ſi l'obſervation étoit parfaitement telle qu'elle vient d'être rapportée, on auroit une plus grande raiſon qu'on n'en a de ſuppoſer dans l'air une trés grande quantité de Nitre, & de mettre ſur le compte de ce Nitre aërien un grand nombre d'effets auxquels il n'a certainement aucune part.

Mais ſans examiner ici ſi la Miniere de ce prétendu Nitre eſt l'air, ſi c'eſt là le lieu de ſa naiſſance, & où il reçoit ſa premiere forme ſaline, ce qui paroîtroit aſſés extraordinaire, d'autant que c'eſt dans l'interieur des corps terreſtres que ſe forment tous les autres ſels; ou ſi au contraire tout le Nitre qui pourroit être dans l'air, ne s'y trouveroit point en conſequence des exhalaiſons ſalines qui s'élevent des corps terreſtres: auquel cas l'air ne ſeroit pas la premiere ſource nitreuſe, mais ſeulement le vehicule du Nitre qu'il auroit puiſé dans les corps terreſtres comme l'eau de la Mer eſt le vehicule du ſel gemme qu'elle a puiſé dans les Mines de ce ſel. Et il reſteroit toûjours à ſçavoir qui ſont ces corps, d'où l'air emprunte ſon Nitre, & qui en doivent être reputés la premiere & la veritable ſource; & ſuppoſé qu'il fût vrai que les terres dépoüillées de Nitre en regagnaſſent enſuite de nouveau par le ſecours ſeul de l'air, ce fluide ne ſeroit alors que rendre aux corps terreſtres ce qu'il en auroit reçu en premier lieu.

Sans entrer, dis-je, dans toutes ces diſcuſſions. Sous quelle forme imagine-t-on que le Nitre de l'air puiſſe y

être contenu dans toute la quantité requiſe pour produire les effets conſiderables qu'on lui attribuë? eſt-ce ſous la forme de nôtre Salpêtre? mais la peſanteur de ce ſel ne lui permettroit pas de s'élever bien haut & de ſe ſoutenir long-temps en l'air. Ne ſeroit-ce point pluſtôt ſous la forme de nôtre eſprit de Nitre? mais en ce cas il ne ſeroit pas bon reſpirer, & la quantité d'acides qui entreroit perpetuellement dans les poumons, y cauſeroit tout au moins une toux continuelle. Ce ſeroit donc ſous la forme d'un ſel ammoniac, qui étant fort volatile, ſe ſoutiendroit à la verité plus aiſément en l'air que toutes les autres eſpeces de Nitre, mais s'il y étoit fort abondant, la reſpiration en ſoufriroit toûjours beaucoup, ce que nous n'appercevons point. Enfin ſous quelque forme qu'on l'y conçoive, car on ne peut pas nier abſolument qu'il ne ſe puiſſe quelque fois élever en l'air des exhalaiſons nitreuſes, toûjours eſt-il certain que ſi ces exhalaiſons portent du Nitre dans toute la maſſe de ce fluide, c'eſt infiniment au deſſous de la quantité qu'on eſt obligé d'y en ſuppoſer pour les effets qu'il a plu de mettre ſur le compte du Nitre aërien, & que ſi les matieres alkalines n'avoient d'autre reſſource que l'air pour faire leur proviſion de matiere nitreuſe, cette proviſion ſeroit terriblement longue à ſe faire, & peut-être même n'en verroit-on jamais la fin : pour prouver cette verité, nous rapporterons d'abord l'experience de M. Mariotte, qui ayant choiſi l'étage le plus élevé d'une maiſon pour y laiſſer à l'air pendant deux ans une portion de terre qui auparavant avoit été exactement dénitrée, n'en put retirer enſuite aucun grain de Nitre; mais il en retira beaucoup d'une autre portion de la même terre qui avoit été placée à la cave où elle avoit partagé avec la terre même du lieu certains ſucs nitreux dont il ſera parlé dans la ſuite, & qui s'écoulant, & ſe ramaſſant naturellement dans les lieux bas, ne peuvent ſe trouver de même dans les lieux plus élevés, ſi ce n'eſt en certaines circonſtances, comme, par exemple, à l'occaſion d'une cuiſine qui aura

été faite à un troisiéme, ou à un quatriéme étage : car nous ferons voir que les matieres qu'on a coutume de préparer dans ces sortes de lieux, contiennent réellement beaucoup de Nitre, & ainsi les eaux qui en découlent, & qui se trouvent chargées de ces sortes de matieres, déposent dans les terres où elles se filtrent, la portion nitreuse qu'elles ont entraînée avec elles, & ce n'est que dans ce cas ou dans un autre semblable qu'on trouve du Nitre à une certaine hauteur.

Peut-être les deffenseurs du Nitre aërien nous diront-ils, pour répondre à l'observation de M. Mariotte, que le Nitre de l'air ne s'engage dans les matieres terreuses qu'à la faveur d'une humidité aqueuse, & que cette humidité ne se trouvant pas dans un lieu haut comme dans un lieu bas, il n'est pas étonnant que la terre placée au haut de la maison, n'ait point amassé de Nitre, & que celle de la cave y en ait fait provision.

Mais cette réponse est un veritable faux-fuyant, car 1°. s'il y avoit une aussi grande quantité de Nitre dans toute l'étenduë de l'air qu'on voudroit nous le faire croire, il seroit aisé de prouver par des experiences sensibles qu'une matiere poreuse & alkaline exposée au courant de ce Nitre, en devroit toûjours amasser beaucoup malgré toute la sécheresse imaginable. En second lieu, il est faux qu'à un troisiéme ou quatriéme étage la sécheresse de l'air soit assés grande pour empêcher par-là l'engagement du Nitre aërien dans une matiere poreuse, supposé que ce Nitre y fût : & en effet qu'à une pareille hauteur, on expose du sel de Tartre, les humidités de l'air s'y manifesteront si bien, en s'attachant au corps poreux, qu'en peu de temps ce corps sera tout-à-fait humide, & il le sera encore bien davantage & plus promptement en certaines dispositions de l'air ; cependant ce sel, tout humide qu'il sera devenu, n'aura point acquis de Nitre, & ne sera point devenu Salpêtre, preuve évidente que ce n'est ni l'air ni les humidités qui s'y trouvent naturellement répanduës qui portent

tent le Nitre dans les matieres alkalines où on le trouve amassé, & que la terre que M. Mariotte avoit placé à la cave, n'auroit jamais acquis de Nitre, si par la communication immediate qu'elle avoit euë avec la terre même du lieu, elle n'eût pas été penetrée des mêmes sucs nitreux qui s'y filtrent & s'y ramassent continuellement.

Cependant il se pourroit faire que dans un lieu bas & extraordinairement humide par la quantité des sucs nitreux qui y aborderoient, une partie des humidités du lieu s'élevât en forme de rosée dans l'air même de ce lieu, & rencontrant une matiere alkaline qui s'y trouveroit en quelque sorte isolée, c'est-à-dire, qui ne communiqueroit immediatement ni avec la muraille ni avec le sel du lieu, fourniroit à cette matiere une assés grande quantité de Nitre, pour que l'acquisition nitreuse devint sensible aprés un certain temps; ce qui pourroit donner lieu de conclure aux deffenseurs du Nitre aërien qu'il y a réellement beaucoup de Nitre dans l'air, & que c'est de-là que les terres & les pierres ont emprunté celui qn'on en retire; mais cette conclusion seroit trés mal tirée, car 1°. de ce que l'air contenu en certains lieux, peut être quelquefois chargé d'une assés grande quantité de Nitre, ce que nous n'avançons pourtant pas pour l'avoir reconnu par nôtre propre experience, mais parce que la chose ne nous paroît pas impossible, il ne s'ensuit pas que la masse de l'air en general soit dans le même cas, & il y auroit d'autant moins de raison de le prétendre que l'air en toute autre circonstance ne donne aucun indice de Nitre.

2°. Le Nitre dont il s'agit dans le cas particulier qui vient d'être rapporté n'est pas, à proprement parler, le Nitre de l'air, mais du lieu où l'air est contenu, puisque ce n'est pas l'air qui apporte dans le lieu celui qu'on y trouve, & que c'est au contraire le lieu qui communique à l'air celui qu'il contient; & ce qui prouve que le Nitre du lieu & generalement de tous les endroits qui en amassent ne vient point de l'air qui s'y engage continuelle-

ment, c'eſt que ſi cela étoit, l'air de dehors qui ne s'y engage point encore, ou qui ne doit pas même s'y engager, devroit contenir auſſi beaucoup de Nitre, car on ne voit pas pourquoi celui qui parcourt actuellement les endroits nitreux, ſeroit pluſtôt chargé de Nitre que celui qui eſt à portée de s'y inſinuer, ou qui en eſt plus éloigné. Par conſequent, en preſentant une matiere alkaline à cet air de dehors, il devroit aprés un certain temps y laiſſer des marques ſenſibles du Nitre abondant dont il ſeroit chargé, ce qu'il ne fait pourtant pas, & ce qu'il ne manqueroit pas de faire, s'il en contenoit veritablement, & ſi le ſiſtême du Nitre aërien avoit lieu. Car il eſt bon de remarquer que ce ſiſtéme ne permet pas de croire que l'air ne contienne du Nitre qu'en quelques endroits, & ſeulement encore par rapport à de certaines circonſtances : à la verité, ſi ce ſiſtême ne s'étendoit que juſques-là, il n'y auroit point de diſpute ſur ſon compte; mais ce qui le fait contredire, c'eſt que ſes partiſants veulent qu'il y ait réellement du Nitre dans toute la maſſe de l'air, & que celui qui ſe trouve naturellement dans une infinité de matieres terreuſes, a auparavant habité dans l'air, & y a été dépoſé par ce fluide; & nous prétendons au contraire que ces matieres reçoivent immediatement leur Nitre d'une ſource ou d'une liqueur particuliere qui s'y filtre & qui y laiſſe le Nitre qu'elle y a apporté, qu'enfin s'il eſt vrai que l'air ſoit quelquefois chargé de Nitre, ce n'eſt que dans des cas fort rares, où on a vû qu'il n'a point encore la fonction que lui donne le ſiſtéme du Nitre aërien, puiſque bien loin de porter alors le Nitre dans le lieu nitreux ſuivant l'intention du ſiſtême, il y reçoit au contraire celui du lieu même ſans lequel il n'en auroit point.

Quoi-que ce qui a été dit pût ſuffire pour rejetter le ſiſtême du Nitre aërien, & pour adopter celui qui a été indiqué; cependant pour me confirmer davantage dans le ſentiment où je ſuis, & pour un plus grand éclairciſſement de la matiere, voici quelques experiences que j'ai faites avec un grand ſoin.

J'ai mis dans trois plats de terre trois ſortes de matieres alkalines, ſçavoir de la Chaux, du ſel de Tartre, & de la terre qui avoit été exactement dépoüillée de ſon Nitre; j'ai placé ces trois plats ſur trois eſcabelles dans une eſpece de rés de chauſſé où le Soleil ne donnoit point, où l'air entroit librement de pluſieurs côtés, qui étoit tel qu'il le falloit pour y faire une récolte de Nitre, puiſque les murailles & la terre du lieu étoient garnies d'une grande quantité de Salpêtre, & enfin qui quoi-que humide ne l'étoit point aſſés pour y redouter des évaporations nitreuſes & abondantes, qui atteignant nos trois matieres & les penetrant, n'auroient ſervi qu'à laiſſer encore des doutes & des ſcrupules ſur le Nitre aërien, dont le ſiſtême eſt une eſpece de préjugé qu'on adopte volontiers & dont on ſe défait difficilement. Ces trois matieres aprés avoir demeuré, pendant deux ans & plus, expoſées à l'air pur & ſimple, c'eſt-à-dire, ſans avoir eu aucune communication avec la terre du lieu, & avec les ſucs nitreux dont elle étoit abreuvée; ces matieres, dis-je, ne m'ont donné aprés ce temps ni Nitre ni indice de Nitre, mais elles m'en ont donné beaucoup & en aſſés peu de temps, aprés avoir été impregnées de matieres animales, dans toutes leſquelles j'ai découvert qu'il y avoit réellement une grande quantité de Nitre, comme nous le remarquerons plus amplement dans la ſuite.

Cette experience s'accorde parfaitement avec une obſervation trés commune rapportée par differents Auteurs. C'eſt qu'entre pluſieurs terres également expoſées à l'air, & également propres à ſe charger de Nitre, les unes n'en amaſſent point ou preſque point, & les autres ne le font qu'à proportion des urines & des excrements d'animaux dont elles ont été penetrées. C'eſt pour cela 1°. que dans les Manufactures de Salpêtre on choiſit par préference les terres & les platras des écuries, des étables, des colombiers. 2°. Que de certains ouvriers trés experimentés aſſurent qu'il n'y a point de lieu qui rende auſſi abondamment

du Salpêtre que la terre des cimetieres, comme il est marqué dans l'Histoire de la Societé de Londres. 3°. Que ceux qui étoient chargés en Angleterre par Lettres Patentes de faire le Salpêtre achetoient les terres autour de Londres sur lesquelles on avoit coutume de jetter les immondices des fosses de la Ville, suivant le rapport de Samuel Dale dans sa Pharmacologie.

Enfin c'est encore par la même raison que si aprés avoir parfaitement dépoüillé les terres de leur Nitre, on se contentoit simplement de les exposer à l'air, on seroit longtemps à attendre aprés la récolte nitreuse, aussi a-t-on coutume à l'Arsenal de Paris, pour mettre ces terres en état de fournir plustôt de nouveau Salpêtre, de mettre successivement une couche de terre neuve sur une de terre vieille; & par-là le surabondant de matiere nitreuse contenuë dans la terre neuve, & qui faute d'espace ne s'y seroit qu'imparfaitement développé, & au lieu de se rendre ensuite à l'artiste sous une forme de Salpêtre, ne s'y seroit rendu que sous celle d'une écume, ce surabondant, dis-je, passant dans la terre vieille, y trouve tout l'espace requis pour la préparation qui lui convient. Mais on ne se contente pas encore de cet expedient pour enrichir de nouveau les terres qui ont été dénitrées, on jette sur les differentes couches dont il a été parlé, les écumes de la premiere cuite du Salpêtre, qui contiennent elles-mêmes beaucoup de Nitre enveloppé encore dans une grande quantité de matiere grasse, comme l'experience le prouve manifestement, & ce Nitre, en rentrant dans la terre dont on l'avoit fait sortir avant que d'avoir été suffisamment préparé, se retrouve par-là en situation de recevoir tout le développement dont il a besoin pour paroître ensuite sous une forme de Salpêtre, & non plus comme auparavant sous celle d'une écume. Enfin si l'on veut qu'une terre regagne en peu de temps le Nitre qu'on lui avoit enlevé, il n'y a, suivant l'Histoire de la Societé Royale, qu'à mêler avec cette terre bien séchée, quantité de fiante

de Pigeon & de Cheval, & la détremper avec de l'urine.

On voit par tout ce qui vient d'être rapporté, que le peu de Nitre qu'on pourroit imaginer dans l'air, & qu'on veut bien y ſuppoſer ſans preuve, ne peut être d'un grand ſecours pour les matieres alkalines expoſées à ce fluide, & que le Nitre qu'elles amaſſent, & qu'on en retire enſuite, vient immediatement d'une ſource plus réelle & plus abondante; qu'enfin ſi l'air eſt abſolument neceſſaire aux terres qui ont à ſe charger de Nitre, ce n'eſt pas par celui qu'il leur communique, mais parce qu'il contribuë indiſpenſablement à la préparation de leur matiere nitreuſe.

Et en effet, il ne faut pas croire que dés qu'un ſuc animal, de l'urine par exemple, a dépoſé dans des cellules terreuſes ou pierreuſes, la portion nitreuſe dont elle étoit chargée, & en a rempli ces cellules, il n'y ait plus qu'à l'en retirer au plus vîte par les moyens connus: car l'experience m'a fait connoître que tout le Nitre contenu dans les matieres animales, y eſt ſi fort engagé dans des matieres graſſes, qu'on a toutes les peines du monde à l'en dégager; & par conſequent lorſque cette portion nitreuſe eſt encore nouvellement arrivée dans les cellules terreuſes, comme elle n'a pas eu le temps de s'y débarraſſer juſqu'à un certain point des parties graſſes & ſulphureuſes dont elle eſt naturellement enveloppée, & comme elle eſt telle alors ou à peu-prés qu'elle étoit dans l'animal, ſi on ſe preſſoit de la faire ſortir de ſes loges terreuſes, ce ne ſeroit pas, à proprement parler, du Nitre ou du Salpêtre qu'on retireroit, mais une ſubſtance graſſe & mucilagineuſe, qui par la quantité de ſes parties huileuſes, nageroit au deſſus du liquide en forme d'écume, & qui ne ſeroit bonne qu'à être jettée ſur des terres dépoüillées de leur Nitre, & auxquelles on en voudroit rendre.

C'eſt par cette raiſon que les terres & les platras tirés des vieilles mazures, des vieux bâtimens anciennement habités abandonnés depuis long-temps fourniſſent un Salpêtre bien meilleur, bien mieux conditionné & plus abon-

dant que les materiaux qu'on retire des lieux nouvellement abreuvés par les excrements des animaux, & dans lesquels la matiere nitreuse qui s'y loge continuellement n'a pas encore eu le temps d'acquerir le point de digestion & de maturité dont il a été parlé.

C'est encore par la même raison que pour avoir un Salpêtre aussi bon qu'il puisse être, & qui détonne avec une trés grande promptitude, il ne faut pas mettre en œuvre les terres nitreuses dés qu'elles ont été apportées du lieu d'où on les a retiré. Il faut au contraire les placer & les étendre dans un endroit qui soit à l'abri des rayons du Soleil, & où l'air exterieur passe & repasse avec facilité; & quand elles sont bien séches, & que leur matiere nitreuse a eu tout le temps requis pour son entiere préparation, c'est alors que l'on employe ces terres avec succés.

Plus d'une cause concourt à la préparation & au développement de cette matiere nitreuse, 1°. la terre même qui la contient, car comme certaines operations ne se font bien que dans certains vaisseaux, de même aussi la matiere nitreuse ne se prépare & ne se développe comme il faut qu'autant qu'elle a fait un séjour suffisant dans les cellules de quelque matiere terreuse & alkaline. Voici ce qui m'a donné lieu de découvrir cette verité.

Un grand nombre d'observations ne laissant aucun lieu de douter que les terres dont on a coutume de se servir pour la fabrique ordinaire du Salpêtre, ne sont devenuës nitreuses que parce qu'elles ont été pénétrées par des matieres animales; c'est-là ce qui me fit imaginer en premier lieu que toutes les matieres animales pourroient bien contenir réellement beaucoup de Nitre : ce qui ne s'accorde pourtant guere avec l'opinion commune qui prive d'acides ces matieres ; or si elles n'en ont point, elles n'ont point aussi de Nitre, puisque l'acide fait la principale partie de ce sel. C'est apparemment là ce qui fait que quoique certains Auteurs reconnoissent qu'un grand nombre de terres ne deviennent nitreuses que par le mêlange des

matieres animales; ils ne laiſſent pas de chercher ailleurs que dans ces matieres, l'acide dont ils forment le Nitre qu'on trouve dans les terres dont on vient de parler.

Mais on ſçait que les animaux ſe nourriſſent d'aliments chargés de beaucoup d'acides, & ſi ces acides ne ſe manifeſtent pas à la moindre épreuve des matieres animales, il ne s'enſuit pas de-là que ces acides n'y ſont point, mais qu'ils y ont contracté des engagements que des ſimples analiſes ou des analiſes mal entenduës ne ſont pas capables de rompre; & ce qui prouve cette verité, c'eſt que M. Homberg a veritablement bien ſçu trouver le ſecret de retirer du ſang & d'autres parties animales une grande quantité d'acides; par conſequent j'ai pû conjecturer ſans ſcrupule qu'il y avoit réellement une grande quantité de Nitre dans les matieres animales, & ç'a été pour m'en convaincre que j'ai fait d'abord quelques tentatives qui ne m'ont pas réuſſi faute d'un intermede terreux convenable; mais conſiderant enſuite que toutes les matieres animales contiennent beaucoup d'huile, & qu'il ſe pourroit bien faire que le Nitre de ces matieres y fût tellement enveloppé par des parties graſſes & onctueuſes, qu'il ne pût paroître en cet état ſous une forme ſaline, je cherchai le moyen de dégraiſſer ſuffiſamment le Nitre en queſtion; & comme dans la préparation & le rafinage du Sucre, qui eſt un ſel eſſentiel naturellement uni à une grande quantité de parties huileuſes, il s'agit auſſi de dégraiſſer ce ſel juſqu'à un certain point, pour lui donner par-là une forme ſolide & criſtalline, & qu'entre autres moyens dont on ſe ſert pour cela, un des principaux c'eſt le mêlange de la Chaux qui eſt une matiere alkaline; j'employai dans la même vûë pluſieurs ſortes de matieres terreuſes, avec leſquelles un grand nombre de differentes matieres animales m'ont toûjours donné de trés excellent Salpêtre par un procedé dans toute la ſuite duquel je n'entrerai point aujourd'hui, non plus que dans tout ce que j'ai obſervé de particulier ſur differentes matieres animales, d'autant que

ce détail nous meneroit trop loin, & qu'il appartient naturellement à un autre Memoire, dans lequel nous avons à examiner & la manœuvre communément usitée pour la fabrique ordinaire du Salpêtre & les differents moyens ou procedés dont on doit se servir suivant la nature particuliere des matieres nitreuses sur lesquelles on a à travailler, & qui ne sont pas toûjours animales, puisque les vegetaux nous donnent aussi d'excellent Salpêtre, sur lequel nous ferons nos reflexions dans le prochain Memoire; en attendant cet examen nous pouvons toûjours assurer d'avance, & on verra clairement en son lieu, que la comparaison de tous les procedés dont il s'agit, fournit une espece de démonstration, que quand une terre nitreuse ne donne du Salpêtre qu'aprés avoir été mêlée avec des cendres, ce sont veritablement des matieres animales qui ont communiqué à cette terre le Nitre ou la plus grande partie du Nitre qu'elle contient, & qui tel qu'il est ne peut lui être venu d'aucune autre part, & par consequent les materiaux nitreux qu'on employe communément dans nos Manufactures de Salpêtre, ayant un besoin indispensable d'un pareil mêlange, se trouvent dans le même cas, c'est-à-dire, qu'ils ont aussi tiré leur Nitre de la même source.

Pour ce qui regarde presentement la maniere dont les cellules terreuses contribuent à la préparation de la matiere nitreuse qu'elles contiennent, voici ce que je pense sur ce sujet. 1°. Cette matiere n'étant composée que de parties volatiles, & étant elle-même trés-disposée à s'exhaler, comme il sera prouvé incessamment, si elle n'étoit retenuë dans des especes de petites prisons, elle pourroit bien s'échapper dés qu'elle commenceroit à fermenter, & par-là outre que sa préparation ne s'acheveroit point, la matiere seroit encore perduë pour l'artiste. 2°. Cette matiere en se filtrant au travers de ces cellules, & y circulant en quelque sorte, s'y dépoüille toûjours de quelques parties grasses & huileuses qui s'arrêtent & restent aux parois

rois des cellules ; enfin cette matiere distribuée en chaque cellule, s'y trouve comme divisée en une infinité de petites portions, qui ayant en cet état plus de surfaces que si toutes ces portions étoient réünies, offrent aussi par-là plus de prise à l'action de l'air.

Car on sçait, & nous avons déja remarqué que le contact de l'air est aussi essentiellement necessaire à la préparation de cette matiere que celui du Soleil y est préjudiciable : ce dernier fait promptement exhaler la substance nitreuse, si telle qu'elle est dans les terres & dans les plâtras, c'est-à-dire, avant que d'avoir été mêlée avec les cendres, ne peut soutenir une forte chaleur, ce que j'ai reconnu en lavant des plâtras nitreux simplement avec de l'eau chaude, & faisant ensuite évaporer doucement la liqueur, il reste alors une matiere saline qui ne prend pourtant point la forme d'un sel concret & qui demeure toûjours liquide ou humide ; cette matiere ou du moins sa partie nitreuse n'a besoin que d'un feu assés mediocre pour se dissiper en l'air ; & si on la fait distiller, elle donne facilement & en peu de temps une veritable Eau régale semblable en tout à celle qu'on a coutume de faire avec le sel ammoniac & l'esprit de Nitre. Nous parlerons plus amplement une autre fois de cette liqueur, car nous ne le faisons presentement que par anticipation & pour prouver la volatilité naturelle de la partie nitreuse des terres & des plâtras communément employés dans nos Manufactures de Salpêtre.

C'est par rapport à cette circonstance que les plâtras tirés des petites ruës où le Soleil ne peut presque point penetrer, & où par consequent il n'a pas beaucoup d'action, se trouvent bien plus riches en Nitre que ceux qui viennent des ruës plus larges, & où le Soleil donne à plomb.

A l'égard du contact de l'air, si absolument necessaire pour la préparation de la matiere nitreuse, je conçois qu'il y contribuë en deux manieres. La premiere, c'est que

comme les lieux les plus propres à faire provision de Nitre, sont ceux que les rayons du Soleil ne visitent point, ces mêmes lieux sont naturellement fort humides; d'ailleurs la matiere nitreuse ne s'insinuant dans les cellules terreuses qu'à la faveur des parties aqueuses qui lui servent de vehicule; si l'air sec & de dehors ne venoit pas continuellement balayer toutes ces humidités & en dégager la matiere nitreuse arrêtée dans les cellules, cette matiere toûjours fluide & détrempée ne manqueroit pas de couler avec ces humidités, & par consequent ne demeureroit point dans ces cellules terreuses où elle auroit été portée en premier lieu, ce qui est prouvé par l'experience suivante rapportée dans l'Histoire de la Societé Royale de Londres. Si l'on verse de l'eau sur une terre propre à en tirer du Salpêtre, on ne fait qu'enfoncer le sel plus profondement en terre, c'est-à-dire, que la portion nitreuse qui residoit dans une couche superieure de terre, se trouve entraînée par le liquide dans la couche de dessous, & par consequent est perduë pour la couche de dessus.

L'autre effet de l'air sur la matiere nitreuse, c'est qu'à proportion des parties aqueuses qui s'en séparent & qui s'en exhalent, il s'y introduit en place des particules d'air qui ont une proprieté particuliere pour faire fermenter les matieres vegetales & animales, & qui trouvant ici une matiere de même nature, ne manquent pas d'y exciter la fermentation & le développement dont elle a besoin pour paroître ensuite sous une forme saline.

Si l'on doute que l'air soit une espece de levain par rapport aux matieres vegetales & animales il n'y a qu'à considerer tous les sucs des Plantes qui renfermés dans leurs cellules naturelles, ou dans une bouteille exactement bouchée, & avec un peu d'huile au dessus de la liqueur, ne fermentent point ou ne le font que lentement, mais qui le font trés vîte dés qu'ils viennent à être frappés par l'air exterieur. On sçait encore combien l'air est préjudiciable à toutes les playes du corps, & cela, parce que ce fluide

touchant immediatement des sucs destinés par la nature à être recouverts & à l'abri de son impression, il y introduit une fermentation qui les aigrit en peu de temps; c'est pour cela que les Chirurgiens habiles & attentifs ne laissent leurs playes découvertes que le moins qu'ils peuvent. Voilà ce que j'avois à dire non seulement sur la source qui fournit le Nitre aux materiaux communément employés dans nos Manufactures de Salpêtre, mais encore sur la maniere dont ce Nitre s'engage & se prépare ou se développe naturellement dans ces materiaux; mais comme la source nitreuse dont il s'est agi jusqu'à present n'est pas l'unique, & qu'il y en a réellement une autre dont un grand nombre de terres & de pierres tirent un veritable Salpêtre, nous ne manquerons pas d'en parler dans le prochain Memoire, où nous tâcherons de donner un éclaircissement entier sur les deux Especes generales de Nitre repanduës en differents endroits de l'univers, c'est-à-dire, sur la nature des lieux qu'affectent naturellement chacune de ces especes, & sur la maniere de distinguer la source particuliere qui a apporté telle ou telle espece de Nitre dans le lieu où on la trouve.



OBSERVATIONS
DE L'ECLIPSE DE LUNE

Arrivée le vingt-ſeptiéme jour de Mars au matin 1717; à l'Obſervatoire Royal.

Par Mrs. DE LA HIRE.

10 Avril 1717. LE Ciel ayant été couvert de gros nuages qui couroient fort vîte, on n'a pû faire les Obſervations de cette Eclipſe qu'avec aſſés de difficulté & d'incertitude; car à peine étoit-on en état de conſiderer la Lune avec les inſtruments, qu'elle diſparoiſſoit ou tout-à-fait, ou elle étoit ſi obſcurcie, qu'on ne pouvoit pas diſcerner exactement les termes de l'ombre, cependant nous avons obſervé ce qui ſuit avec le plus de juſteſſe qu'il nous a été poſſible.

Un peu avant le commencement de l'Eclipſe nous meſurâmes le diametre de la Lune avec nôtre Micrometre univerſel, lequel eſt toujours préparé pour toutes les Eclipſes tant de Soleil que de Lune, & nous le trouvâmes de 32′, lequel étant réduit à ſon diametre horiſontal, devoit être de 31′ 43″, car la Lune étoit alors élevée ſur l'horiſon de 31° à peu-prés.

A 1h 51′ nous apperçûmes une penombre aſſés forte, mais nous n'avons eſtimé le commencement de l'Eclipſe que 4′ aprés. Pour la fin de l'Eclipſe l'Obſervation en eſt aſſés exacte, car alors le Ciel étoit aſſés clair à l'endroit où étoit la Lune, & pluſieurs Obſervations de la fin ſont aſſés bonnes.

Commencement à	1h	55′	0″
1 doigt.	2	4	25
3 ½		21	25
5 ½		45	25
6 ½		48	25
7	3	8	25
7 ½		14	10
7 ½		20	25
7		30	50
6		46	30
5 ½		53	30
5		59	25
4 ⅓	4	7	45
4		9	10
3 ½		14	15
1 ½		31	15
0 ½		33	25
Fin de l'Eclipſe à		38	25

Obſervations du paſſage de l'Ombre ſur quelques Taches.

Archimede & Dioniſius enſemble à . . .	4h	2′	55″
Manilius à		8	5
Menelaüs à		10	40

Il faut remarquer que lorſque l'ombre qui n'étoit pas bien terminée ſe trouvoit ſur les places obſcures du corps de la Lune, on ne pouvoit juger que fort imparfaitement de la quantité de l'Eclipſe, ce qui eſt arrivé en pluſieurs endroits, & ce qui étoit broüillé par des nuages legers qui s'y mêloient, & qui par leur mouvement fort prompt déroboient l'attention que ces ſortes d'Obſervations requerent.

Maintenant ſi l'on veut déterminer le milieu de cette Eclipſe par quelques Obſervations correſpondantes, on trouvera

Par le commencement & par la fin qu'elle a dû arriver à	3^h	16'	42" ½
Par les Observations de 3^d ½	3	17	50
Et prenant un moyen, on aura	3	17	26

pour le temps du milieu de l'Eclipse.

Pour les autres phases elles étoient trop proches du milieu pour en tirer quelque chose de juste.

Enfin si l'on vouloit corriger ces Observations les unes par les autres, tant du commencement que de la fin, & par leurs differences, on trouvera toûjours le milieu entre 3^h 17' & 3^h 18'.

OBSERVATION

DE L'ECLIPSE DE LUNE

Faite à l'Observatoire Royal le 27 de Mars 1717 au matin.

Par M. CASSINI.

10. Avril 1717.

LE Ciel a été couvert pendant la plus grande partie de la durée de cette Eclipse, & on n'a pû l'appercevoir qu'entre des nuages & pendant quelques intervalles fort courts qui n'ont pas permis d'en faire toutes les Observations que l'on s'étoit proposé.

Nous nous étions préparé à l'observer avec deux Lunettes, l'une de 8 & l'autre de 9 pieds, à la premiere desquelles on avoit placé des Reticules, & à la seconde un Micrometre de la maniere qui a été expliquée en diverses occasions.

Voici le détail des Observations faites avec les Reticules.

A 1^h 53' 10" La Lune se découvre entre les nuages & paroît éclipsée à la vûë simple.

à 1^h 57′ 10″	La Lune paroît éclipſée d'environ un demi-doigt par la Lunette de 8 pieds. On n'a pas pû en meſurer la quantité, la Lune s'étant cachée ſur le champ.
2 48 10	La Lune étoit éclipſée de 6 doigts 22′
3 29 40	L'ombre à peu-prés à Copernic, la Lune étoit éclipſée de 7 doigts 12 minutes.
3 51 50	La Lune eſt éclipſée de 6 doigts 10′.
3 55 40	La Mer du Nectar eſt entierement ſortie de l'ombre.
4 2 25	La Lune eſt éclipſée de 5 doigts.
4 4 40	Helicon commence à ſortir.
4 7 35	Manilius eſt entierement ſorti.
4 11 10	Menelaüs eſt ſorti.
4 38 10	Fin de l'Eclipſe.

Les dernieres Phaſes de cette Eclipſe ont été déterminées avec plus d'exactitude que les premieres, le Ciel étant alors un peu plus ſerein, enſorte qu'on diſtinguoit aſſés exactement ſur le diſque de la Lune le terme de l'ombre.

La Lune ayant paru éclipſée d'un à demi-doigt à 1^h 57′ 10″, & le temps que l'ombre de la Terre employe à éclipſer un doigt étant de 6 à 7 minutes, on aura le commencement de l'Eclipſe à 1^h 54′ ou environ; la fin a été obſervée à 4 heures 38′ 10″. Donc la durée a été de 2^h 44′, & la demi-durée de 1^h 22′, ce qui donne le milieu de l'Eclipſe à 3^h 16′.

Nous avons déterminé à 3^h 29′ 40″ la grandeur de l'Eclipſe de 7 doigts 12 minutes, d'où il reſulte que la quantité de l'Eclipſe a été plus grande de 7 doigts & un cinquiéme, ainſi qu'on l'a trouvée par l'Obſervation faite avec le Micrometre, ſuivant laquelle on l'a déterminée à 3^h 16′ de 7 doigts 17 minutes.

OBSERVATION

De l'Equinoxe du Printemps de cette année 1717.

Par M. DE LA HIRE.

30 Avril 1717.

J'Ai observé la hauteur Meridienne apparente du Soleil le 16 Mars de cette année de 39° 47′ 0″, le 21 de 41° 45′ 10″, & le 22 de 42° 8′ 50″.

Ces Observations sont fort exactes, & elles conviennent trés bien entre elles suivant toutes nos Observations & toutes celles qui ont été faites par nos anciens Astronomes à l'Observatoire.

Mais aussi nous avons conclu qu'au moment de l'Equinoxe la hauteur Meridienne apparente du Soleil devoit être de 41° 27′ 20″.

On voit donc par-là que l'Equinoxe est arrivé le 20 Mars aprés midi.

Mais comme la difference des hauteurs Meridiennes du Soleil pour un jour dans ce temps-là doit être de 23′ 40″, ce qui s'accorde aussi avec la difference de nos Observations du 21 & du 22, & même avec celle du 16, nous aurions dû trouver la hauteur Meridienne du Soleil le 20 de 41° 21′ 30″.

Enfin si l'on divise 23′ 40″, ou bien 1420″ par 24^h, on aura la difference de hauteur Meridienne pour une heure de 59″ $\frac{7}{12}$.

Mais la difference entre 41° 27′ 20″ pour le moment de l'Equinoxe & la hauteur du Soleil au 20 Mars de 41° 21′ 30″ est 5′ 50″ ou 350″; si l'on divise ces 350″ par 59″ $\frac{7}{12}$ qui conviennent à une heure, on aura 5^h 52′ qui sera le temps auquel l'Equinoxe est arrivé le 20 Mars aprés midi.

CONSTRUC-

CONSTRUCTION

D'UN MICROMETRE UNIVERSEL

Pour toutes les Eclipſes de Soleil & de Lune, & pour l'Obſervation des Angles.

Par M. DE LA HIRE.

ON ne ſçauroit douter que le Micrometre ne ſoit un des inſtruments des plus utiles dans la pratique de l'Aſtronomie. Sa conſtruction parfaite en eſt dûë à Mrs. Auzout & Picard, comme on le peut voir dans un Cahier imprimé, lequel a pour titre *Extrait d'une Lettre de M. Auzout du 28 Decembre 1666 à M. Oldembourg Secretaire de la Societé Royale d'Angleterre touchant la maniere de prendre les Diametres des Planetes, & de ſçavoir, &c.* Et comme cet Ecrit étoit devenu fort rare, je crûs qu'il étoit à propos, pour conſerver la memoire de ſon invention, & pour l'honneur de ceux qui l'avoient inventé, de le faire réimprimer dans les Ouvrages poſtumes de Mrs. de l'Academie; ce que j'ai executé en 1693. 29 Mai 1717.

C'eſt par le moyen de cet inſtrument que nous avons déterminé exactement les excentricités du Soleil & de la Lune, en comparant leurs diametres apparents dans tout leur cours; & la grande facilité qu'il donne pour obſerver de trés petites diſtances entre les corps celeſtes & même les diametres des Planetes, a beaucoup ſervi à perfectionner toute l'Aſtronomie.

C'eſt auſſi par le moyen de cet inſtrument qu'on obſerve trés facilement les Eclipſes du Soleil & de la Lune, & j'en ai fait toûjours un trés grand uſage dans toutes les rencontres où j'ai trouvé que je pouvois m'en ſervir.

C'eſt ce frequent uſage qui m'a donné lieu d'y faire quelques remarques. Car ceux qui ſont les plus parfaits & qui ſont conſtruits comme celui que M. Picard avoit fait faire avec un trés grand ſoin, ont leur chaſſis mobile ſoutenu ſur un reſſort trés fort qui le repouſſe toûjours contre la pointe de la vis qui ſert à faire avancer ou reculer ce chaſſis, & à même temps le filet qu'il porte; cependant on ne laiſſe pas de s'appercevoir qu'on peut faire tourner un peu cette vis ſans que le chaſſis ou ſon filet change de place, & par conſequent on ne peut pas s'aſſurer avec toute l'exactitude qu'on ſouhaiteroit de la diſtance qui eſt compriſe entre les filets de cet inſtrument, ce qui vient, à ce que je crois, de ce que la vis ne remplit pas exactement les pas de ſon écrou : mais ce défaut ſera bien plus grand dans ces ſortes d'inſtruments où il n'y a point de reſſort qui tienne en ſujetion le chaſſis mobile contre la pointe de la vis.

On pourroit dire encore que cet inſtrument ne donne pas les diſtances avec exactitude, à cauſe que l'on meſure ſeulement la peinture de ces diſtances, laquelle ſe fait au foyer de l'objectif, & que les grandeurs des parties de cette peinture ne répondent pas aux grandeurs veritables de l'objet, d'autant qu'elles ſont plus étenduës vers les bords que vers le milieu ; mais cette difference n'eſt pas ſenſible lorſque l'angle compris par l'objet ne ſurpaſſe pas 2 degrés, & que l'objectif de la Lunette n'a que 8 ou 10 pieds de foyer. Il n'en eſt pas de même quand pour obſerver les Eclipſes de Soleil on ſe ſert d'une Lunette compoſée de deux verres, & qu'en faiſant paſſer l'image du Soleil au travers de cette Lunette, on la reçoit ſur une ſurface blanche dans un lieu obſcur ; car quoi-que cette maniere ſoit fort commode pour augmenter trés conſiderablement & fort diſtinctement l'image du Soleil dans une petite diſtance de la Lunette juſqu'à la ſurface qui reçoit l'image, cependant les parties de cette image ſont ſi fort défigurées vers les extremités, qu'on ne peut rien détermi-

ner de juste en les recevant sur le Reticule tracé sur la surface & divisé également en 12 parties ou en 24 pour les doits & demi-doits de l'Eclipse, & de plus cette methode est inutile pour les Eclipses de Lune, car l'image de la Lune est trop foible sur la surface blanche.

Les Micrometres qui n'ont point de filets qui soient placés entre eux à des distances déterminées ni de filet mobile, mais seulement un curseur qui marque par son côté la position de l'objet, me semblent forts imparfaits, à cause qu'on ne peut pas juger si le côté du curseur passe exactement par le point qu'on veut mesurer, comme le marque le filet où l'on voit les objets d'un côté & d'autre, outre qu'il est trés difficile de ne se pas méprendre dans un grand nombre de tours qu'il faut faire faire à la vis, lorsque les distances sont considerables, comme de plusieurs doits dans les Eclipses.

J'ai donc été persuadé qu'il étoit encore plus à propos pour l'observation des Eclipses de se servir du Micrometre de Mrs. Auzout & Picard, en l'appliquant à une Lunette de 7 ou 8 pieds de foyer, & d'observer la quantité des minutes & secondes que donne cet instrument dans chaque phase; mais j'y ai toûjours trouvé beaucoup de difficulté, en ce qu'il n'est pas quasi possible de ne se pas méprendre, en comptant les differents tours de vis qu'il faut faire d'une phase à une autre, en y comprenant les distances des filets immobiles, & encore on ne peut pas avoir les doits & les demi-doits éclipsés par l'observation immediate, il faut les conclure des parties proportionnelles des phases qu'on a observées, lesquelles changent de grandeur pour des temps differents, car l'espace du temps qui convient à un demi-doit du commencement ou de la fin de l'Eclipse, n'est pas égal à celui d'un autre demi-doit vers le milieu, au moins dans la plupart des Eclipses. Pour éviter l'inconvenient dont on vient de parler dans le Micrometre de ces Messieurs, on pourroit se servir d'un Reticule qui comprendroit exactement le diametre du Soleil ou de la

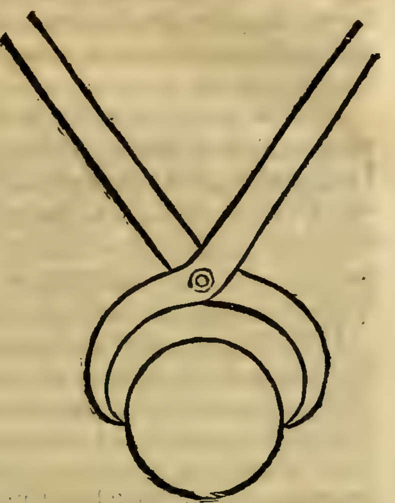
Lune, & qui feroit divifé en doits & en demi-doits, mais la difficulté confifte à conftruire ce Micrometre, car il faudroit divifer avec des filets l'efpace d'un demi-pouce en 24 parties égales, & quand on auroit fait ce Reticule avec beaucoup de peine, il ne pourroit fervir que pour une feule Eclipfe.

Cependant j'avois penfé à faire cette efpece de Reticule, & de le faire fervir generalement pour toutes fortes d'Eclipfes de Soleil & de Lune, en l'appliquant à une Lunette compofée de deux Verres objectifs outre fon oculaire, ces objectifs pouvant s'approcher & fe reculer l'un de l'autre pour avoir enfemble un foyer different, lequel pût convenir au Reticule que j'aurois fait; mais j'ay remarqué que cette Lunette deviendroit trop longue en certain cas, & qu'elle ne feroit pas commode pour l'ufage. C'eft pourquoi j'ai enfin jugé que je ne pouvois pas avoir un Micrometre plus commode & plus fimple que celui que j'ai propofé dans mes Tables à la page 71, & que je pouvois le rendre univerfel pour toutes les Eclipfes fans y rien changer. Sa conftruction eft trés fimple, car ce n'eft qu'une efpece de Compas à doubles branches ou pointes, lefquelles font trés déliées, & dont les grandes branches font huit ou dix fois plus grandes que les courtes. Mais de la maniere que je l'avois propofé, j'y ai trouvé une difficulté, à caufe que les petites branches étant placées au foyer de la Lunette, leur largeur vers le clou occupoit un trop grand efpace pour laiffer voir le difque entier du Soleil ou de la Lune, quand les pointes de ces branches embraffoient leur diametre; c'eft pourquoi j'ai conftruit ces petites branches en arc comme on les voit ici, afin de laiffer appercevoir un grand champ dégagé entre ces pointes, & pour pouvoir prendre le diametre entier de l'Aftre ou celui de fa partie reftante éclairée fans rien perdre de ce que l'on en peut voir, ce qui fert à mieux juger fi l'on obferve bien ce diametre.

Voyés la Figure fuivante.

La fabrique de cet inftrument eft trés aifée pour le faire fort jufte, car lorfque les pointes des petites branches fe

touchent exactement, il faut que les pointes des longues branches se touchent aussi de même, ce qu'on peut faire en les considerant les unes & les autres avec une grosse Loupe. Les branches de cet instrument doivent être plates & minces & assés larges pour ne point ployer sur le champ & pour être legeres. On les peut faire de lames de ressort ou de Leton bien écroüi.



Pour appliquer cet instrument à la Lunette on voit qu'il faut que les pointes des petites branches soient placées à son foyer, & que l'espace compris entre ces pointes soit perpendiculaire à l'axe de la Lunette; c'est pourquoi il faut faire une fente sur le tuyau de la Lunette justement à l'endroit de son foyer pour y introduire le Micrometre; mais comme il faut qu'il soit arrêté dans sa situation, ensorte qu'il ne lui reste d'autre mouvement que celui de pouvoir fermer ou ouvrir les branches, & qu'on ne soit point obligé de le tenir avec la main, il faut attacher sur la Lunette un petit morceau de bois qui ait une fente dont l'une des faces soit parallele à l'ouverture qu'on a faite au tuyau, & qui lui réponde exactement pour y placer tout contre les branches du Micrometre, & il doit y avoir une vis qui traverse cette fente, afin qu'on puisse serrer & arrêter contre la face de la fente les grandes branches du Micrometre ou au moins une. Par ce moyen on pourra ôter & remettre trés facilement le Micrometre à sa place, sans qu'il lui arrive aucun changement, car les branches doivent être assés fermes à tourner sur leur clou. Cette

piece de bois peut ſe faire en bien des manieres ; c'eſt pourquoi je n'en donne point la figure, il ſuffit qu'on ſçache ſon uſage.

Maintenant pour obſerver des Angles avec ce Micrometre, je crois que la meilleure maniere eſt d'y employer l'experience pour connoître d'abord l'angle que comprend une certaine ouverture des petites branches par rapport à la longueur du foyer de l'objectif de la Lunette où il eſt appliqué, ce qui eſt comme dans le Micrometre ordinaire la diſtance entre deux de ſes filets immobiles.

Pour cet effet j'attache ſur une planche un carton blanc ſur lequel je trace trois ou quatre traits noirs paralleles entre eux, dont la largeur ſoit d'une ligne environ, & la longueur à peu-prés de trois pouces, mais que la diſtance entre les milieux de ces traits ſoit de deux pouces, & j'y trace encore une autre ligne noire qui traverſe les premieres à angles droits. Enſuite ayant meſuré dans un lieu uni & expoſé à l'air une diſtance de deux ou trois cens toiſes fort exactement & en ligne droite, j'y place la Lunette du Micrometre dont le Verre objectif ſoit poſé à l'extremité de cette ligne, & la longueur de la Lunette ſuivant la longueur de la ligne meſurée, & à ſon autre extremité j'y mets la planche qui porte le carton dont la face doit être perpendiculaire à cette ligne, ce qui ſe fait par le moyen d'une petite regle de bois qu'on attache perpendiculairement ſur le côté de la planche à l'endroit du carton, enſorte qu'en mirant au long de cette regle on puiſſe voir la Lunette.

Alors la Lunette étant arrêtée fixe à l'endroit où elle eſt, j'introduis dans la fente qui eſt à ſon foyer les petites branches du Micrometre, & je les ouvre par le moyen des longues branches tant que les pointes des petites branches comprennent exactement l'intervalle entre le milieu de deux ou trois traits noirs de carton, en obſervant que la ligne entre ces pointes ſoit perpendiculaire aux traits, ce qui eſt facile à faire par le moyen du trait qui traverſe

les autres à l'équaire, lequel eſt marqué ſur le carton; & auſſi-tôt ayant retiré le Micrometre hors de la Lunette, je meſure exactement en lignes & en parties de lignes l'intervalle entre les pointes des longues branches.

Enfin je fais le calcul ſuivant pour un triangle rectangle & rectiligne, en poſant pour premier terme la diſtance en pouces entre l'objectif de la Lunette & le carton de la planche, pour le ſecond terme la diſtance entre les traits du carton qu'on a obſervés, & pour le troiſiéme le rayon, & il viendra au quatriéme terme une grandeur qui ſera la Tangente de l'angle qui s'eſt fait à l'objectif de la Lunette, lequel eſt compris entre les rayons qui vont de cet objectif aux traits du carton, & cet angle eſt auſſi égal à celui qui ſe fait par les mêmes rayons prolongés depuis l'objectif juſqu'aux pointes des petites branches.

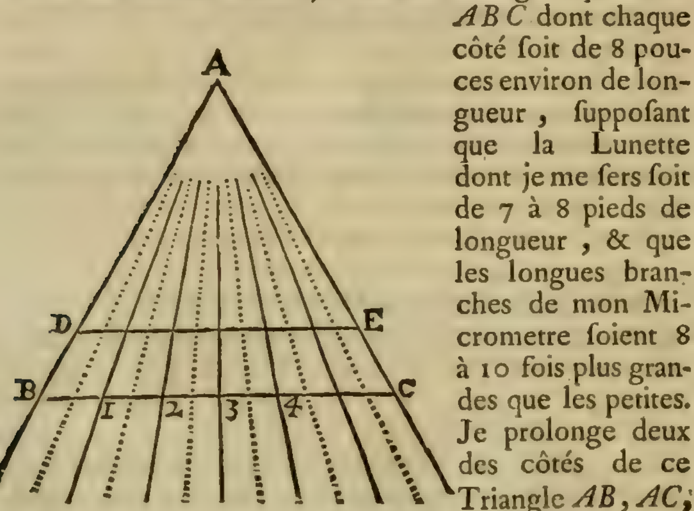
C'eſt-là toute la préparation neceſſaire pour ce Micrometre, lorſqu'on veut s'en ſervir à obſerver des angles, car l'ouverture des longues branches étant donnée pour un certain nombre de minutes & de ſecondes, on aura auſſi leur ouverture en lignes & parties de lignes pour tel angle que l'on voudra; c'eſt auſſi la maniere la plus ſûre pour connoître le nombre des minutes & des ſecondes qui ſont compriſes entre les filets immobiles du Micrometre ordinaire.

Maintenant ſi dans une Eclipſe on connoît le diametre du Soleil ou de la Lune, on pourra faire une table de l'ouverture en lignes & parties de lignes que doivent avoir les longues branches pour les doits & les demi-doits, & pour chaque obſervation de ces phaſes on n'aura qu'à s'en ſervir, ce qui ſera trés facile à faire & fort prompt à executer, car l'ouverture entre les pointes des longues branches, laquelle eſt fort ſenſible, puiſqu'elle eſt huit ou dix fois plus grande que celle des petites branches qui ſont placées au foyer, fait toûjours un angle égal dans le centre du clou de l'inſtrument à celui qui ſe fait dans le même point par l'ouverture des petites branches, quand même

dans la conſtruction du Micrometre les lignes qui ſeroient menées des pointes des longues branches aux pointes des petites, ne paſſeroient pas exactement par le centre du clou.

Mais ces ſortes d'obſervations demandent beaucoup d'attention & de précautions; c'eſt pourquoi pour éviter les erreurs qui peuvent s'y gliſſer, & que d'ailleurs l'intervalle du temps entre les phaſes d'un demi-doit eſt fort court vers le commencement ou vers la fin de l'Eclipſe, j'ai trouvé plus à propos de me ſervir de la methode ſuivante, laquelle ne demande point la connoiſſance de la quantité des minutes du diametre de l'Aſtre ni de tables, & que toute la préparation ne conſiſte que dans une ſeule ligne droite qu'il faut tracer pour chaque Eclipſe.

Sur un carton blanc je fais un Triangle équilateral *ABC* dont chaque côté ſoit de 8 pouces environ de longueur, ſuppoſant que la Lunette dont je me ſers ſoit de 7 à 8 pieds de longueur, & que les longues branches de mon Micrometre ſoient 8 à 10 fois plus grandes que les petites. Je prolonge deux des côtés de ce Triangle *AB*, *AC*; & l'autre *BC* que je conſidere comme la baſe, je le diviſe en 24 parties égales (*Nota.* Il n'eſt diviſé dans cette Figure qu'en 12 parties, pour éviter la confuſion des lignes) & je mene par le ſommet *A* de ce Triangle des lignes indéterminées vers la baſe, qui paſſent par les diviſions, en



obſervant

observant que celles des divisions impaires soient seulement ponctuées comme on les voit dans cette Figure, & j'écris sur les lignes non ponctuées les nombres de suite jusqu'à 12 qui est pour la derniere, car ces lignes doivent servir pour la mesure des doits des Eclipses, & les ponctuées entre deux pour les demi-doits.

Ensuite vers le commencement ou la fin, ou vers le milieu de l'Eclipse, ayant observé avec le Micrometre le diametre de l'Astre, sans me mettre en peine du nombre des minutes qu'il contient, je porte sur le carton depuis le sommet *A* du Triangle sur l'un de ses côtés, comme *AB* la grandeur de l'ouverture des longues branches du Micrometre en *AD*; & par le point *D* je tire la ligne *D E* parallele à *BC*, laquelle rencontrera toutes les lignes menées du sommet *A* dans les points qui déterminent les ouvertures de ces longues branches pour les doits & les demi-doits de l'Eclipse qu'on veut observer, & pour chaque Eclipse il n'y aura point d'autre préparation à faire que de tirer une seule ligne comme *D E*.

Maintenant pour chaque phase de l'Eclipse il n'y aura qu'à retirer le Micrometre hors de la Lunette & ouvrir ses longues branches sur la ligne *D E* de la grandeur qui convient à cette phase, & ayant remis aussi-tôt le Micrometre à sa place, on fera l'observation. On pourra aussi, si l'on veut, sans retirer le Micrometre de l'ouverture de la Lunette, en lâchant un peu la vis qui l'y retient, fermer ou ouvrir les longues branches suivant la phase qu'on voudra observer, en presentant contre les pointes le carton divisé, & ensuite reserrer la vis.

Mais lorsqu'on viendra vers le milieu de l'Eclipse, il faudra ouvrir ou fermer peu-à-peu les longues branches jusqu'à ce que l'on puisse voir la plus petite portion lumineuse de l'Astre, car quand elle commencera à augmenter, on retirera le Micrometre de la Lunette, & l'on portera les longues branches sur la ligne *D E* pour y mesurer les doits & les parties de doit qui seront comprises

entre les pointes, ce qu'on pourra eſtimer aſſés exactement, en diviſant le dernier demi-doit où elles ſe trouvent en petites parties pour les minutes de doit.

On remarquera que toutes les parties qu'on obſerve ſont des portions lumineuſes reſtantes du corps de l'Aſtre dont il faudra prendre les complements juſqu'à 12 doigts pour avoir la grandeur de chaque phaſe de l'Eclipſe qu'on aura obſervée.

Loſqu'on voudra ſe ſervir de ce même carton pour les obſervations des Angles compris entre deux points de quelque corps que ce ſoit, ou entre deux Etoiles, il faudra avoir connu d'abord l'ouverture des longues branches du Micrometre pour quelque angle que ce ſoit, comme on l'a expliqué ci-devant, & par conſequent on pourra ouvrir ces branches, enſorte que la diſtance entre leurs pointes contienne 24 minutes, & ayant porté cette ouverture ſur l'un des côtés du Triangle comme en *AD* depuis le ſommet *A*, on tirera la ligne *DE* parallele à *BC*, qui ſervira pour tous les angles; car les lignes menées du point *A* qui ont ſervi pour les doits & demi-doits ſerviront alors pour les minutes, puiſqu'il y aura 24 diviſions ſur cette ligne *DE*, laquelle eſt égale à *AD* par la conſtruction & les intervalles entre les lignes qui donnent des demi-doits, & qui repreſenteront chacune une minute, étant diviſés par eſtime en 12 parties, chacune donnera 5 ſecondes, comme nous les eſtimons ſur nos Quarts de Cercle.

Les démonſtrations de tout ce que j'avance ici ſont ſi ſimples & ſi faciles à voir, qu'elles ne meritent pas d'être rapportées.

Lorſqu'on ſe ſert de Micrometres pour obſerver les Eclipſes de Soleil ou de Lune, on a toûjours beaucoup de peine à en diſcerner les filets qui doivent embraſſer ou renfermer la partie qu'on veut meſurer quand le Ciel eſt bien ſerein, car la grande lumiere du Soleil pendant le jour & celle de la Lune pendant la nuit empêchent

qu'on ne puiſſe pas voir diſtinctement ces filets ou l'extremité du corps qui fait le même effet quand ils ſont hors du diſque de ces Aſtres, & qu'ils ſont placés ſur le Ciel qui paroît fort obſcur auſſi bien que les filets quand on obſerve la Lune, & quand c'eſt le Soleil, le verre noirci dont on ſe ſert pour le regarder, lui ôte toute ſa clarté; mais ce n'eſt pas la même choſe ſi le Ciel eſt couvert de quelques nuages legers, car alors on peut les appercevoir trés facilement ſur les nuages qui ſont éclairés par l'Aſtre. C'eſt pourquoi on pourra dans les Eclipſes où le Ciel eſt bien ſerein, ſe ſervir de la methode que j'ai rapportée dans mes Tables, qui eſt de placer au devant de l'objectif de la Lunette un petit morceau de toile de ſoye blanche & fine, & aſſés claire, laquelle recevant la lumiere de l'Aſtre, fera le même effet qu'un nuage leger. On pourra, pour une plus grande commodité, tendre & arrêter cette toile de ſoye ſur un bout de tuyau qui puiſſe entrer dans l'extremité de celui de la Lunette pour pouvoir l'ôter & le remettre ſuivant la neceſſité, ce qui ſera d'une trés grande utilité dans ces rencontres, comme je l'ai éprouvé.

DESCRIPTION D'UNE MACHINE POUR ELEVER DES EAUX.

Par M. DE LA FAYE.

M. Perrault dans ſa Traduction de Vitruve, Liv. 10 chap. 9, propoſe pluſieurs Machines pour élever l'eau, & en premier lieu le Timpan. Cette Machine n'éleve pas l'eau fort haut, mais elle en enleve une grande quantité. On fait un Aiſſieu arrondi autour ou au com-

pas & ferré par les deux bouts, qui traverse un Timpan fait avec des ais joints ensemble, & le tout est exposé sur deux pieux qui ont des lames de fer aux deux bouts pour soutenir les extremités de l'Aissieu. Dans la cavité du Timpan on met huit planches en travers depuis la circonference jusqu'à l'Aissieu, lesquelles divisent le Timpan en espaces égaux; on forme le devant avec d'autres ais ausquels on fait des ouvertures de demi-pied pour laisser entrer l'eau dedans; de plus, le long de l'Aissieu on creuse des Canaux au droit de chaque espace qui vont le long d'un des côtés de l'Aissieu : Tout cela ayant été poissé de même que le sont les Navires, on fait tourner la Machine par des hommes, & alors elle puise l'eau par les ouvertures qui sont à l'extremité du Timpan, & la rend par les conduits des Canaux qui sont à l'extremité de l'Aissieu (ce sont les termes de Vitruve). Toutes les autres Machines de cette espece que l'on appelle *Timpan*, que j'ai vûës dans le *Theatrum Machinarum* de Boclerus & dans Ramelli, ainsi que dans quelques Livres Italiens & Allemands qui traittent des Machines, ont toutes le vice commun d'élever l'eau par le Rayon du Cercle, & ne different en rien du Timpan de Vitruve, étant tirées du même principe, ainsi il seroit inutile d'en faire des descriptions. D'où l'on peut conclure que cette Machine a des défauts considerables dont le premier le plus grand est qu'elle éleve l'eau dans la situation la plus desavantageuse qu'il soit possible, puisque le poids se rencontre toûjours au bout du Rayon, qui est le Levier le plus long du Cercle, & parlà fatigue la puissance qui agit trés desavantageusement & sans uniformité, ce qui apparemment est la raison pour laquelle on ne s'en sert plus; joint à cela que la Machine est lourde & massive, comme on peut le voir par sa construction & le dessein trés exact que M. Perrault en a donné. Je dois dire ici qu'aprés avoir executé cette Machine, le Traité de Mecanique de M. de la Hire m'étant tombé entre les mains, j'ai trouvé dans la Proposition 116.

de cet ingenieux ouvrage une construction de Roües dont les arbres ont des bras ou aîles pour élever des pistons, comme sont celles des Moulins à Poudre, à Papier, à Foulon & à Forge. Quoi-que M. de la Hire pour égaliser le mouvement des Pistons, se serve d'une ligne Courbe qu'il nomme *Epicycloïde*, dont le Cercle de l'arbre est la base, & qui est formée par une ligne droite qui roule & s'applique successivement à tous les points du Cercle; comme il ne m'a paru dans aucun endroit de son Traité qu'il ait eu la pensée de s'en servir à former des Canaux pour élever des eaux, en les y introduisant, je me servirai d'une Courbe mecanique dont je vas donner une Construction telle que je l'ai imaginée & executée il y a long-temps, & dont j'expliquerai ensuite les proprietés.

La Machine que je propose n'a de conformité avec le Timpan que de se vuider par le centre; d'ailleurs les conditions en sont trés differentes. Elle me paroît simple & aussi legere qu'il est possible pour sa grandeur. La construction en est plus aisée & à meilleur marché que sa figure ne paroît l'annoncer, si l'on doit s'en rapporter aux Ouvriers, & sur-tout à deux des plus habiles maîtres constructeurs de Vaisseaux qui soient en France.

Elle est composée d'un arbre de fer qui passe au travers d'un Moyeu ou Treüil qui est divisée en quatre séparations vis-à-vis des ouvertures de quatre Canaux qui sont courbés suivant les conditions les plus avantageuses qu'il soit possible. La Machine se manifeste aux yeux de façon que j'ai peur d'abuser du temps, en disant que la Roüe en tournant fait entrer l'eau dans ses Canaux, laquelle demeure toûjours dans un endroit fixe & perpendiculaire à la Courbe sur laquelle elle agit avec une grande uniformité & un trés petit effort. Voici la generation de cette Courbe.

J'ai pris le Treüil de la Machine, & aprés l'avoir entouré d'un ressort de Montre doux & flexible, j'en ai fixé un bout, & développant l'autre armé d'une pointe, il a

formé une Courbe mecanique qui a pour développée le cercle du Treüil. Si l'on donne aux Canaux la Courbure que l'on vient de décrire, il est visible que le poids sera toûjours dans la situation la plus avantageuse, puisqu'il monte verticalement par une ligne tangente au Treüil, & qui n'en est par consequent éloignée que du demi-diametre du Treüil. Dans cette Machine la puissance est à l'effet comme le Rayon du Treüil ou de l'arbre est à sa circonference; par exemple, dans ce modelle l'arbre a 6 pouces de diametre, & par consequent environ 19 pouces de circonference dont je ne compte que 18 de longueur pour le Levier où est appliquée la puissance, à cause de l'enfoncement des Palettes dans l'eau, pendant que le poids ne fait effet que par un Levier de trois pouces, qui est le Rayon du Treüil : d'où il suit que la puissance est à l'effet comme 3 est à 18, ou 1 à 6, & quelque peu davantage.

Par cette construction le fardeau à élever fait toûjours uniformément le même effet, qui est le moindre qu'il soit possible, pendant que la puissance appliquée le plus avantageusement qu'il se peut, agit avec énergie par des Palettes placées à l'extremité du Rayon de la Roüe. Ces deux conditions remplies font la plus grande perfection qu'on puisse desirer dans une Machine, sans compter des considerations non méprisables en mecanique, qui sont, qu'il n'y a que le seul frottement de l'Axe qui est necessaire, & par consequent inévitable, & qu'on n'y employe aucunes matieres perissables & sujettes à réparations par les frottements, comme du Cuir dont on fait les soupapes & dont on entoure les pistons des Pompes, ni des matieres cheres & pesantes comme des metaux, le tout étant de bois. La perfection & la simplicité de la Machine l'affranchit de tous ces accessoires dispendieux, joint à cela que l'élevation verticale est la plus courte. Il me paroît qu'elle est préférable à la Vis d'Archimede qui est inclinée, & qui ne se vuide que d'une trés petite partie de

ſon eau, & demeure chargée du ſurplus qui eſt trés conſiderable, ſur-tout quand elle eſt d'un grand volume, ce que l'on fait toûjours pour en tirer de l'utilité, n'étant preſque d'aucun effet ſenſible en petit, au lieu que cette Machine dépenſe toute ſon eau à chaque tour de Roüe. Je ne ſçache pas que perſonne l'ait propoſée juſques ici pour l'élevation des eaux dans les Canaux courbés ſuivant les conditions énoncées ci-deſſus. Cette Machine ſeroit trés utile dans les lieux où il ſeroit neceſſaire de faire monter une grande quantité d'eau, elle en peut aiſement fournir un aſſés grand volume pour faire tourner un Moulin, arroſer des Prairies & des Jardinages. Cet avantage la rend recommandable par deſſus toute autre Machine connuë, pour les grands & vaſtes projets, pour les communications des Rivieres, deſquelles elle pourroit fournir de l'eau au Canal qui les joindroit, pour deſſecher des terres inondées, & pour une infinité d'autres cas.

Il reſte un inconvenient à cette Machine, qui eſt de n'élever l'eau qu'à ſon demi-diametre. Si l'on avoit beſoin d'une plus grande hauteur, je crois qu'on pourroit ſe ſervir de deux ou trois Roües l'une ſur l'autre; moyen qui, quoi-que incommode, ne laiſſeroit pas d'être trés praticable par la perfection de la Machine où il n'y a ni eau ni force perduë, & parce que la puiſſance eſt toûjours appliquée le plus avantageuſement qu'il eſt poſſible par rapport au poids, comme on a prouvé ci-deſſus.

A l'égard de la conſtruction mecanique, comme toute la difficulté ſe réduit à plier de longues planches de Sapins ou de Chêne, ou autres bois convenables ſuivant cette Courbure, laquelle eſt fort aiſée à ſuivre comme on vient de voir, par le dévéloppement d'une chaine ou corde d'Arpenteur qui auroit enveloppé le Treüil. Les ſimples Charpentiers m'ont dit, & j'ai vû qu'ils donnoient aux ais la Courbure qu'ils vouloient, en les gênant par pluſieurs chevilles de fer ou de bois, ou en les chargeant de pluſieurs poids, aprés quoi ils ſe ſervent du feu, qu'ils

allument deſſous ou à côté de ces planches, ce qui leur fait conſerver la Courbure pour toûjours. Quand ils employent le bois vert, ils le plient & le laiſſent ſécher ſans ſe ſervir du feu, ce qui produit le même effet. Pour les côtés on les fait de toutes ſortes de planches, aprés quoi on calfate & on gondronne la Machine. Quand il s'y fait quelque voye d'eau, le moindre Calfas ou Battelier y remedie avec l'aiſance & le peu de frais que tout le monde ſçait, ce qui rend l'ouvrage durable. Cette Machine n'eſt ni de grand prix ni de difficile conſtruction, en ce que les parties ont toûjours neceſſairement un rapport conſtant entre elles, tellement que la groſſeur du Treüil donnée détermine le diametre de la Roüe, & le diametre donné rend à ſon tour la groſſeur du Treüil. Cette harmonie qui ſort naturellement du ſujet, épargne un tâtonnement qui accompagne preſque toûjours les Entrepreneurs, & les décourage, ou tout du moins retarde l'ouvrage.

On peut ſe ſervir de ce principe pour faire des Clepſidres plus juſtes que celles que nous avons, qui manquent toutes d'uniformité.

Pour ce qui eſt de l'aſſemblage, ſi celui-ci ne ſuffit pas pour donner la ſolidité requiſe à cette Roüe quand elle portera des Aubes ou Palettes, on aura recours à l'habileté de nos Charpentiers, qui ſont trés verſés dans ce fait, & l'on verra avec eux ce qu'il ſera convenable de faire.



HISTOIRE

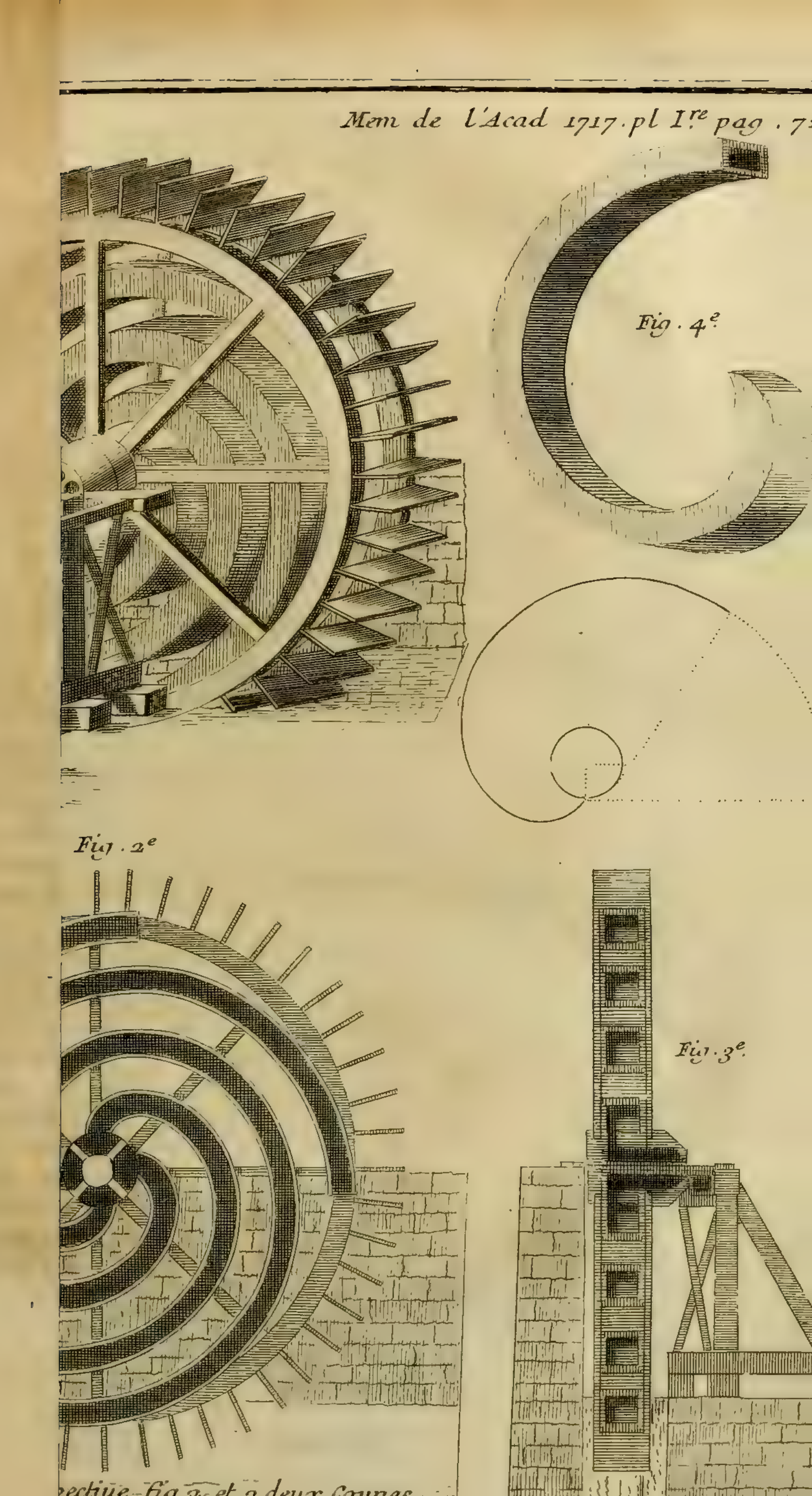

Mem de l'Acad 1717. pl Ire pag . 7
Fig . 4e.
Fig . 2e
Fig . 3e.

Fig. 1re

Fig. 4e

Fig. 2e

Fig. 3e

Fig. I. Machine en perspective fig. 2. et 3. deux Coupes differentes de la meme Machine, fig. 4e. un des Canaux.

HISTOIRE DU KALI D'ALICANTE.

Par M. DE JUSSIEU.

SI l'on ne jugeoit du progrés de la Botanique que par le nombre prodigieux de Plantes découvertes de nos jours, que par cette justesse de dénominations, & par cette exactitude de descriptions dont on se sert aujourd'hui dans nos Memoires pour y caracteriser chaque Plante en particulier, cette science approcheroit déja beaucoup de sa perfection. Mais le Public peu interessé dans cette diversité de noms, de synonimes & de phrases, & dans cette critique d'Auteurs & de methodes qui occupe presque entierement les Botanistes modernes, semble exiger de nous des choses plus essentielles pour sa satisfaction. Non content d'une connoissance qui, quelque parfaite qu'elle soit, lui paroît toûjours séche lorsqu'elle est seule, il veut voir des vertus & nous demande des usages. 14. Août 1717.

C'est pour remplir ce devoir que parmi les Plantes singulieres que j'ai observées dans mon Voyage d'Espagne, j'ai choisi d'abord le *Kali d'Alicante* comme une de celles dont l'histoire interesse d'autant plus, que cette Plante nous est moins connuë, & que personne ne l'a décrite, quoi-que le sel qu'on en tire serve à perfectionner des Arts importants.

Le genre des Kali est connu en François sous le nom de *Soude;* mais comme le sel fixe dans lequel ils se réduisent presque entierement lorsqu'on les brûle, porte aussi le nom de Soude, & que nous avons cinq genres de Plantes desquels on tire également du sel de ce même nom. Il sembleroit que pour éviter l'équivoque, & discerner le

produit de la Plante d'avec la Plante même, on pourroit conserver à celle-ci dans le François le nom Arabe de *Kali*, & celui de *Soude* aux sels fixes seulement que donnent les unes & les autres de ces Plantes.

J'appelle celle dont il s'agit ici

Kali *Hispanicum supinum, annuum, Sedi foliis brevibus.*
Kali d'Espagne annuel, couché sur terre, à feüilles courtes & de *Sedum.*

Sa racine est annuelle, longue de quelques pouces, un peu oblique, blanchâtre, arrondie, ligneuse & garnie de peu de fibres.

De son collet sortent quatre à cinq branches couchées sur terre, & qui se soudivisent dans leurs longueurs en plusieurs petits rameaux alternes, étendus çà & là, & dont les uns sont droits, les autres inclinés. Les plus longues de ces branches n'ont pas demi-pied; s'il s'en trouve de plus grandes, c'est parce que la Plante est mieux nourrie; elles sont ordinairement moins longues, & leur diametre n'excede pas une ligne. Ces branches & ces rameaux sont arrondis, sont d'un vert pâle, & quelquefois teint legerement d'un peu de pourpre, sur-tout dans leur maturité.

Les feüilles dont ils sont chargés, y sont disposées par paquets alternes, plus ou moins écartés, suivant l'âge de la Plante, & qui à l'extremité des jeunes rameaux deviennent plus serrés qu'à leur naissance; elles sont cilindriques & succulentes comme celles de la Tripemadame ou *Sedum minus, teretifolium*, longues d'environ un quart de pouce sur une demi-ligne d'épaisseur, d'un vert pâle, presque transparentes, lisses, sans poil, émoussées à leur extremité & d'un goût salé. Chaque paquet est formé de deux, trois, quatre & même quelquefois de cinq de ces feüilles de l'aisselle desquelles naît la fleur.

Elle est composée de cinq étamines blanchâtres à sommets jaunâtres & d'un pareil nombre de petits petales

étroits & blanchâtres. Le jeune fruit qui en occupe le centre eſt terminé par un petit ſtilet blanc & fourchu.

Cette fleur n'a point d'odeur, & ſes petales qui enveloppent plus étroitement le fruit à meſure qu'il groſſit, d'étroits & cachés qu'ils étoient dans le paquet de feüilles qui leur ſert de calice, deviennent plus amples, plus épanoüis, ſont plus apparents plus ſecs, membraneux, arrondis dans leur contour, un peu pliſſés & preſque gaudronnés. Souvent deux de ces petales s'uniſſent de maniere qu'ils ne paroiſſent en faire qu'un, & pour lors la fleur ſemble être de quatre pieces ſeulement. Elle dure longtemps ſans ſe fanner, & plus elle vieillit, plus le jaune clair dont elle eſt teinte, devient rouſsâtre. Son plus grand diametre eſt de deux lignes environ.

Le fruit meur eſt de la groſſeur d'un grain de Miliet, arrondi, membraneux, & ne renferme qu'une petite ſemence brune, roulée en ſpirale. Il eſt ſi enveloppé des petales de la fleur qu'il tombe en même temps qu'elle.

Amatus Luſitanus qui dit un mot de la bonté des Soudes & du lieu d'où elles viennent, nous a laiſſé ignorer l'eſpece de *Kali* que l'on brûloit de ſon temps pour tirer celle d'*Alicante*, & nous ne pouvons conjecturer qu'il l'a connuë, que par le nom de *Barilla*, Barille, dont il l'appelle, nom qui dans le Pays & même en France parmi les Marchands ſe donne encore indifferemment & à la Soude d'Alicante, & à la Plante qui la produit.

On ne peut pas dire que la Plante que Gaſpar Bauhin a nommée dans ſon *Pinax*, *Kali minus, alterum*, ſoit celle-ci, puiſque non obſtant la conformité que l'une & l'autre de ces Plantes peuvent avoir par leurs feüilles, & par d'autres circonſtances, elles doivent eſſentiellement differer par leur fruit.

Il y a bien lieu de s'étonner que M. de Tournefort qui avoit fait le même Voyage avant l'édition de ſes Elements de Botanique, l'y ait oubliée, quoi-que par ſes Memoires manuſcrits il m'ait paru qu'il l'ait remarquée comme moi

dans plusieurs endroits des Royaumes de Murcie, de Grenade & prés d'Almerie, sans neantmoins y en avoir donné de description, ni d'usage.

L'observation que j'ai faite dans ma description, que la fleur du Kali est composée de cinq petales qui ne se fletrissent point, & qu'elle tombe toute entiere avec le fruit, pourroit la faire soupçonner monopetale, comme l'a prétendu Plukenet, de celle d'une espece de Kali étranger qu'il a décrite dans son *Amaltheum Botanicum*, pag. 126, fleur qu'il dit être sans étamines. Mais si l'on remarque que les petales de celle-ci ne sont unis entre eux que legerement à leur naissance, & que les étamines tombent long-temps avant eux, on verra qu'il y a plus de lieu de la regarder comme polypetale, & qu'on ne doit point croire qu'elle soit dénuée d'étamines.

A l'égard de ce que j'ai dit, que cette fleur sert d'enveloppe au fruit, qu'elle s'étend à mesure qu'il grossit, & qu'il tombe avec elle, on m'objectera peut-être que la classe des fleurs à étamines lui conviendroit mieux, mais si les principes établis par M. de Tournefort, & si favorablement reçûs jusqu'ici par la plus grande partie des Botanistes peuvent servir de regle, cette objection se trouvera aneantie, puisque suivant son sistême il est essentiel aux petales des fleurs de ne point servir d'enveloppe immediate aux semences qui succedent aux mêmes fleurs, ce qui ne s'observe pas dans celle-ci, où la semence a une enveloppe séparée des petales, qui lui est propre.

Quoi-que cette espece de Kali croisse dans les Côtes maritimes des Royaumes de Valence, de Murcie, d'Almerie & de Grenade, elle doit neantmoins porter le nom de Kali d'Alicante, parce qu'il n'y a point de lieu sur la Côte orientale d'Espagne où il en naisse une si grande quantité qu'aux environs de cette Ville-là.

La Soude qu'on en tire fait une partie considerable de son commerce; les Marchands étrangers la préferent à toutes celles que l'on tire d'autres Plantes, & les habitants du

Pays sont si persuadés que cette espece ne peut si bien venir ailleurs, qu'ils se la regardent comme propre.

Cette Plante croît d'elle-même, neantmoins pour la multiplier on la seme dans les Campagnes le long du bord de la Mer; j'en ai vû même dans des terres à Bled, auquel elle ne peut nuire, parce que dans le temps de la moisson elle ne commence presque qu'à y pousser, & qu'elle n'est dans sa parfaite maturité qu'en Automne.

La recolte du Kali d'Alicante ne se fait pas tout à la fois & sans précaution, comme celle des autres Plantes dont on tire de la Soude. On arrache successivement de celui-ci les Plantes les plus mures avant celles qui le sont moins. On les étend sur une aire pour les faire sécher au Soleil, & en ramasser le fruit qui tombe de lui-même.

Lorsqu'elles sont séches on les met à couvert de la pluye, & d'abord que l'on en a amassé une suffisante quantité, on les brûle de la même maniere que les autres Plantes qui donnent de la Soude.

De ses Cendres il se forme une masse d'un gris noirâtre tirant sur le bleu, fort pesante, sonante, parsemée interieurement de petits trous, que les gens de l'Art comparent à des yeux de Perdrix, séche au toucher, sans odeur desagreable & d'un goût fort salé; marques qui servent de difference particuliere à cette Soude pour la distinguer de toutes les autres.

Comme l'abondance, & la pureté du sel qu'il fournit fait son merite reconnu par les Marchands, ils sont fort circonspects à prendre garde que celle d'Alicante qu'ils choisissent pour l'employer à des ouvrages exquis, n'ait été alterée en brûlant le Kali d'où elle provient, par le mêlange d'autres Plantes qui donnent aussi de la Soude, mais beaucoup inferieure en qualité à celle-ci.

Les Arts dans lesquels cette Soude est recherchée, sont la Verrerie, la Savonerie & la Blanchisserie. Les Venitiens, les François, & ceux qui se piquent de faire les Glaces les plus fines, la préferent à toute autre. Le Savon dans le-

quel elle entre, paſſe pour le plus pur & pour le plus beau. La Leſſive qu'on en fait pour dégraiſſer & blanchir les Draps & les Etoffes eſt moins cauſtique que celle de toutes les autres Soudes qu'on a coutume d'employer à cet uſage.

L'hiſtoire des autres Plantes qui fourniſſent de ces eſpeces de ſel, l'examen particulier & phyſique de chacune de ces Soudes, les Arts dans leſquels elles ſervent, & les differentes manieres de les y employer, ſont d'une étenduë ſi conſiderables, qu'elles me paroiſſent une matiere ſuffiſante pour un autre Memoire.

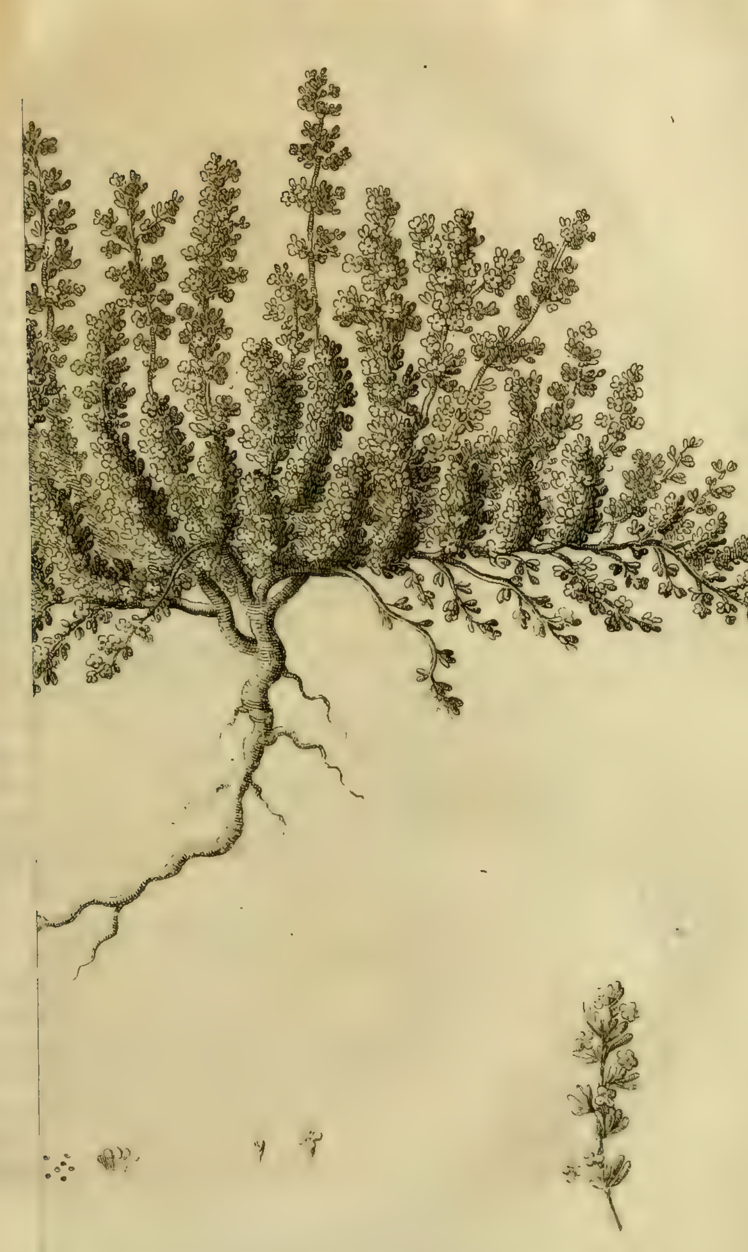
RECHERCHE

Des Dates de l'Invention du Micrometre, des Horloges à Pendule, & des Lunettes d'approche.

Par M. DE LA HIRE.

23. Juin 1717. COMME je me ſuis apperçû que dans les Aſſemblées de l'Academie on agite aſſés ſouvent quels ont été les premiers inventeurs du Micrometre & de l'Horloge à Pendule, & que chacun s'efforce de donner la préference à ceux pour qui ils s'intereſſent le plus, j'ai crû que je ferois plaiſir à l'Academie & aux Sçavants de donner dans ce Memoire ce que j'en ai pû découvrir de plus certain tant par les dates des impreſſions de ce qui en a été publié, que par les connoiſſances particulieres que j'en ai eües dans les liaiſons que j'ai toûjours entretenuës avec ceux qui y avoient le plus de part, & avec nos plus anciens Mathematiciens depuis un trés grand nombre d'années que je me ſuis appliqué à ces recherches par rapport à la Geometrie & à la Phyſique.

Je commence donc par le Micrometre, & je trouve que



m, Supinum, annuum, Sedi foliis brevibus .

Kali Hispanicum, Supinum, annuum, Sedi foliis brevibus.

Ph. Simonneau, filius Sc.

dans les Ephemerides du Marquis Malvasia imprimées en 1662 à la page 193, en parlant de Saturne & de son Satellite, qui est celui du milieu des cinq qui accompagnent cette Planete, il nomme quelques personnes qui l'avoient déja vû, & il ne parle point de M. Hugens, qui avoit imprimé dés l'année 1659 son Systême & ses Observations sur l'Anneau & sur le Satellite de cette Planete, ce que ce Marquis ne pouvoit pas ignorer, & qu'il ne devoit pas passer sous silence, puisqu'il y avoit déja trois ans que M. Hugens l'avoit publié, & qu'il avoit dédié son Livre au Prince Leopold de Toscane.

C'est à cette occasion que le Marquis Malvasia rapporte à la page 196 la maniere d'observer de petites distances entre des Etoiles & des Planetes, & même le moyen de dresser une figure exacte des Taches de la Lune. Il fait un Chassis ou un Reticule avec des filets d'Argent trés déliés, & il divise encore un des quarreaux de l'extremité de ce Reticule en de plus petites parties avec ces mêmes filets, & ayant appliqué ce Reticule au foyer commun des deux Verres convexes d'une Lunette d'approche, il fait marcher une des Etoiles qui sont vers l'Equateur, sur l'un des filets, en tournant le Reticule ou la Lunette autant qu'il est necessaire pour l'y faire convenir, & il compte à son Horloge à Pendule & à secondes combien il s'est écoulé de temps entre le passage de l'Etoile d'un filet à un autre de ceux qui sont perpendiculaires à celui sur lequel l'Etoile se meut, ce qui lui donne par ce moyen la connoissance de la quantité de minutes & de secondes de degré que contiennent les intervalles des filets du Reticule par rapport à la longueur du foyer de la Lunette.

On voit donc par-là que le Marquis Malvasia avoit une espece de Micrometre qui n'étoit pas fort different de celui que Mrs. Auzout & Picard publierent en 1666, si ce n'est dans la maniere de diviser celui ci & de le rendre trés exact & trés commode, en y appliquant des filets de

Vers à ſoye qui ſont trés déliés par rapport aux filets d'Argent, & de ſe ſervir d'un curſeur qui ſe meut par une vis pour meſurer exactement des diſtances. Il paroît auſſi que ce Marquis avoit alors une Horloge à Pendule qui marquoit les ſecondes, laquelle, à ce qu'il dit, avoit été trouvée à Florence quelques années auparavant.

Mais pour ce qui eſt du Micrometre on trouve vers la fin du Livre du Syſtême de Saturne de M. Hugens imprimé en *1659*, c'eſt-à-dire, trois ans avant l'impreſſion des Ephemerides du Marquis Malvaſia, la maniere d'obſerver les diametres des Planetes en ſe ſervant de la Lunette d'approche, & en mettant, comme il le dit, au foyer du Verre oculaire convexe qui eſt auſſi le foyer de l'objectif, un objet qu'il appelle *virgula*, d'une groſſeur propre à comprendre l'objet qu'il vouloit meſurer, car il avertit qu'en cet endroit de la Lunette, à deux Verres convexes, on voit trés diſtinctement les plus petits objets, & ce fut par ce moyen qu'il meſura les diametres des Planetes, comme il les rapporte aprés avoir connu par l'experience du paſſage d'une Etoile derriere ce corps combien de ſecondes de degré il comprenoit. Il y a ſi peu de difference entre la conſtruction du Micrometre dont M. Hugens s'étoit ſervi, & celle du Marquis Malvaſia qui ne parut que trois ans aprés, que celle-ci ne peut pas paſſer pour une découverte. Ainſi il faut demeurer d'accord qu'on eſt redevable à M. Hugens de l'invention du Micrometre, qu'on a perfectionné dans la ſuite au point où il eſt à preſent.

Pour ce qui regarde l'Horloge à Pendule, ſi le Marquis Malvaſia a dit en *1662* qu'il avoit une Horloge à Pendule, & qu'il s'en ſervoit comme il le marque, c'eſt une date qu'on peut rapporter à ce temps-là; mais non pas ce qu'il ajoute, qu'elle avoit été trouvée à Florence quelques années auparavant, non plus que ce qui eſt imprimé en *1666* dans les *Saggi* de Florence où il eſt dit que Galilée avoit eu la penſée d'appliquer le Pendule à une Horloge,

loge, mais que cela ne fut executé qu'en 1649 par son fils, sans marquer comment cette application avoit été faite. Mais si cette Horloge à Pendule étoit en usage dés l'année 1649, il n'y a pas d'apparence de croire que M. Hugens qui étoit en relation avec tous les sçavants de l'Europe, & qui étoit fort connu à Florence, eût eu la hardiesse de faire imprimer la construction de cette même Horloge à Pendule chés Adrien Ulacq à la Haye en 1658 comme une chose nouvelle, 9 ans aprés que cela avoit été executé à Florence, sans craindre de passer pour plagiaire, & de produire comme une nouveauté ce qui étoit déja fort connu; car on ne peut faire cette application du Pendule à l'Horloge que d'une seule maniere, qui est de le substituer au balancier des Horloges ordinaires, pour rectifier le mouvement de ce balancier qui est toûjours fort inégal.

Il ne s'agissoit pas encore dans cette application du Pendule à l'Horloge de rectifier le mouvement propre du Pendule qu'on avoit reconnu même à Florence être fort inégal, suivant les differentes étenduës de ses vibrations, ce que M. Hugens trouva dans la suite, & qu'il fit imprimer à Paris en 1673 dans son Traité qui a pour titre *Horologium Oscillatorium*, qui est un des plus beaux ouvrages qui ait été fait sur la Geometrie dans ces derniers temps.

Cette invention des Horloges à Pendule m'engage à dire quelque chose des Horloges & des Montres portatives, dont on rectifie le mouvement du balancier qui est fort inégal en lui-même par le moyen d'un petit ressort en spirale qui maitrise l'inégalité du balancier, ce qui est si fort en usage qu'on ne fait point de Montres à present que de cette maniere; & j'en puis parler avec certitude, d'autant que c'est une affaire qui s'est passée entierement sous mes yeux. Cette invention fut proposée à Paris seulement de vive voix il y a environ 40 ans par M. l'Abbé de Hautefeüille d'Orleans fort fecond en inventions mecaniques. Aussi-tôt M. Hugens qui étoit alors à Paris, &

qui sembloit avoir quelque droit sur les Horloges rectifiées, fit, à ce qu'il disoit, des experiences avec ses pincettes à ressort dont on se sert pour le feu, & ayant remarqué que les vibrations ou mouvements des branches en étoient assés égales, il fit construire une Montre avec un ressort en spirale sur le principe du mouvement égal des vibrations d'un ressort, & il la presenta à M. Colbert. On trouva l'invention fort belle, & elle parut fort utile, car on voyoit que le mouvement du balancier étoit fort égal; mais comme M. Hugens étoit fort estimé & trés bien en Cour, il lui prit fantaisie de demander le privilege de ces sortes de Montres, ce qu'il obtint trés facilement. Mais ce n'étoit pas assés, il falloit encore pour faire valoir ce privilege, & en tirer du profit, dont il n'avoit pas besoin, ayant une pension du Roi fort considerable, le faire enteriner au Parlement. L'Abbé qui sçavoit ce qui se passoit, & qui se tourmentoit pour soutenir le droit de son invention, fit tant par ses raisons & par ses preuves, qu'il empêcha l'enterinement du Privilege; quelques Ouvriers des plus celebres, & qui prévoyoient bien le tort que cela pourroit leur faire, se mirent de la partie; l'affaire en resta là, & M. Hugens n'en parla plus, & l'on a toûjours continué à faire toutes les Montres avec des ressorts en spirale.

J'aurois terminé mon Memoire aprés cette histoire, si ce n'étoit que nous avons encore dans la pratique de l'Astronomie un instrument qui n'est pas moins utile que les précedents dont je viens de parler, qui est le Quart de Cercle & ses portions dont nous nous servons pour observer les hauteurs des Astres & leurs distances entre eux, & qui portent des Lunettes d'approche au lieu des pinnules ordinaires, & je ne trouve point l'Epoque bien certaine du temps où l'on a commencé à s'en servir. Ces sortes de pinnules à Lunettes ont de trés grands avantages par dessus les communes ou anciennes tant pour l'Astronomie que pour la Geographie, en ce que toutes sortes de vûës peuvent s'en servir également, & que comme les Lunettes

augmentent considerablement les objets, on les voit non seulement plus grands, mais bien plus distincts, & qu'on en peut faire les observations avec une trés grande justesse. Je suis seulement surpris de ce que l'usage de ces pinnules à Lunette n'ait pas suivi de trés prés celui du Micrometre, car il me semble que ce n'étoit que cet instrument appliqué aux Quarts de Cercle.

On publioit ici que c'étoit de l'invention de M. Picard, & ce n'étoit pas sans fondement, c'est pourquoi je lui demandai un jour ce qui en étoit, il me répondit assés froidement que M. Auzout y avoit beaucoup de part, & je n'ai pas pû trouver au juste le temps où elles avoient été appliquées aux instruments. Je ne vois seulement que dans le Livre de la Mesure de la Terre qui fut faite par M. Picard, & qui a été imprimé en 1671, mais auquel on travailloit en 1669, où il est dit à la page 3, *qu'on s'étoit avisé depuis quelques années de mettre des Lunettes d'approche au lieu des pinnules anciennes*, & c'étoit de ces sortes de pinnules dont on se servoit alors. Je croyois trouver quelque chose touchant ces pinnules dans les Transactions Philosophiques d'Angleterre, mais je n'y ai rien remarqué qui en fit mention. Il est seulement parlé au mois de Decembre de l'année 1665 que M. Auzout demande à M. Hook de communiquer sa methode par laquelle il fait qu'une Lentille travaillée selon une sphere dont le diametre soit de 20 ou de 40 pieds, puisse servir à une Lunette de 100 pieds, & qu'en recompense il en découvrira une autre par le moyen de laquelle on peut mesurer sur terre avec la Lunette, & ce que j'ai proposé, dit-il, à quelques personnes comme un Paradoxe, qui est de mesurer les distances des lieux d'une seule station sans se servir d'aucun instrument de Mathematique, mais il me semble que cela pouvoit s'entendre, en y employant le seul Micrometre dont M. Auzout se servoit, ou d'un Quart de Cercle avec des Lunettes au lieu des pinnules ordinaires.

Je sçai bien qu'il y a eu de celebres Astronomes &

grands Obſervateurs qui n'ont jamais voulu ſe ſervir de ces ſortes de pinnules, quoi-qu'elles fuſſent en uſage de leur temps, à cauſe que dans les commencemens ils n'avoient obſervé qu'avec des pinnules ordinaires, parce qu'ils diſoient qu'on auroit pû leur reprocher que leurs premieres obſervations n'avoient pas toute l'exactitude poſſible, puiſqu'ils avoient changé de methode, ce qu'ils n'auroient pas fait s'ils avoient été bien ſeurs de la premiere: cette raiſon ne me ſemble pas recevable quand on ne tend qu'à la perfection de ſon ouvrage. D'autres ont eu plus de raiſon de faire quelque difficulté de ſe ſervir de ces nouvelles pinnules, en ce qu'ils diſoient qu'à la verité une de ces pinnules étoit trés viſible & trés fine, puiſque ce n'étoit qu'un filet de Vers à ſoye, qui à grand peine ſeroit viſible, ſi l'oculaire de la Lunette ne le faiſoit appercevoir, mais que pour l'autre pinnule qui étoit le centre du Verre objectif, elle étoit inviſible; mais nous avons répondu à cette objection, en leur démontrant qu'on n'étoit pas moins aſſuré de la poſition de cette pinnule inviſible que de l'autre.

Enfin on peut dire en general que tout ce que nous avons de plus curieux & de plus utile dans les Sciences & dans les Arts ſoit liberaux ſoit mecaniques, n'a pas été trouvé d'abord dans la perfection où nous le voyons à preſent, & qu'une legere idée qui aura été publiée, & même aſſés ſouvent par des ignorants & comme par hazard, ceux qui avoient une profonde connoiſſance de la Geometrie & ſur-tout de la mechanique, en ont profité & l'ont pouſſée dans la ſuite, & comme par degrés, au point de perfection, où il ſemble qu'elle pouvoit être portée. Mais à qui attribüerons-nous la découverte de ces inventions? Je pourrois en rapporter pluſieurs exemples, & même aſſés conſiderables, mais je me contenterai d'un ſeul qui vient auſſi à mon ſujet, c'eſt l'invention des Lunettes d'approche.

Le fils d'un ouvrier Hollandois qui faiſoit des Lunettes

à porter ſur le nés, tenoit d'une main un verre convexe comme ſont ceux dont ſe ſervent les Presbytes ou vieillards, & de l'autre main un verre concave qui ſert pour ceux qui ont la vûë courte, & ayant mis par hazard le verre concave proche de ſon œil, & ayant éloigné un peu le convexe qu'il tenoit au devant, il s'apperçût qu'il voyoit au travers de ces deux verres quelques objets éloignés beaucoup plus grands & plus diſtinctement qu'il ne les voyoit auparavant à la vûë ſimple, il montra cet effet à ſon pere, qui en aſſembla auſſi-tôt de ſemblables dans de petits tuyaux de 5 ou 6 pouces de long, & voilà la premiere découverte des Lunettes d'approche. Cette invention ſe divulga à même temps par tout, & ce pouvoit être en 1609, car Galilée publia ſes Obſervations avec les Lunettes d'approche en 1610, & il dit qu'il y avoit 9 mois qu'il avoit été averti de cette découverte, comme on le peut voir dans ſon *Nuncius ſidereus*. Mais Galilée qui étoit un bon Philoſophe & curieux de découvrir les effets de la Nature en reſta là, & il y a lieu de s'étonner comment avec une Lunette qu'il avoit faite de la même conſtruction des premieres de Hollande, il avoit pû reconnoître le mouvement des Satellites de Jupiter, car cette Lunette avoit 5 pieds environ de longueur, & plus elles ſont longues, plus l'eſpace qu'elles font appercevoir eſt petit.

Cependant Kepler bon Mathematicien voulut penetrer plus avant & rechercher la cauſe des effets de cette invention, ce qu'il fit en fort peu de temps, car il compoſa ſon Traité de Dioptrique, & il le fit imprimer en 1611, un an aprés le *Nuncius ſidereus* de Galilée. Cet ouvrage de Kepler eſt trés beau & trés curieux, & je ſuis ſurpris que Kepler l'ait pû compoſer en ſi peu de temps, étant alors occupé à conſtruire ſes Tables Rudolphines, & il y a grande apparence qu'il n'y avoit pas penſé avant 1610.

M. Deſcartes vint enſuite, & imprima ſa Dioptrique en 1637, qui eſt un trés bel ouvrage, où il pouſſe fort loin ſes recherches & ſes démonſtrations ſur la viſion &

ſur la figure que doivent avoir les Lentilles pour en compoſer des Lunettes, & il s'arrête enfin à conſtruire une trés grande Lunette avec un verre convexe pour objectif & un concave pour oculaire dont il n'auroit pû faire aucun uſage, à cauſe qu'il n'auroit pû voir qu'un eſpace preſque inſenſible de l'objet. M. Deſcartes ne penſa pas à l'avantage qu'il pouvoit retirer de la combinaiſon d'un verre convexe pour objectif & d'un autre convexe pour oculaire, ce que ſes figures lui montroient clairement, & ſans cela ni les grandes Lunettes ni les petites n'auroient été d'aucun uſage pour faire des découvertes dans le Ciel & pour l'obſervation des Angles; & comment ſe peut-il faire que M. Deſcartes ignorât ce que Kepler avoit remarqué dans la propoſition 86 de ſa Dioptrique, où il dit, en parlant de la combinaiſon des Lentilles ou des Verres lenticulaires; *Duobus convexis majora & diſtincta preſtare viſibilia, ſed everſo ſitu.* Mais ce n'étoit pas ſon défaut que de paſſer ſon temps à lire les ouvrages des autres, & il étoit aſſés occupé de ſes propres idées & à ſes experiences. C'eſt donc en 1611, qui eſt la date de la Dioptrique de Kepler, qu'on doit fixer l'époque de la Lunette à deux verres convexes, & non pas à celle du Livre qui a pour titre *Oculus Eliæ & Enoch* par le P. de Reita Capucin Allemand qui ne vint que long-temps aprés : il eſt pourtant vrai de dire que ce Pere, aprés avoir parlé des Lunettes à deux Verres convexes, met au devant de cette Lunette une autre petite Lunette compoſée auſſi de deux Verres convexes, laquelle renverſe le renverſement de la premiere, & fait paroître les objets dans leur poſition naturelle, ce qui eſt fort commode, mais peu utile pour les Aſtres, en comparaiſon de la clarté & de la diſtinction qui paroît bien plus grande avec deux ſeuls Verres qu'avec quatre, à cauſe de l'épaiſſeur des quatre Verres & des huit ſuperficies qui ont toûjours trop d'inégalités & de défauts.

Cependant on a été fort long-temps, à ce qu'il me ſemble, ſans mettre en uſage les Lunettes à deux Verres con-

vexes, & je ne croi pas que ce ſoit avant l'invention du Micrometre, où l'on a vû qu'elles ſont utiles à cauſe du foyer commun de ces deux Verres où les plus petits objets paroiſſent trés diſtinctement.

Je ne m'arrête point à ce que dit J. B. Porta dans ſa Magie naturelle, où quelques-uns ont cru appercevoir qu'il avoit trouvé l'invention des Lunettes d'approche, ce que Kepler remarque dans ſa Dioptrique, mais il ne ſemble pas en demeurer d'accord, & d'ailleurs il y a grande apparence que cela auroit été fort public, car Porta dit qu'il avoit communiqué ſon invention à pluſieurs de ſes amis qui avoient la vûë trop foible ou trop courte, & qui s'en étoient bien trouvés, car ſes propres paroles ſemblent prouver le contraire; *Si utrumque*, dit-il, en parlant des Verres convexes & concaves, *rectè componere noveris & longinqua & proxima clara videbis.* Or il eſt certain que les Lunettes d'approche ne font point voir diſtinctement les objets proches comme feroit l'écriture d'un Livre, mais je croirois pluſtôt qu'il ne vouloit dire autre choſe que d'appliquer le Verre convexe contre le concave pour ôter à l'un ce qu'il auroit de trop de convexité ou de concavité par rapport à la nature des yeux qui en ont beſoin. Et de plus ce Livre avoit été imprimé par Plantin dés l'année 1561, & réimprimé à Naples en 1580, & il y a peu d'apparence qu'une invention auſſi utile & auſſi connuë comme pouvoit être celle des Lunettes d'approche, eut été négligée & enſevelie dans l'oubli pendant prés de 50 ans, juſqu'à la découverte qui s'en fit en Hollande.



LIGNES SUIVANT LESQUELLES des Arbres doivent être plantés pour être vûs deux à deux aux extremités de chaque ordonnée à ces lignes, sous des angles de sinus donnés, par un œil donné de position arbitraire au dessus du plan sur lequel on veut planter ces Arbres.

Par M. VARIGNON.

20 Fevrier 1717.

JE rencontrai, il y a quelques jours, par hazard dans mes papiers un Ecrit qui me fit ressouvenir qu'autrefois feu M. Carré de cette Academie, me demanda suivant quelles lignes il faudroit planter des Arbres pour que d'un certain point donné ils parussent en lignes droites paralleles entre elles, au lieu que plantés sur de telles paralleles, ils paroissent tellement l'être sur des lignes concourantes du côté où ils s'éloignent de l'œil, que les deux rangées en paroissent concourir & se joindre dans un grand éloignement.

Ma réponse fut que la solution de cette question dépendoit d'une physique encore contestée touchant la maniere dont nous jugeons à l'œil de la grandeur des objets, & que cette question seroit facile à resoudre si ce jugement n'étoit fondé que sur les angles sous lesquels les objets sont vûs. M. Carré m'apprit que le P. Fabry dans son Optique avoit dit que ces deux rangées d'Arbres devoient être sur des hyperboles opposées pour les faire paroître en lignes droites paralleles entr'elles. Il est vrai que cet Auteur le dit dans le corol. 2. de la prop. 7. de son Optique, mais sans le démontrer, & en supposant que *les angles sous lesquels les objets sont vûs, sont proportionnels aux grandeurs apparentes de ces objets* : maxime selon lui des plus communes en Optique, & qu'il tâche de prouver

ver dans cette prop. 7. Le P. Taquet ſuppoſe auſſi cette maxime qu'il tâche pareillement de prouver à ſa maniere dans la prop. 3. liv. 1. de ſon Optique ; & ſuivant cela il démontre dans la prop. 48. de ce liv. 1. que les deux lignes ici requiſes doivent être effectivement deux hyperboles oppoſées ; mais par une ſyntheſe ſi longue, dépendante de la doctrine des Sections Coniques conſiderées dans le Cone, qu'il me prit envie de chercher cette ſolution par l'Analyſe qui me la donna tout d'un coup ſans y employer qu'une ſimple analogie qui ſaute aux yeux, ainſi qu'on le va voir dans l'art. 1. du ſcholie du premier des problêmes ſuivants ; lequel ſcholie, auſſi-bien que l'exemple 1. de ce problême 1. fera voir que ſuppoſé la maxime précedente, ſi l'on plante des Arbres non ſeulement le long de deux hyperboles oppoſées, mais auſſi le long de tant d'hyperboles qu'on voudra ſuppoſer en même plan, oppoſées ou non, toutes de ſommets placés en differents points d'un même axe, toutes de même centre qui ſoit le point où leur plan ſeroit rencontré par la perpendiculaire menée de l'œil ſur lui, & toutes de même axe conjugué double de la diſtance de l'œil à ce plan ; cet œil ainſi donné de poſition quelconque au deſſus de ce plan, verroit tous ces Arbres comme ſur autant de lignes droites paralleles entre elles, qu'il y en auroit de telles rangées hyperboliques, s'il pouvoit voir tous ces Arbres par le pied, ainſi qu'on le ſuppoſe par tout dans la ſuite.

Ce n'eſt-là qu'un cas du premier des problêmes ſuivants, que je reſolus en general par l'analyſe pour les ſinus de toutes ſortes d'angles viſuels dans le temps que cette queſtion me fut propoſée ; & le broüillon s'en étant preſenté à moi depuis quelques jours, en cherchant autre choſe dans mes papiers, il m'eſt venu en penſée de generaliſer encore davantage cette queſtion de la maniere qu'on le verra dans les autres problêmes ſuivants, non ſeulement pour déterminer deux lignes, le long deſquelles on pourroit planter des Arbres dont les deux oppoſés (que j'ap-

pellerai ſimplement *oppoſés deux à deux*) d'une rangée à l'autre ſur chacune des perpendiculaires à l'axe commun de ces deux rangées (dont une ſera, ſi l'on veut, cet axe lui-même) y paroîtront ſous des angles de ſinus quelconques à un œil donné de poſition arbitraire au deſſus du plan ſur lequel on voudroit planter ces Arbres; mais encore pour y faire ſervir des Arbres déja plantés le long d'une ligne quelconque de nature connuë. Et là j'ai trouvé que les rangées hyperboliques d'Arbres ne ſont pas les ſeules qui en puiſſent faire paroître tous les oppoſés deux à deux ſous des angles égaux, & qu'une infinité d'autres courbes deux à deux ſont capables du même effet: ſçavoir qu'une d'elles étant donnée à volonté, on en pourra toûjours trouver une autre qui avec elle produira cet effet de faire paroître ſous des angles égaux les Arbres oppoſés rangés ſur elles.

Enfin pour m'accommoder en quelque façon, & autant que le calcul le peut permettre, à l'opinion de ceux qui veulent qu'outre les angles viſuels,les diſtances de l'œil aux objets entrent auſſi dans la meſure des grandeurs apparentes de ces objets; ce qui paroit d'autant plus vrai-ſemblable, qu'à diſtances égales les objets paroiſſent d'autant plus grands qu'ils ſont vûs ſous de plus grands angles; & qu'à angles viſuels égaux les objets paroiſſent auſſi d'autant plus grands qu'ils ſont plus éloignés de l'œil: pour m'accommoder (dis-je) à cette autre hypotheſe autant que le calcul le peut permettre, je vas auſſi faire entrer les diſtances des objets avec les ſinus de leurs angles viſuels dans la meſure de leurs apparences; leſquels ſinus, en fait d'angles égaux, reviennent au même que ces angles; & en fait d'inégaux, ne s'éloignent peut être pas plus des apparences que ſi l'on y employoit ces angles eux-mêmes qui ſont ici tous aigus. Quoi-qu'il en ſoit ce n'eſt que pour eſſayer cette hypotheſe & la précedente des grandeurs apparentes en raiſon ſimple de leurs angles viſuels, que je les vas employer ici, ſans prendre aucun parti pour elles:

ainsi ce seront ici du moins des verités geometriques qui donneront tout, & même plus que ne promet le titre de ce Memoire-ci, où l'on ne s'engage qu'à des sinus, au lieu d'angles sans y parler des distances des objets que ces verités comprendront aussi.

PROBLEME I.

Trouver deux lignes sur un terrain ou plan donné, le long desquelles des Arbres étant plantés, les opposés deux à deux d'une rangée à l'autre, paroîtroient sous des angles de sinus quelconques à un œil donné de position arbitraire au dessus de ce plan.

SOLUTION.

I. Soit *BC* la droite sur laquelle on veut planter les deux premiers Arbres opposés de l'une à l'autre de deux rangées à tracer du côté de *OO* sur le plan proposé; *A*, l'œil donné de position arbitraire au dessus de ce plan, sur lequel tombe en *F* la perpendiculaire *AF*; duquel point *F* soit sur le même plan la droite *FO* perpendiculaire à *BC* en *G* du côté de *OO* où l'on veut planter les Arbres, dont une rangée soit *GO*, & l'autre sur la ligne *BYO* qu'il faut trouver telle qu'ayant mené les droites *AG*, *AB*, *AX*, *AY*, aux extremités des ordonnées paralleles *GB*, *XY*, ces intervalles d'Arbres plantés à leurs extremités, où les opposés deux à deux de ces Arbres plantés aux extremités de chacune de ces ordonnées, paroissent tous à l'œil *A* sous des angles *GAB*, *XAY*, dont les sinus soient les ordonnées correspondantes *GH*, *XS*, d'une courbe quelconque *HSO*, desquels le sinus total soit plus grand que la plus grande de ces ordonnées; ce qui fait voir que cette courbe *HSO* (que j'appelleray *courbe des sinus*) devroit avoir une asymptote qui fust *GO*, ou *QO* parallele à *GO*, si les rangées d'Arbres étoient infinies, pour que le sinus total *r* soit fini. Les lignes *GO*, *BYO*, le long desquelles ces Arbres doivent être plantés, s'appelleront *lignes de rangées*. FIG. I.

II. Pour trouver la ſeconde *BYO* de ces lignes, ſur laquelle & ſur ſon axe *GO* il faut planter les Arbres, on doit conſiderer que *AF* perpendiculaire (*art. 1.*) au plan propoſé *OGBO*, rendant le plan *FAX* perpendiculaire à celui-là, ſur lequel les ordonnées *GB*, *XY*, ſont (*art. 1.*) perpendiculaires à la ſection commune *FO* de ces deux plans; les angles *AGB*, *AXY*, ſont droits. Ainſi ayant ici (*art. 1.*) *GH*, *XS*, pour les ſinus des angles *GAB*, *XAY*, par rapport au ſinus total *r*; l'on y aura *GB*. *AB* :: *GH*. $r = \frac{GH \times AB}{GB}$. Et *XY*. *AY* :: *XS*. $r = \frac{XS \times AY}{XY}$. Ce qui donne $\frac{GH \times AB}{GB} = \frac{XS \times AY}{XY}$.

III. Soient preſentement les droites conſtantes données $AG = a$, $AF = f$, $FG = g$, $GH = h$, $GB = b$; & les variables $GX = x$, $XY = y$, $XS = s$: ces noms étant ſuppoſés, les triangles *AFG*, *AFX*, *AGB*, *AXY*, rectangles (*art. 1.*) en *F*, *G*, *X*, auront $AG\ (a) = \sqrt{ff + gg}$, ou $aa = ff + gg$, $AX = \sqrt{ff + gg + 2gx + xx}$, $AB = \sqrt{aa + bb}$, & $AY = \sqrt{ff + gg + 2gx + xx + yy} = \sqrt{aa + 2gx + xx + yy}$. Donc en ſubſtituant ces valeurs de *GH*, *AB*, *GB*, *XS*, *AY*, *XY*, en leurs places dans la derniere équation $\frac{GH \times AB}{GB} = \frac{XS \times AY}{XY}$ de l'art. 2. l'on aura ici $\frac{h\sqrt{aa + bb}}{b} = \frac{s\sqrt{aa + 2gx + xx + yy}}{y} = \frac{s\sqrt{ff + gg + 2gx + xx + yy}}{y}$ (*A*) pour une équation generale commune aux deux courbes *HSO* des ſinus, & *BYO* de rangée. Deſorte qu'une de ces deux courbes étant donnée, la valeur de ſon ordonnée indéterminée, ainſi donnée en *x* & en conſtantes, étant ſubſtituée dans cette équation generale *A*, la rendra particuliere à l'autre courbe: par exemple, ſi la courbe *HSO* des ſinus eſt donnée, la valeur de ſon ordonnée *s* ainſi donnée en *x* & en conſtantes, étant ſubſtituée en ſa place dans cette équation

generale A, n'y laiſſant plus de variables que x, y, la rendra particuliere à la courbe de rangée BYO; & réciproquement. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Si l'on veut preſentement que F, au lieu d'être au delà de G par rapport à O, ſoit du côté de O par rapport à G; ce cas rendant $GF(g)$ negative, changera la précédente équation A en $\frac{h\sqrt{aa+bb}}{b} = \frac{s\sqrt{ff+gg-2gx+xx+yy}}{y}$ (B).

COROLLAIRE II.

Si F étoit en G, ce cas rendant $GF(g)=0$, changeroit l'une & l'autre équation A, B, $\frac{h\sqrt{aa+bb}}{b} = \frac{s\sqrt{ff+xx+yy}}{y}$ (C).

EXEMPLE I.

I. Si l'on veut que la ligne HSO des ſinus ſoit une ligne droite parallele à GO; cette hypotheſe rendant les ſinus $XS(s)$, $GH(h)$, des angles XAY, GAB, égaux entre eux, c'eſt-à-dire, par tout $s=h$, & tous les angles XAY égaux à GAB, changera l'équation generale A en $\frac{\sqrt{aa+bb}}{b} = \frac{\sqrt{ff+gg+2gx+xx+yy}}{y}$ pour ce cas-ci; ce qui y donne $aayy+bbyy = bbff+bbgg+2bbgx+bbxx+bbyy$, d'où réſulte $bbgg+2bbgx+bbxx = aayy-bbff$ (ſoit $ak=bf$) $= aayy-aakk$; ce qui donne $b\times\overline{g+x} = a\sqrt{yy-kk}$ (D) pour l'équation de la courbe de rangée BYO de ce cas-ci. Ce qui fait voir qu'elle y doit être une hyperbole qui ait F pour centre; ſon ſommet à l'extremité K de $FK=k=\frac{bf}{a}=\frac{GB\times AF}{AG}$ parallele à GB; & ſon axe conjugué $=2f=2AF$. FIG. II.

FIG. III. II. Il eſt viſible que ſi F étoit du côté de O par rapport à G, comme dans le corol. 1. ce cas rendant FG (g) negative de poſitive qu'elle étoit dans le précedent art. 1. l'équation D de cet art. 1. ſe changeroit ici en $b \times \overline{x-g} = a\sqrt{yy-kk}$ (E); ce qui fait voir que la courbe de rangée BYO y devroit être la même hyperbole que dans l'art. 1. mais de ſommet K placé comme ici du côté de O par rapport à B, au lieu que ce ſommet K étoit de l'autre côté de B dans l'art. 1.

FIG. IV. III. Si enfin F étoit en G, comme dans le corol. 2. ce cas rendant FG (g) $=0$, changeroit pour ici l'une & l'autre des équations D, E, des précedents art. 1. 2. en $bx = a\sqrt{yy-kk}$. Ce qui fait voir que la courbe de rangée BYO ſeroit encore ici la même hyperbole que dans ces art. 1. 2. mais de ſommet K preſentement placé en B, au lieu que là il étoit de part ou d'autre de ce point B. Ce troiſiéme cas eſt celui que le P. Taquet a démontré à ſa maniere.

EXEMPLE II.

FIG. V. Si l'on veut que $s = \frac{h\sqrt{aa+bb}}{\sqrt{aa+bb+2gx+xx}}$ ſoit l'équation de la courbe HSO des ſinus XS (s) des angles viſuels XAY correſpondants; la ſubſtitution de cette valeur de s dans l'équation A de la ſolution, la changera en $\frac{1}{b} = \frac{\sqrt{aa+2gx+xx+yy}}{y\sqrt{aa+bb+2gx+xx}}$, qui donne $aayy + bbyy + 2gxyy + xxyy = aabb + 2bbgx + bbxx + bbyy$, ou $aayy + 2gxyy + xxyy = aabb + 2bbgx + bbxx$, dont le tout diviſé par $aa + 2gx + xx$, rend $yy = bb$, ou $y = b$, c'eſt-à-dire par tout XY (y) $= GB$ (b); ce qui fait voir que la ligne de rangée BYO devroit être ici droite parallele à GO autre ligne (*hyp.*) de rangée. D'où il ſuit que des Arbres plantés le long de deux lignes droites pa-

ralleles entre elles, ſur une deſquelles tomberoit AF (en quelque endroit que ce fût) menée de l'œil A perpendiculairement à leur plan; les oppoſés deux à deux en X, Y, ou leurs intervalles XY, paroîtroient par tout à cet œil A ſous des angles XAY dont les ſinus (s) ſeroient entre eux comme les fractions correſpondantes $\frac{h\sqrt{aa+bb}}{\sqrt{aa+bb+2gx+xx}}$, c'eſt-à-dire, (à cauſe de $h\sqrt{aa+bb}$ conſtante) en raiſon réciproque des grandeurs correſpondantes $\sqrt{aa+bb+2gx+xx}$: Deſorte qu'à une diſtance infinie AX qui rend alors GX (x) infinie, & en conſequence $h\sqrt{aa+bb}$ nulle par rapport à $\sqrt{aa+bb+2gx+xx}$ qui alors ſeroit $=x$, rendant auſſi là l'angle viſuel XAY nul; ces deux rangées paralleles d'Arbres paroîtroient y concourir, & les oppoſés deux à deux, s'approcher de plus en plus l'un de l'autre juſques-là, c'eſt-à-dire, à meſure qu'ils ſeroient plus éloignés de l'œil.

Ce qu'on voit de la rangée droite BO par rapport à ſa parallele GO, ſe dira de même de toute autre rangée CO parallele auſſi à GO diſtante d'elle de la valeur de GC $=GB$, & rencontrée en Z par les droites YXZ vûes ſous des angles YAZ dont la corde de chacun ſera double du ſinus s de ſa moitié XAY; & conſequemment dont les cordes ſeront entre elles comme ces ſinus correſpondants. Ainſi les Arbres oppoſés deux à deux ſur ces deux rangées paralleles BO, CO, paroîtroient auſſi à l'œil A comme s'approcher l'un de l'autre à meſure qu'ils s'éloigneroient de cet œil, & ces deux rangées comme devant concourir à une diſtance infinie de lui, de même qu'on le vient de voir des Arbres oppoſés deux à deux ſur les deux rangées paralleles BO, GO, & de ces deux rangées auſſi.

Il eſt encore manifeſte que les mêmes apparences arriveroient quelque fût la diſtance GC de CO à ſa parallele

GO ; puisque si l'on prend $GC=c$ quelconque, la substitution de c au lieu de b dans tout ce qui précede, démontrera de *CO* tout ce qu'on vient de voir de *BO*, quand même *CO* seroit du côté de *BO* par rapport à *GO*. Ainsi en quelque endroit que l'œil *A* soit placé au dessus du plan de tant de rangées paralleles qu'on voudra, d'Arbres qu'on puisse voir tous par le pied, comme on le suppose par tout ici; cet œil *A* verra toûjours diminuer les intervalles des Arbres opposés deux à deux, ou de ces rangées paralleles, à mesure qu'il en sera plus éloigné, & elles comme devant concourir ensemble à une distance infinie de lui.

Ceci est une experience de tout le monde par rapport à deux rangées d'Arbres plantés à l'ordinaire le long de deux lignes droites paralleles entre elles, en quelque endroit que l'œil soit placé d'où il puisse voir entre elles : tout le monde a (dis-je) experimenté en regardant ainsi entre deux allées d'Arbres paralleles entre elles, que les intervalles en paroissent diminuer à mesure qu'ils sont plus éloignés de l'œil, & ces deux rangées paralleles s'approcher ainsi l'une de l'autre jusqu'à paroître devoir enfin concourir à une distance infinie de l'œil. Mais je ne sçais point qu'on eût encore déterminé les sinus ou les cordes des angles sous lesquels les intervalles de ces deux rangées paralleles, ou ceux des Arbres opposés deux à deux sur elles aux extremités de chacun de ces intervalles, paroissent ainsi diminuer à mesure qu'ils sont plus éloignés de l'œil.

Ces deux exemples suffisent pour faire voir comment l'on en peut resoudre une infinité d'autres par le moyen de l'équation Λ *de la solut. du précedent prob. 1.*

SCHOLIE.

FIG. VI. I. Voici presentement comment le cas des hyperboles des PP. Fabri & Taquet, conclu de la solution précedente dans l'exemple 1. peut encore se resoudre sans elle par le moyen d'une simple Analogie. Ce cas étant de sçavoir qu'elle

qu'elle doit être la ligne de rangée *BYO* pour que les intervalles *GB*, *XY*, des Arbres opposés deux à deux sur elle & sur son axe *GO*, paroissent tous à l'œil *A* sous des angles égaux *GAB*, *XAY*; les triangles rectangles *AXY* alors semblables tous au rectangle *AGB*, donneront tous

$XY\ (y).\ AX\ (\sqrt{ff+gg+2gx+xx})::GB\ (b).\ AG\ (a)$. Ce qui seul donne $aayy = bb \times \overline{ff+gg+2gx+xx}$; ou $bb \times \overline{gg+2gx+xx} = aayy - bbff$ (soit $ak = bf$) $= aayy - aakk$, d'où resulte $b \times \overline{g+x} = a\sqrt{yy-kk}$, qui est l'équation hyperbolique *D* trouvée pour la courbe *BYO* de ce cas-ci dans l'art. 1. de l'exemp 1. D'où l'on voit encore, comme dans cet exemp. 1. que des Arbres plantés le long d'une telle courbe, & de la droite *GO*, aux extremités de chacune des ordonnées *GB*, *XY*, &c. de cette hyperbole; les opposés deux à deux y paroîtroient tous sous des angles égaux à l'œil fixe en *A*, soit que la perpendiculaire *AF* qui en seroit menée sur le plan de ces deux rangées d'Arbres, tombât de part ou d'autre de *G* sur la droite *GO*, ou en ce point *G*.

II. Puisque (*art. 1. & exemp. 1.*) des Arbres plantés le long de cette hyperbole *BYO*, & de la droite *GO*, les opposés deux à deux, y paroîtroient par tout à l'œil *A* sous des angles égaux *GAB*, *XAY*; il est manifeste que si l'on plante aussi des Arbres le long de l'hyperbole *CZO* opposée à celle-là, non seulement chacun d'eux, & son opposé sur la droite *GO*, paroîtroient de même par tout à l'œil *A* sous des angles égaux *GAC*, *XAZ*; mais encore les opposés deux à deux sur ces deux hyperboles opposées *BYO*, *CZO*, y paroîtroient aussi à ce même œil *A* sous des angles *BAC*, *YAZ*, tous égaux entre eux, puisque chacun de ceux-ci seroit double de chacun de ceux-là. D'où l'on voit que si l'on prend les angles visuels pour la mesure des distances apparentes, suivant la maxime ordinaire des

Opticiens, adoptée par les PP. Fabri & Taquet, non ſeulement l'œil *A* verra comme en lignes droites paralleles entre elles, les deux rangées hyperboliques *BYO*, *CZO*, de ces Arbres, ainſi que ces deux Auteurs le diſent; mais encore cet œil *A* verroit tout à la fois ces deux rangées hyperboliques d'Arbres, & la rangée droite *GO* comme ſur trois lignes droites paralleles entre elles, ſuppoſé qu'il pût voir tous ces Arbres par le pied comme autant de pieux enfoncés à fleur de terre ſur ces trois lignes, ainſi qu'on le ſuppoſe par tout ici.

III. Je dis plus : ſi l'on prend la grandeur conſtante quelconque $GC = c$, & les variables $XZ = z$ avec la conſtante $m = \frac{cf}{a}$, comme l'on a pris ci-deſſus (*art. 1. & exemp. 1. art. 1.*) $k = \frac{bf}{a}$; & qu'on ſubſtituë ces grandeurs c, z, m, au lieu de b, y, k, dans l'équation $b \times \overline{g + x} = a\sqrt{yy - kk}$ (*D*) trouvée-là, elle ſe changera en $c \times \overline{g + x} = a\sqrt{zz - mm}$ qu'on y auroit trouvée de même pour l'hyperbole *CZO*, quelque ſoit le rapport de *b* à *c*; c'eſt-à-dire (*exemp. 1.*) quelques ſoient ſur une même droite par *F*, parallele à *BC*, les axes tranſverſes de ces deux hyperboles de même axe conjugué $= 2AF$ ($2f$), & de même centre *F*, ſoit que ce point *F* de la droite *FO* ſe trouve en *G* ou non. D'où l'on voit que les Arbres oppoſés deux à deux ſur l'hyperbole *CZO* (ſoit qu'elle ſoit, ou non, l'oppoſée de l'autre *BYO*) & ſur la droite *GO*, y paroîtroient encore par tout à l'œil *A* ſous des angles *GAC*, *XAZ*, tous égaux entre eux, de même qu'on vient de voir (*art. 1. exemp. 1.*) que les oppoſés deux à deux ſur l'autre hyperbole *BYO* & ſur la même droite *GO*, y paroîtroient par tout à ce même œil *A* ſous des angles *GAB*, *XAY*, tous égaux entre eux, ſoit qu'ils le ſoient, ou non, aux égaux *GAC*, *XAZ*. Donc ceux-ci joints à ceux-là, chacun à ſon correſpondant, faiſant des ſommes égales, ſçavoir par tout $YAX + XAZ = BAG$

+ *GAC*; les angles totaux *YAZ* feroient par tout chacun égal au total *BAC*. Par confequent, foit que l'hyperbole *CZO* foit l'oppofée ou non de l'autre hyperbole *BYO*, non feulement les oppofés deux à deux des Arbres plantés le long de ces deux hyperboles, paroîtroient par tout à l'œil *A* fous des angles *YAZ* égaux chacun à *BAC*; mais encore ces deux rangées hyperboliques d'Arbres, & la rangée droite *GO*, paroîtroient à ce même œil *A* fur trois lignes droites paralleles entre elles, fi les apparences des objets étoient en raifon de leurs angles vifuels, ainfi que les PP. Fabri & Taquet le fuppofent avec le commun des Opticiens.

IV. Je dis plus encore: de ce que les grandeurs conftantes *GB* (*b*), *GC* (*c*), font arbitraires, il fuit du précedent art. 3. que non feulement les hyperboles *BYO*, *CZO*, mais encore une infinité d'autres en même plan (oppofées, ou non, deux à deux) qui auroient le même centre *F*, leurs axes tranfverfes quelconques fur la même droite parallele à leurs ordonnées exterieures qui feroient les intervalles des Arbres oppofés fur elles, & toutes de même axe conjugué = 2 *AF* double de la diftance de l'œil *A* à leur plan commun; feroient propres à y planter des Arbres dont les oppofés deux à deux d'une quelconque à une autre auffi quelconque de toutes ces rangées hyperboliques, y paroîtroient à l'œil *A* fous des angles tous égaux entre eux: de forte que fuivant la maxime des Opticiens rapportée fur la fin du précedent art. 3. cet œil fixe en *A*, verroit ainfi à la fois tous les Arbres plantés le long de tant de telles hyperboles qu'on voudroit en même plan, comme fur autant de lignes paralleles à *FO*, qu'il y en auroit de telles rangées hyperboliques de convexités tournées vers cette droite *FO*: & cela foit qu'on y ajoûte, ou non, la rangée droite *GO*.

Voilà ce que contenoit l'Ecrit fait dés le temps que le problême particulier refolu dans l'exemp. 1. & dans l'art. 1. du fcholie précedent, me fut propofé. Quelque general que foit

le précedent probl. 1. qui dans ſon exempl. 1. a donné la ſo-tion de celui-là, en voici encore un plus general dont il n'eſt lui-même qu'un corollaire particulier.

PROBLEME II.

Fig. VII. *Des trois courbes* BYO, CZO, HSO, *à tracer ſur un plan, ſur les deux premieres deſquelles il faille planter des Arbres comme ci-deſſus, & dont la troiſiéme* HSO *exprime par ſes ordonnées* GH, XS, *les ſinus des angles* BAC, XAZ, *ſous leſquels on veut que l'œil* A *donné de poſition quelconque au deſſus de ce plan, voye d'une rangée à l'autre les oppoſés de ces Arbres deux à deux : de ces trois lignes (dis je)* BYO, CZO, HSO, *deux étant données à volonté, trouver la troiſiéme.*

SOLUTION.

I. Du point de l'œil *A* ſoit *AF* perpendiculaire en *F* au plan propoſé; de ce point *F* ſur ce plan ſoit menée *FO* du côté où l'on veut planter les Arbres, & perpendiculaire en *G* à *BC* diſtance arbitraire des deux à planter en *B*, *C*; à laquelle diſtance *BC* ſoient tant de paralleles *YZ* qu'on voudra, rencontrées en *X* par la droite *FGO*; & en *Y*, *Z*, par les lignes (quelles qu'elles ſoient) *BYO*, *CZO*, appellées encore ici *lignes de rangées*, le long deſquelles les Arbres doivent être plantés; & en *S* par la courbe *HSO*, qui par ſes ordonnées *GH*, *XS*, doit exprimer les ſinus des angles *BAC*, *YAZ*, ſous leſquels les Arbres plantés aux extremités de chacune des *BC*, *YZ*, correſpondantes (appellés encore ici Arbres oppoſés deux à deux) doivent être vûs par l'œil *A*, laquelle courbe *HSO* ſera encore ici appellée *courbe des ſinus*, dont la plus grande des ordonnées répondantes à celles des lignes de rangées, ſera encore ici moindre que le ſinus total $=r$, à moins que le plus grand angle viſuel ne fût droit, au lieu qu'ils ſeront tous ici aigus; ce qui fait voir que cette courbe *HSO* doit encore avoir ici une aſymptote *GO*, ou *QO*

parallele à GO en cas de rangées d'Arbres infinies, pour que ce sinus total r soit fini, ainsi que dans la solut. du prob. 1. Soit tout le reste comme dans cette solution, à quoi soient ici ajoûtées AC, AZ, avec GD, CM, perpendiculaires en D, M, sur AB; & XK, ZN, perpendiculaires en K, N, sur AY.

II. Cela posé, l'on aura les triangles AGB, AXY, rectangles en G, X, comme dans l'art. 2. de la solut. du prob. 1. Desorte que GD, XK, étant (*hyp.*) perpendiculaires en D, K, sur AB, AY; l'angle GAB commun aux deux triangles rectangles AGB, ADG, les rendra semblables entre eux; & l'angle XAY commun aussi aux deux triangles rectangles AXY, AKX, les rendra de même semblables entre eux. Donc on aura ici $AB.\ GB :: AG : GD = \frac{AG \times GB}{AB}$. Et $AY.\ XY :: AX.\ XK = \frac{AX \times XY}{AY}$. Mais les triangles BDG, BMC, que leurs angles (*hyp.*) droits en D, M, & leur angle commun B, rendent semblables entre eux, donnent $BG.\ BC :: GD\ \left(\frac{AG \times GB}{AB}\right).\ CM = \frac{AG \times BC}{AB}$. Et les triangles YKX, YNZ, que leurs angles (*hyp.*) droits en K, N, & leur angle commun Y, rendent aussi semblables entre eux, donnent de même $YX : YZ :: XK\ \left(\frac{AX \times XY}{AY}\right).\ ZN = \frac{AX \times YZ}{AY}$. Donc en prenant ici (*art.* 1.) les ordonnées GH, XS, de la courbe HSO, pour les sinus des angles visuels correspondants BAC, YAZ, par rapport au sinus total (r) égal ou plus grand que la plus grande de ces ordonnées; l'on aura ici $CM\left(\frac{AG \times BC}{AB}\right).\ AC :: GH.\ r = \frac{AB \times AC \times GH}{AG \times BC}$. Et $ZN\ \left(\frac{AX \times YZ}{AY}\right).\ AZ :: XS.\ r = \frac{AY \times AZ \times XS}{AX \times YZ}$. Par consequent $\frac{AB \times AC \times GH}{AG \times BC} = \frac{AY \times AZ \times XS}{AX \times YZ}\ (A)$.

III. Soient presentement les mêmes noms que dans les art. 3. de la solut. & du schol. du prob. 1. sçavoir $AG = a$, $GB = b$, $GC = c$, $AF = f$, $FG = g$, $GH = h$,

$GX=x, XY=y, XZ=z, XS=s$: ces noms donneront $BC=b+c$, $YZ=y+z$, $aa=ff+gg$, $AB=\sqrt{aa+bb}$, $AC=\sqrt{aa+cc}$, $AX=$ $=\sqrt{ff+gg+2gx+xx}=\sqrt{aa+2gx+xx}$, $AY=\sqrt{aa+2gx+xx+yy}$, $AZ=$ $=\sqrt{aa+2gx+xx+zz}$. Donc en ſubſtituant ces valeurs de $AB, AC, GH, AG, BC, AY, AZ, XS, AX, YZ$, dans la derniere équation A du précedent article 2. L'on aura ici $\frac{h\sqrt{aa+bb}\times\sqrt{aa+cc}}{a\times\overline{b+c}}=$ $=\frac{s\sqrt{aa+2gx+xx+yy}\times\sqrt{aa+2gx+xx+zz}}{\overline{y+z}\times\sqrt{aa+2gx+xx}}$ (B) pour une équation generale commune aux trois courbes BYO, CZO, HSO, laquelle deviendra l'équation particuliere de celle qu'on voudra de ces trois Courbes, en ſubſtituant en x & en conſtantes dans cette équation generale B, les valeurs des ordonnées des deux autres courbes données. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Si preſentement l'on ſuppoſe que G ſoit en C, ou C en G; cette hypotheſe rendant $GC(c)=0$, changera l'équation generale B en $\frac{h\sqrt{aa+bb}}{b}=$ $=\frac{s\sqrt{aa+2gx+xx+yy}\times\sqrt{aa+2gx+xx+zz}}{\overline{y+z}\times\sqrt{aa+2gx+xx}}$ (D).

COROLLAIRE II.

Si l'on veut que G ſoit par delà C, ou C du côté de B par rapport à G; cette hypotheſe rendant $GC(c)$ negatif, changera la même équation B en $\frac{h\times\sqrt{aa+bb}\times\sqrt{aa+cc}}{a\times\overline{b-c}}=$ $=\frac{s\sqrt{aa+2gx+xx+yy}\times\sqrt{aa+2gx+xx+zz}}{\overline{y+z}\times\sqrt{aa+2gx+xx}}$, (E), dont

le ſuperieur —, du double ſigne, ∓ ſera pour ce qu'il y aura d'ordonnées XZ du coſté de B, c'eſt-à-dire (*hyp.*) du coſté de BYO par rapport à GO; & l'inferieur +, pour ce qu'il y aura de ces ordonnées XZ du coſté oppoſé où étoit C dans la figure preſente : ce qui dépend de la nature ou du contour de la courbe CZO donnée, ou trouvée ſi les deux autres ſont données.

COROLLAIRE III.

Si l'on ſuppoſe F en G, tout le reſte demeurant comme dans le preſent problême 2. cette hypotheſe rendant $FG(g)=0$, changera l'équation generale B en $\frac{h\sqrt{aa+bb}\times\sqrt{aa+cc}}{a\times\overline{b+c}}=\frac{s\sqrt{aa+xx+yy}\times\sqrt{aa+xx+zz}}{\overline{y+z}\times\sqrt{aa+xx}}$ (F); ou (à cauſe que cette hypotheſe de $FG(g)=0$, rendant auſſi $AG(a)=AF(f)$) en $\frac{h\sqrt{ff+bb}\times\sqrt{ff+cc}}{f\times\overline{b+c}}=\frac{s\sqrt{ff+xx+yy}\times\sqrt{ff+xx+zz}}{\overline{y+z}\times\sqrt{ff+xx}}$ (H).

COROLLAIRE IV.

Si à cette hypotheſe du corol. 3. l'on ajoûte celle du corol. 1. Les équations B, D, F, H, ſe changeront également en $\frac{h\sqrt{aa+bb}}{b}=\frac{s\sqrt{aa+xx+yy}\times\sqrt{aa+xx+zz}}{\overline{y+z}\times\sqrt{aa+xx}}$ (K), ou en $\frac{h\sqrt{ff+bb}}{b}=\frac{s\sqrt{ff+xx+yy}\times\sqrt{ff+xx+zz}}{\overline{y+z}\times\sqrt{ff+xx}}$ (L).

COROLLAIRE V.

Si à l'hypotheſe du corol. 3. l'on ajoûte celle du corol. 2. les équations B, E, F, H, ſe changeront également auſſi en $\frac{h\times\sqrt{aa+bb}\times\sqrt{aa+cc}}{a\times\overline{b-c}}=\frac{s\sqrt{aa+xx+yy}\times\sqrt{aa+xx+zz}}{\overline{y+z}\times\sqrt{aa+xx}}$

(M), ou en $\frac{h\sqrt{ff+bb}\times\sqrt{ff+cc}}{f\times\overline{b-c}}=\frac{s\sqrt{ff+xx+yy}\times\sqrt{ff+xx+zz}}{\overline{y\mp z}\times\sqrt{ff+xx}}$ (N); dans lesquelles équations M, N, le double signe $\mp$ signifiera la même chose que dans le corol. 2.

COROLLAIRE VI.

Si l'on suppose F du costé de O par rapport à G, tout le reste demeurant le même que dans le present problême 2. cette hypothese rendant FG (g) negatif, changera l'équation generale B en $\frac{h\sqrt{aa+bb}\ \sqrt{aa+cc}}{a\times\overline{b+c}}=$
$$=\frac{s\sqrt{aa-2gx+xx+yy}\times\sqrt{aa-2gx+xx+zz}}{\overline{y+z}\times\sqrt{aa-2gx+xx}}\ (P).$$

COROLLAIRE VII.

Si à cette hypothese du corol. 6. l'on ajoûte celle du corol. 1. qui suppose G en C, ou C en G; les équations B, D, P, se changeront également en $\frac{h\sqrt{aa+bb}}{b}=$
$$=\frac{s\sqrt{aa-2gx+xx+yy}\times\sqrt{aa-2gx+xx+zz}}{\overline{y+z}\times\sqrt{aa-2gx+xx}}\ (Q).$$

COROLLAIRE VIII.

Si à l'hypothese du corol. 6. l'on ajoûte celle du corol. 2. Les équations B, E, P, se chargeront également aussi en
$$\frac{h\sqrt{aa+bb}\times\sqrt{aa+cc}}{a\times\overline{b-c}}=\frac{s\sqrt{aa-2gx+xx+yy}\times\sqrt{aa-2gx+xx+zz}}{\overline{y\mp z}\times\sqrt{aa-2gx+xx}}$$
(R), dont le double signe $\mp$ signifira la même chose que dans les coroll. 2. 5.

COROLLAIRE IX.

Si l'on suppose que CZO soit une ligne droite confonduë avec la droite GO: ce qui est le cas du prob. 1. Cette hypothese rendant tout à la fois GC (c) $=0$, &

XZ

$XZ\ (z) = 0$; changera pour ici l'équation generale *B* en $\frac{h\sqrt{aa+bb}}{a} = \frac{s\sqrt{aa+2gx+xx+yy}}{y}$, qui eſt l'équation *A* de ce prob. 1. de laquelle ſuivent enore ici les équations *B*, *C*, de ſes coroll. 1. 2. pour les hypotheſes de ces mêmes corollaires.

Les figures qui répondent aux cas des neuf corollaires précédens, étant aiſées à imaginer ſur celle du preſent problême 2. je les omets pour n'en pas multiplier inutilement le nombre.

COROLLAIRE X.

Si l'on veut, comme dans l'exemp. 1. & dans le ſchol. du prob. 1. que les angles viſuels *BAC*, *YAZ*, & conſequemment leurs ſinus *GH* (*h*), *XS* (*s*), ſoient tous égaux entr'eux, enſorte que *HSO* ſoit une ligne droite parallele à *GO* ; cette hypotheſe rendant ainſi par tout $s = h$, délivrera de ces grandeurs *h*, *s*, toutes les précédentes équations, & les fera convenir toutes ſelon leurs différentes hypotheſes au cas où l'œil *A* verroit ſous des angles égaux, tous les arbres oppoſés deux à deux de l'une à l'autre de leurs deux rangées *BYO*, *CZO*, deſquelles une feroit encore arbitraire, & l'autre varieroit ſelon les varietés de celle-là. Ce qui fait voir qu'une infinité d'autres lignes que des hyperboliques trouvées dans l'ex. 1. & dans le Sch. du prob. 1. feroient propres à faire que des arbres plantés ſur elles, les oppoſés deux à deux d'une de ces deux rangées à l'autre, paruſſent tous à l'œil *A* ſous des angles égaux, *BAC*, *YAZ*, &c. FIG. VIII.

Voici quelques exemples de tout cela, dans leſquels une des deux courbes de rangées *BYO*, *CZO*, par exemple celle-ci *CZO*, étant donnée avec *HSO*, qu'on ſuppoſe ici être une ligne droite parallele à *GO* ; on trouvera l'autre courbe de rangée *BYO* telle que conformément à cette double hypotheſe, les ſinus *GH* (*h*), *XS* (*s*) des angles viſuels *BAC*, *YAZ*, feront tous égaux entr'eux, & conſéquemment auſſi ces angles.

EXEMPLE I.

Si outre $s=h$, on veut que $z=\frac{c}{a}\sqrt{aa+2gx+xx}$ ſoit l'équation de la courbe de rangée CZO, laquelle équation ſe changera en $z=\frac{ct}{a}$ en prenant $tt=aa+2gx+xx$; & ſi pour abreger davantage le calcul, on prend de plus $p=\sqrt{aa+bb}$, $q=\sqrt{aa+cc}$, $e=b+c$: la ſubſtitution de toutes ces valeurs dans l'équation generale B de la ſolution précédente, changera cette équation en $\frac{hpq}{ae}=\frac{s\sqrt{tt+yy}\times\sqrt{tt+zz}}{ty+tz}$, qui dans le cas preſent de $s=h$, deviendra $\frac{pq}{ae}=\frac{\sqrt{tt+yy}\times\sqrt{tt+zz}}{ty+tz}$; laquelle équation (en y ſubſtituant la derniere valeur de $z=\frac{ct}{a}$) deviendra pour ici $\frac{pq}{ae}=\frac{\sqrt{tt+yy}\times\sqrt{tt+\frac{cctt}{aa}}}{ty+\frac{ctt}{a}}$ $=\frac{t\sqrt{tt+yy}\times\sqrt{aa+cc}}{aty+ctt}$ (à cauſe de $q=\sqrt{aa+cc}$) $=\frac{q\sqrt{tt+yy}}{ay+ct}$, d'où reſulte $apy+pct=ae\sqrt{tt+yy}$, dont le quarré eſt $aappyy+2appcty+ppcctt=aaeett+aaeeyy$; ce qui donne $aappyy-aaeeyy+2appcty=aaeett-ppcctt$, ou $yy+\frac{2appcty}{aapp-aaee}=\frac{aaee-ppcc}{aapp-aaee}\times tt$, ou bien auſſi $yy+\frac{2appcty}{aapp-aaee}+\frac{aaccp^4tt}{aapp-aaee^2}=\frac{aaee-ppcc}{aapp-aaee}\times tt+\frac{aaccp^4tt}{aapp-aaee^2}$ $=\frac{a^4ppee-aap^4cc-a^4e^4+aacceepp+aaccp^4}{aapp-aaee^2}\times tt$; $=\frac{a^4ppee-a^4e^4+aacceepp}{aapp-aaee^2}\times tt$, dont la racine quarée eſt $y+\frac{appct}{aapp-aaee}=\frac{aet\sqrt{aapp-aaee+ccpp}}{aapp-aaee}$; ce qui donne $y=\frac{e\sqrt{aapp-aaee+ccpp}-cpp}{app-aee}\times t$ (*S*).

Or venant de ſuppoſer $pp = aa + bb$, & $e = b + c$, l'on aura $aapp = a^4 + aabb$, $aaee = aabb + 2aabc + aacc$, $ccpp = aacc + bbcc$, $cpp = aac + bbc$, $app = a^3 + abb$, $aee = abb + 2abc + acc$; ce qui donne $aapp - aaee + ccpp = a^4 + aabb - aabb - 2aabc - aacc + aacc + bbcc = a^4 - 2aabc + bbcc$, & $app - aee = a^3 + abb - abb - 2abc - acc = a^3 - 2abc - acc$. Donc en ſubſtituant ces valeurs dans la derniere équation S, l'on aura $y = \frac{\overline{b+c} \times \sqrt{a^4 - 2aabc + bbcc} - aac - bbc}{a^3 - 2abc - acc} \times t = \frac{\overline{b+c} \times \overline{aa - bc} - aac - bbc}{a^3 - 2abc - acc} \times t = \frac{aab + aac - bbc - bcc - aac - bbc}{a^3 - 2abc - acc} \times t = \frac{aab - 2bbc - bcc}{a^3 - 2abc - acc} \times t = \frac{b}{a} \times t$. Par conſéquent ayant pris $t = \sqrt{aa + 2gx + xx}$, l'on aura ici $y = \frac{b}{a} \sqrt{aa + 2gx + xx}$ pour l'équation de la courbe de rangée BYO pendant que $z = \frac{c}{a} \sqrt{aa + 2gx + xx}$ ſera l'équation de l'autre courbe de rangée CZO, & que la ligne HSO des ſinus ſera droite parallele à GO; & ſi au lieu de aa on ſubſtituë ſa valeur (*ſolut. art. 3.*) $ff + gg$ dans ces deux expreſſions de y, z, elles deviendront $y = \frac{b}{a} \sqrt{ff + gg + 2gx + xx}$, & $z = \frac{c}{a} \sqrt{ff + gg + 2gx + xx}$. D'où l'on voit, comme dans l'art. 1. de l'ex. 1. du prob. 1. que ces deux courbes BYO, CZO, ſeroient ici deux hyperboles, telles qu'on les a marquées dans le ſch. de ce prob. 1. & que dans le cas preſent de ſinus égaux GH (h), XS (s), & conſequemment (*art. 1.*) d'angles viſuels BAC, YAZ, tous égaux entr'eux, lors qu'une des rangées d'arbres CZO, BYO, eſt hyperbolique, l'autre l'eſt auſſi toûjours, ſoit qu'elle ſoit l'oppoſée ou non de celle-là; ayant toutes deux le même centre dans la perpendiculaire menée de l'œil à leur plan commun, leurs axes tranverſes quelconques ou leurs ſommets auſſi quelconques ſur la même droite, & le même axe conjugé double de la diſtance de l'œil à leur plan;

le tout comme dans l'ex. 1. & dans le sch. du prob. 1.

EXEMPLE II.

FIG. IX. Si outre la supposition de $XS(s) = GH(h)$, on veut que la courbe de rangée CZO soit une parabole dont l'équation soit $ez = xx$, ou $z = \frac{xx}{e}$, qui exigeant C en G, rend $CG(c) = o$, $b + c = b$, $\sqrt{aa + cc} = a$; & qu'on prenne encore ici comme dans l'ex. 1. $p = \sqrt{aa + bb}$, & $tt = aa + 2gx + xx$: la substitution de ces valeurs dans les équations B, D, de la solut. & du corol. 1. les changera également pour ici en $y = \frac{abee \times \overline{aa + 2gx + xx} + abx^4 - \overline{aa - bb} \times exx\sqrt{aa + 2gx + xx}}{aa\,ee \times \overline{aa + 2gx + xx} - bbx^4}$ $\times \sqrt{aa + 2gx + xx}$, qui sera l'équation de la courbe de rangée BYO dans l'hypothese des sinus $GH(h)$, $XS(s)$, des angles visuels BAC, YAZ, tous égaux entr'eux, l'autre courbe de rangée CZO étant un parabole ordinaire touchée en son sommet C par la droite GO. Le calcul de cet exemp. 2. se fera de même que celui de l'exemp. 1. sa longueur m'empêche de l'ajoûter ici où il suffit de voir que deux lignes de rangées hyperboliques ne sont pas les seules sur lesquelles des arbres étant plantés, les opposés deux à deux puissent paroître à l'œil A sous des angles égaux. Le present prob. 2. en pouvoit encore fournir plusieurs exemples, dont une des courbes de rangées seroit encore à volonté.

Voici presentement ce qui concerne l'opinion de ceux qui outre les angles visuels dont le commun des Opticiens se contente, font aussi entrer les distances de l'œil aux objets dans la mesure de leurs grandeurs apparentes, prétendant que ces angles visuels ne sont proportionels à ces grandeurs, que lorsque les objets sont également éloignés de l'œil; & que quand ces angles sont égaux, les grandeurs apparentes sont comme les distances de l'œil à ces mêmes objets : pensée suivant laquelle les grandeurs apparentes des objets seroient en raison composée des angles sous lesquels l'œil verroit ces objets, & de leurs distances à cet œil.

HYPOTHESE.

A la figure que voici du prob. 1. laquelle va signifier ici les mêmes choses que là, soit ajoutée la courbe quelconque *PVO* que j'appellerai *Courbe des apparences*, ses ordonnées *GP*, *XV*, devant exprimer dans la suite les apparences des intervalles *GB*, *XY*, d'arbres opposés deux à deux sur les lignes de rangées *GO*, *BYO*, & vus par l'œil fixe *A* sous les angles correspondans *GAB*, *XAY*, de sinus exprimés par les ordonnées correspondantes *GH*, *XS*, de la courbe *HSO*, par rapport au sinus total *r* égal ou plus grand que la plus grande de ces ordonnées. FIG. X.

Cela posé, puisque l'on suppose ici les apparences *GP*, *XV*, en raison composée des angles visuels correspondans *GAB*, *XAY*, & des distances correspondantes *AG*, *AX*, des intervalles *GB*, *XY*, vus sous ces angles par l'œil *A* donné de position quelconque au-dessus de leur plan ; si pour accommoder cette hypothese au calcul on substituë les sinus *GH*, *HS*, de ces angles *GAB*, *XAY*, en leurs places ; ce qui en fait d'angles aigus tels que seront les visuels du problême suivant, approche peut-être autant du vrai que ces angles eux-mêmes ; & ce qui en fait d'angles égaux, revient au même : cette hypothese donnera $GP.XV::GH\times AG.XS\times AX$. Et conséquemment $GP\times XS\times AX=XV\times GH\times AG$ (*A*), d'où résulte $GH.XS::GP\times AX.XV\times AG$.

PROBLEME III.

Dans cette hypothese, une des trois courbes BYO, HSO, PVO, *étant donnée à volonté, trouver les deux autres.*

SOLUTION.

I. La perpendiculaire *AF* (*hyp.*) au plan *OGPO* de ces trois courbes, rendant les triangles *AGB*, *AXY*, rectangles en *G*, *X* ; si l'on prend encore ici *r* pour le sinus total, l'on y aura $AB.GB::r.GH=\frac{r\times GB}{AB}$. Et $AY.XY::r.XS=\frac{r\times XY}{AY}$. Or la presente hypothese donne $GH.XS::GP\times AX.XV\times AG$. Donc $GP\times AX$,

$XV \times AG :: \frac{r \times GB}{AB} . \frac{r \times XY}{AY} :: GB \times AY . AB \times XY$. Par conséquent $GP \times AX \times AB \times XY = XV \times AG \times GB \times AY$ (*B*).

II. Soient presentement $GP = p$, $XV = u$, avec les noms assignés dans l'art. 3. de la solut. du prob. 1. sçavoir $AG = a$, $AF = f$, $FG = g$, $GH = h$, $GB = b$, $GX = x$, $XY = y$, $XS = s$; d'où résultent $AG\ (a) = \sqrt{ff + gg}$, $AB = \sqrt{aa + bb}$, $AX = \sqrt{ff + gg + 2gx + xx} = \sqrt{aa + 2gx + xx}$, & $AY = \sqrt{ff + gg + 2gx + xx + yy} = \sqrt{aa + 2gx + xx + yy}$.

1°. Ces noms étant substitués dans l'équation *B* du précédent art. 1. la changeront en l'analytique $py \times \sqrt{aa + bb \times aa + 2gx + xx} = abu\sqrt{aa + 2gx + xx + yy}$ (*C*) commune aux deux courbes *BYO*, *PVO*; laquelle par conséquent, une de ces deux courbes étant donnée à volonté, donnera toûjours l'autre.

2°. En substituant aussi dans l'équation *A* de l'hypothese, ceux de ces noms qui lui conviennent, elle deviendra de même l'analytique $ps\sqrt{aa + 2gx + xx} = ahu$ (*D*) pareillement commune aux deux courbes *HSO*, *PVO*; laquelle par conséquent, une de ces deux courbes étant donnée à volonté, donnera aussi toûjours l'autre.

III. Donc (*art. 2. nomb. 1. 2.*) de ces trois courbes *BYO*, *PVO*, *HSO*, une seule étant donnée à volonté, les précédentes équations *C*, *D*, donneront toûjours les deux autres. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Si l'on veut que *F*, au lieu d'être par-delà *G* par rapport à *O*, soit du côté de *O* par rapport à *G*; ce cas rendant *FG* (*g*) négative,

1°. Changera l'équation *C* du nomb. de l'art. 2. de la solut. en $py\sqrt{aa + bb \times aa - 2gx + xx} = abu\sqrt{aa - 2gx + xx + yy}$ (*E*) qui sera commune

encore aux deux courbes BYO, PVO.

2°. Cette FG (g) négative changera de même l'équation D du nomb. 2. de l'art. 2. de la solut. en $ahu = ps\sqrt{aa - 2gx + xx}$ (F) commune aussi aux deux courbes HSO, PVO.

COROLLAIRE II.

Et si l'on veut que F soit en G, ce cas rendant FG (g) $= o$.

1°. Changera également les équations C, E, des nomb. 1. de l'art. 2. de la solution & du corol. 1. en $py \times \sqrt{\overline{aa + bb} \times \overline{aa + xx}} = abu\sqrt{aa + xx + yy}$ (G)

2°. Ce cas $g = o$, changera de même les équations D, F, des nomb. 2. de l'art. 2. de la solut. & du corol. 1. en $ahu = ps\sqrt{aa + xx}$ (H) commune aussi aux deux courbes HSO, PVO.

EXEMPLE.

I. Si l'on veut que les intervalles GB, XY, des arbres opposés deux à deux, sur les deux lignes de rangées GO, BYO, soient vûs par l'œil fixe A sous des apparences par tout égales GP, XV, &c. Ce cas changeant la courbe PVO des apparences en ligne droite PO parallele à GO, & rendant ainsi par tout XV (u) $= GP$ (p); Fig. XI.

1°. Changera l'équation C du nomb. 1. de l'art. 2. de la solut. en $y\sqrt{\overline{aa + bb} \times \overline{aa + 2gx + xx}} = ab\sqrt{aa + 2gx + xx + yy}$ pour la courbe de rangée BYO ici requise, & donnera ainsi $yy \times \overline{aa + bb} \times \overline{aa + 2gx + xx} = aabb \times \overline{aa + 2gx + xx} + aabbyy$, ou $yy \times \overline{aa + bb} \times \overline{aa + 2gx + xx} - aabbyy = aabb \times \overline{aa + 2gx + xx}$, d'où résulte $y =$

$$= \frac{ab\sqrt{aa + 2gx + xx}}{\sqrt{\overline{aa + bb} \times \overline{aa + 2gx + xx} - aabb}} \quad (K).$$

2°. Ce même cas de $u = p$, changera de même pour ici l'équation D du nomb. 2. de l'art. 2. de la solut. en $s\sqrt{aa+2gx+xx} = ah$ pour la courbe *HSO* des sinus qu'éxige cette équation K, d'où résulte $s = \frac{ah}{\sqrt{aa+2gx+xx}}$ (L).

Construction de la Courbe BYO.

II. Soient $\beta\beta = aa+bb$, & $\beta\delta = ab$, d'où résulte $\delta = \frac{ab}{\beta} = \frac{ab}{\sqrt{aa+bb}}$. Suivant ces nouveaux noms, l'équation K trouvée pour cette courbe *BYO* dans le nomb. 1. du précédent art. 1. se changera pour cette même courbe en $y = \frac{\beta\delta\sqrt{aa+2gx+xx}}{\sqrt{\beta\beta \times \overline{aa+2gx+xx} - \beta\beta\delta\delta}} = \frac{\delta\sqrt{aa+2gx+xx}}{\sqrt{aa+2gx+xx-\delta\delta}} = \frac{ab}{\sqrt{aa+bb}} \times \frac{\sqrt{aa+2gx+xx}}{\sqrt{aa+2gx+xx-\frac{aabb}{aa+bb}}}$ (suivant les noms assignés dans l'art. 2. de la solut.) $= \frac{AG \times GB}{AB} \times \frac{AX}{\sqrt{\overline{AX}^2 - \frac{\overline{AG}^2 \times \overline{GB}^2}{\overline{AB}^2}}}$ (M). Or si l'on mene GD perpendiculaire en D sur l'hypothenuse AB du triangle AGB (*solut. art. 1.*) rectangle en G, l'on aura $AB.\ GB :: AG.\ GD = \frac{AG \times GB}{AB}$. Donc y (XY) $= \frac{GD \times AX}{\sqrt{\overline{AX}^2 - \overline{GD}^2}}$; ce qui donne $\sqrt{\overline{AX}^2 - \overline{GD}^2}$. $GD :: AX.\ XY$. D'où l'on voit qu'en prenant par tout $XY = \frac{GD \times AX}{\sqrt{\overline{AX}^2 - \overline{GD}^2}}$, c'est-à-dire XY quatrieme proportionnelle à $\sqrt{\overline{AX}^2 - \overline{GD}^2}$, GD, AX; la courbe qui passera par tous les points Y ainsi trouvés, sera la requise ici de rangée *BYO*.

Autre construction de la même Courbe BYO.

III. L'usage qu'on vient de faire du point A en l'air, n'étant pas aisé, voici comment cette courbe de rangée

BYO

BYO peut être construite sans se servir de ce point. Pour cela, si dans l'équation $y = \frac{\delta\sqrt{aa+2gx+xx}}{\sqrt{aa+2gx+xx-\delta\delta}}$ trouvée pour cette courbe dans le précédent art. 2. l'on prend les variables $m = \sqrt{aa+2gx+xx}$, $n = \sqrt{aa+2gx+xx-\delta\delta}$; l'on aura aussi $y = \delta \times \frac{m}{n}$ (art. 2.) $= \frac{ab}{\sqrt{aa+bb}} \times \frac{m}{n}$ (suivant les noms de l'art. 2. de la solut.) $= \frac{AG \times GB}{AB} \times \frac{m}{n}$ (art. 2.) $= GD \times \frac{m}{n}$, pour cette même courbe BYO. Quant à ces valeurs de m, n, l'art. 2. de la solut. donnant $aa = ff+gg$, l'on aura ici.

1°. $m = \sqrt{aa+2gx+xx} = \sqrt{ff+gg+2gx+xx}$, d'où résulte $mm-ff = gg+2gx+xx$, ou $g+x = \sqrt{mm-ff}$ (M) qui est une équation à une hyperbole équilatere.

2°. $n = \sqrt{aa+2gx+xx-\delta\delta} = \sqrt{ff+gg+2gx+xx-\delta\delta}$ (soit $ee = ff-\delta\delta$) $= \sqrt{ee+gg+2gx+xx}$, d'où résulte $nn-ee = gg+2gx+xx$, ou $\overline{g+x} = \sqrt{nn-ee}$ (N), équation qui est à une autre hyperbole équilatere.

IV. Pour trouver ces deux hyperboles avec leurs positions propres à construire la courbe BYO par leur secours, il faut considérer dans leurs équations M, N, des précédens nomb. 1, 2. de l'art. 3. FIG. XII.

1°. Que $x+g$ commune à ces deux équations M, N, fait voir que les sommets des hyperboles qu'elles expriment, doivent être tous deux en F sur l'axe LI parallele à GB.

2°. Que la premiere $g+x = \sqrt{mm-ff}$ (M) de ces deux équations, ayant (*art. 2. de la solut.*) $f = AF$, fait voir que l'hyperbole qu'elle exprime, doit avoir son centre sur le même axe LI en L extremité de $FL = AF$; & que

cette hyperbole doit auſſi avoir $g+x=\sqrt{mm-\overline{LF}^2}$ pour la même équation *M*.

3°. Quant au centre de l'autre hyperbole exprimée par l'autre équation $g+x=\sqrt{nn-ee}$ (*N*) du nom 2. de l'art. 3. il faut conſidérer que ſuivant ce nomb. 2. de l'art. 3. $ee=ff-\delta\delta$ (*art.* 2.) $=ff-\frac{aabb}{aa+bb}$ (*ſolut. art.* 2.) $=\overline{AF}^2-\frac{\overline{AG}^2\times\overline{GB}^2}{\overline{AB}^2}=$ (*art.* 2.) $\overline{AF}^2-\overline{GD}^2=$ (*nomb.* 2.) $=\overline{LF}^2-\overline{GD}^2$ (ſoit ſur le diametre $FL=AF$, le demi-cercle FEL avec la corde $LE=GD$, & $FR=FE$ autre corde de ce demi-cercle) $=\overline{LF}^2-\overline{LE}^2=\overline{FE}^2=\overline{FR}^2$, c'eſt-à-dire, $ee=\overline{FR}^2<\overline{LF}^2$: laquelle valeur de ee introduite en ſa place dans l'équation $g+x=\sqrt{nn-ee}$ (*N*) du nomb. 2. de l'art. 3. la change ici en $g+x=\sqrt{nn-\overline{FR}^2}$; ce qui fait voir que le centre de l'hyperbole qu'elle exprime, doit être en *R* ſur l'axe *LI*, au point *F* duquel on vient de voir (*nomb.* 1.) qu'elle doit avoir ſon ſommet.

V. Cela poſé, ſoient de ce ſommet commun *F* ſur l'axe *LFI* deux hyperboles équilateres *FQO* dont *L* ſoit le centre, & *FTO* qui ait *R* pour centre; des points *Q*, *T*, où *XY* prolongée les rencontre, ſoient leurs ordonnées *QM*, *TN*, paralleles & égales à *FX* ($g+x$).

1°. La premiere *FQO* dont *L* eſt le centre, donnera $\overline{LM}^2-\overline{LF}^2=\overline{QM}^2=\overline{FX}^2=\overline{g+x}^2$ (art. 4. nomb. 2.) $=mm-\overline{LF}^2$; & conſequemment $LM=m$. Ainſi l'hyperbole *FQO*, dont *L* eſt le centre, eſt celle qu'exprime l'équation $g+x=\sqrt{mm-ff}=\sqrt{mm-\overline{LF}^2}$ du nomb. 1. de l'art. 3. & du nomb. 2. de l'art. 4.

2°. La ſeconde hyperbole *FTO* dont *R* eſt le centre,

donnera de même $\overline{RN}^2 - \overline{RF}^2 = \overline{TN}^2 = \overline{FX}^2 = \overline{g+x}^2$ (art. 4. nomb. 3.) $= nn - \overline{FR}^2$; & consequemment aussi $RN = n$. Ainsi cette autre hyperbole FTO, dont R est le centre, est aussi celle qu'exprime l'équation $g+x = \sqrt{nn-ee} = \sqrt{nn - \overline{FR}^2}$ du nomb. 2. de l'art. 3. & du nomb. 3. de l'art. 4.

3°. Ayant ainsi (*nomb. 1. 2.*) $\overline{LM}^2 - \overline{LF}^2 = \overline{g+x}^2 = \overline{RN}^2 - \overline{RF}^2$, & de plus (*art. 4. nomb. 3.*) $LF > RF$; l'on aura aussi $LM(m) > RN(n)$.

VI. Pour voir presentement laquelle de ces deux hyperboles FQO de centre L, & FTO de centre R, est celle qui renferme l'autre, devant être rencontrées toutes deux par XY prolongée; il faut considerer que $\overline{LM+LF} \times FM = \overline{LM}^2 - \overline{LF}^2$ (*art. 5. nomb. 3.*) $= \overline{RN}^2 - \overline{RF}^2 = \overline{RN+RF} \times FN$; & qu'ainsi $LM+LF . RN+RF :: FN . FM$. Donc ayant déja (art. 5. nomb. 3.) $LM + LF > RN + RF$, l'on aura aussi $FN > FM$. Ce qui fait voir que c'est l'hyperbole FQO de centre L, qui renferme l'autre FTO de centre R.

VII. Ayant ainsi (*art. 6.*) les positions des hyperboles FQO de centre L, & FTO de centre R, exprimées (*art. 5.*) par les équations $g+x = \sqrt{mm-ff}\,(M)$ & $g+x = \sqrt{nn-ee}\,(N)$ des nomb. 1. 2. de l'art. 3. & rencontrées en Q, T, par chaque XY prolongée, de maniere qu'elles ont partout (*art. 5.*) leurs abscisses correspondantes $LM = m$, $RN = n$; la construction requise de la courbe de rangée BYO est presentement facile sans se servir (comme dans l'art. 2.) du point A de l'œil en l'air. Car l'art. 3. donnant $y\,(XY) = GD \times \frac{m}{n}$, l'on aura pareillement ici $XY = \frac{GD \times LM}{RN}$, qui rend $RN, LM :: GD, XY$. D'où

l'on voit qu'en prenant ici par tout XY quatrieme proportionnelle à RN, LM, GD, la ligne BYO qui passera par tous les points Y ainsi trouvés, sera la courbe de rangée ici requise par l'hypothese qui précéde le present prob. 3. pour que des arbres opposés deux à deux sur cette courbe BYO & sur son axe GO, paruſſent entr'eux de distances par tout égales entr'elles.

Construction de la Courbe HSO *des sinus.*

VIII. Le nomb. 2. de l'art. 1. fait voir que dans le cas present d'apparences GP (p), XV (u), égales entr'elles, l'équation de la courbe HSO des sinus, seroit s (XS) $= \frac{ah}{\sqrt{aa+2gx+xx}}$ (suivant les noms aſſignés dans l'art. 2. de la solut.) $= \frac{AG \times GH}{AX}$; ce qui donnant $AX. AG :: GH. XS.$ fait voir qu'en prenant ici par tout XS quatriéme proportionnelle à AX, AG, GH, la courbe qui paſſera par tous les points S ainsi trouvés, sera la requise HSO des sinus des angles XAY sous lesquels les intervalles XY seront ici vus par l'œil fixe A.

Autre construction de la Courbe HSO *des sinus.*

IX. Puisque $s = \frac{ah}{\sqrt{aa+2gx+xx}}$ est ici (*art. 1. nomb. 2.*) l'équation de cette courbe HSO des sinus, si l'on y prend encore $m = \sqrt{aa+2gx+xx}$ comme dans l'art. 3. & qu'on y rende ainsi $s = \frac{ah}{m}$; il en résultera l'équation hyperbolique $g+x = \sqrt{mm-ff}$ comme dans le nomb. 1. de cet art. 3. laquelle équation aura $m = LM$ abscisse de l'hyperbole AQO comme dans le nomb. 1. de l'art. 5. Donc on aura ici s (XS) $= \frac{ah}{LM}$ (suivant les noms aſſignés dans l'art. 2. de la solut.) $= \frac{AG \times GH}{LM}$, d'où résulte $LM. AG :: GH. XS.$ Ce qui fait voir qu'en prenant par tout XS quatrieme proportionnelle à LM, AG, GH, la courbe

qui passera par tous les points S ainsi trouvés, sera encore ici la requise HSO des angles XAY sous lesquels les intervales XY seront ici vus par l'œil fixe A.

Remarque.

X. L'art. 8. donnant $XS = \frac{AG \times GH}{AX}$, & le précédent art. 9. donnant aussi $XS = \frac{AG \times GH}{LM}$; les deux font voir ensemble que les AX sont par tout ici égales aux abscisses correspondantes LM de l'hyperbole AQO de centre L.

La même chose se voit aussi par le moyen des deux art. 2. 7. lesquels donnent $XY = \frac{DG \times AX}{\sqrt{\overline{AX}^2 - \overline{GD}^2}}$, & $XY = \frac{GD \times LM}{RN}$. Car l'angle droit AFX joint à $LF = AF$, & à $FX = NT$, donne $\overline{AX}^2 - \overline{GD}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{FX}^2 - \overline{GD}^2 = \overline{LF}^2 + \overline{NT}^2 - \overline{GD}^2$ (à cause de $\overline{NT}^2 = \overline{RN}^2 - \overline{RF}^2$) $= \overline{LF}^2 + \overline{RN}^2 - \overline{RF}^2 - \overline{GD}^2$ (l'art. 4. nomb. 3. ayant $RF = FE$, & $GD = LE$) $= \overline{LF}^2 - \overline{FE}^2 - \overline{LE}^2 + \overline{RN}^2 = \overline{RN}^2$; & consequemment $\sqrt{\overline{AX}^2 - \overline{GD}^2} = RN$. Donc les art. 2. 7. donnant $\frac{GD \times AX}{\sqrt{\overline{AX}^2 - \overline{GD}^2}} = XY = \frac{GD \times LM}{RN}$, donnent aussi par tout $AX = LM$ correspondantes, ainsi que les art. 8. 9. ci-dessus.

XI. Les triangles ADG, AGB, rectangles (*constr.*) en D, G, donnant $\sqrt{\overline{AG}^2 - \overline{GD}^2} = \sqrt{\overline{AD}^2} = AD$, avec $AD . DG :: AG . GB = \frac{GD \times AG}{AD}$. Et le précédent art. 10. donnant $RN = \sqrt{\overline{AX}^2 - \overline{GD}^2}$, avec $LM = AX$.

1o. Le cas de X en G, ou de $AX = AG$, changera l'équation $XY = \frac{GD \times AX}{\sqrt{\overline{AX}^2 - \overline{GD}^2}}$ de l'art. 2. en $XY = \frac{GD \times AG}{AD} = GB$; & (*art.* 10.) l'équation $XY = \frac{GD \times LM}{RN}$

de l'art. 7. en $XY\left(\frac{GD\times AX}{\sqrt{\overline{AX}^2-\overline{GD}^2}}\right)=\frac{GD\times AG}{AD}=GB$. Ce qui fait voir que la courbe de rangée BYO doit passer par le point B par lequel on l'avoit supposée.

2°. Le même cas de $AX=AG$, doit aussi changer l'équation $XS=\frac{AG\times GH}{AX}$ de l'art. 8. en $XS=\frac{AG\times GH}{AG}=GH$; & (*art.10.*) l'équation $XS=\frac{AG\times GH}{LM}$ de l'art. 9. en $XS\left(\frac{AG\times GH}{AX}\right)=\frac{AG\times GH}{AG}=GH$. Ce qui fait pareillement voir que la courbe HSO des sinus doit passer par le point H par lequel on l'avoit supposée.

XII. Le cas de GX (x) infinie, rendant aussi AX, LM, RN, infinies, change également

1°. Les équations $XY=\frac{GD\times AX}{\sqrt{\overline{AX}^2-\overline{GD}^2}}$, $XY=\frac{GD\times LM}{RN}$, des art. 2. 7. en $XY=GD<GB$. Ce qui fait voir que la courbe de rangée BYO s'approche à l'infini de GO du côté de O, sans pourtant en pouvoir approcher plus prés que de la valeur finie de GD: de sorte que $GB-GD$ est toute la quantité dont cette courbe BYO peut s'approcher de son asymptote GO depuis GB à l'infini; ce qui rend cette asymptote d'une espece particuliere; au lieu de laquelle sa parallele menée par le point K de GK (partie de GB) $=GD$, sera une asymptote ordinaire de cette courbe.

2°. Quant aux équations $XS=\frac{AG\times GH}{AX}$, $XS=\frac{AG\times GH}{LM}$ de la courbe HSO des sinus, trouvées dans les art. 8. 9. ce cas de AX, LM, infinies, les change également en $XS=\frac{AG\times GH}{\infty}=0$. Ce qui fait voir que cette courbe HSO s'approche aussi à l'infini de GO, mais jusqu'à la rencontrer à une distance infinie, & que cette droite GO en est une asymptote ordinaire.

Voici presentement le general du précédent prob. 3. comme le prob. 2. l'est du prob. 1. dans lequel prob. 2. & dans

le suivant, les sinus ne doivent être pris pour les angles visuels que lorsque ces angles sont aigus jusqu'au droit, comme ils le sont toûjours dans les prob. 1. 3. les sinus des angles obtus étant d'autant plus différens de ces angles, qu'ils diminuent à mesure que ces angles augmentent, au lieu que les sinus des angles aigus croissent & diminuent avec eux. C'est pour cela que le prob. 2. & le suivant, generalement vrays comme les deux autres en pure Geometrie, ne le sont pas seurement en fait d'optique ou d'apparences lorsque les angles visuels sont obtus; mais lorsque ces angles sont aigus, ce prob. 2. & le suivant approchent autant du vrai que les deux autres par rapport aux grandeurs apparentes des objets, & les quatre problêmes peut-être autant que si ces angles eux-mêmes y étoient employés au lieu de leurs sinus, supposé que les hypotheses d'apparences qui y sont employées, en approchent elles-mêmes : car, encore une fois, je n'en adopte aucune; je les essaye seulement, & ne donne pour seur que ce qu'il y a ici de geometrique par rapport aux lignes qu'on y employe, sans répondre des apparences exprimées ici par quelques-unes d'elles. C'est pour la generalité geometrique du prob. 2. & du suivant, qu'on n'a point fait dans celui-là, non plus que dans les autres, & qu'on ne fera point dans celui-ci cette restriction d'optique : c'est assés qu'on en ait averti au commencement de ce Memoire, & que de peur d'oubli de la part du lecteur on en avertisse encore ici, pour éviter toute chicane d'une physique aussi contestée que l'est encore celle-ci touchant la mesure des apparences.

PROBLEME IV.

Dans la même hypothese précédente, & dans ce que la fig. 7. a de propre au prob. 2. à laquelle soit ajoûtée la courbe PVO *des apparences : des quatre courbes* BYO, CZO, PVO, HSO, *trois étant données à volonté, trouver la quatrieme; ou deux seulement des trois premieres étant données, trouver les deux autres.*

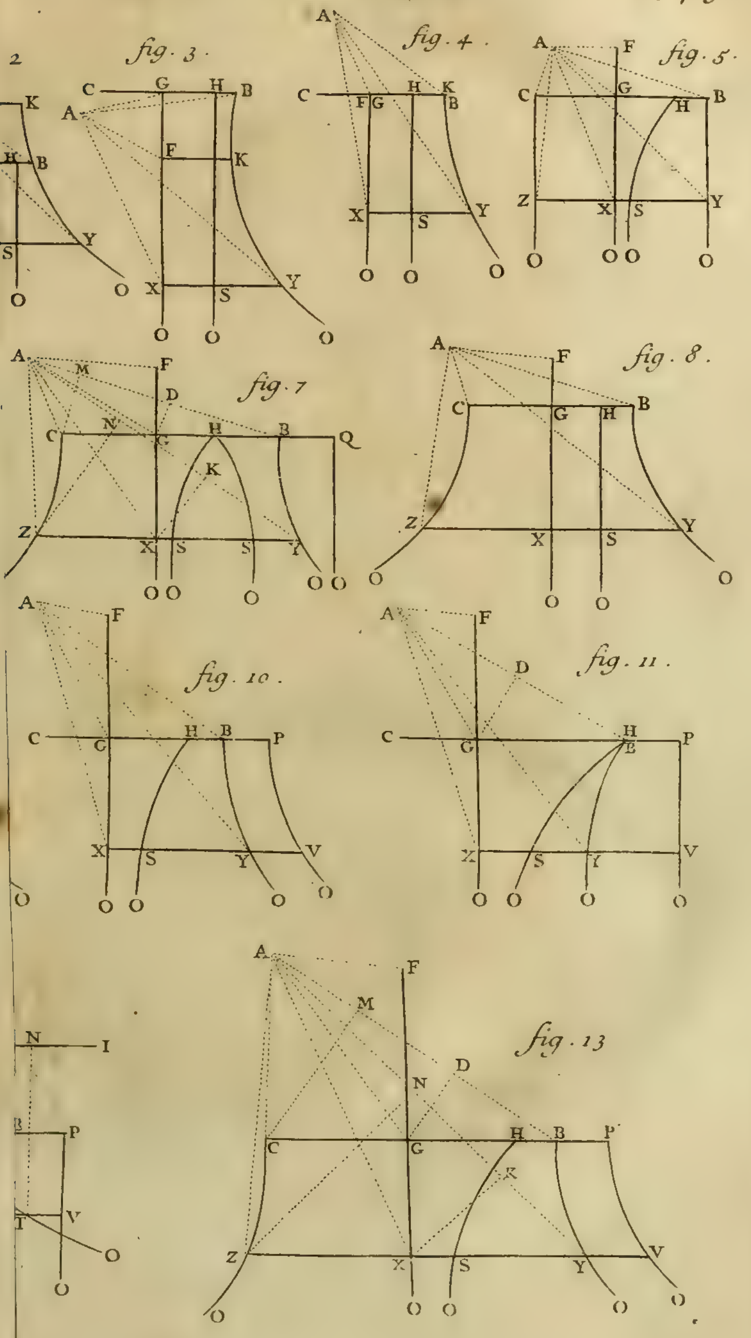
SOLUTION.

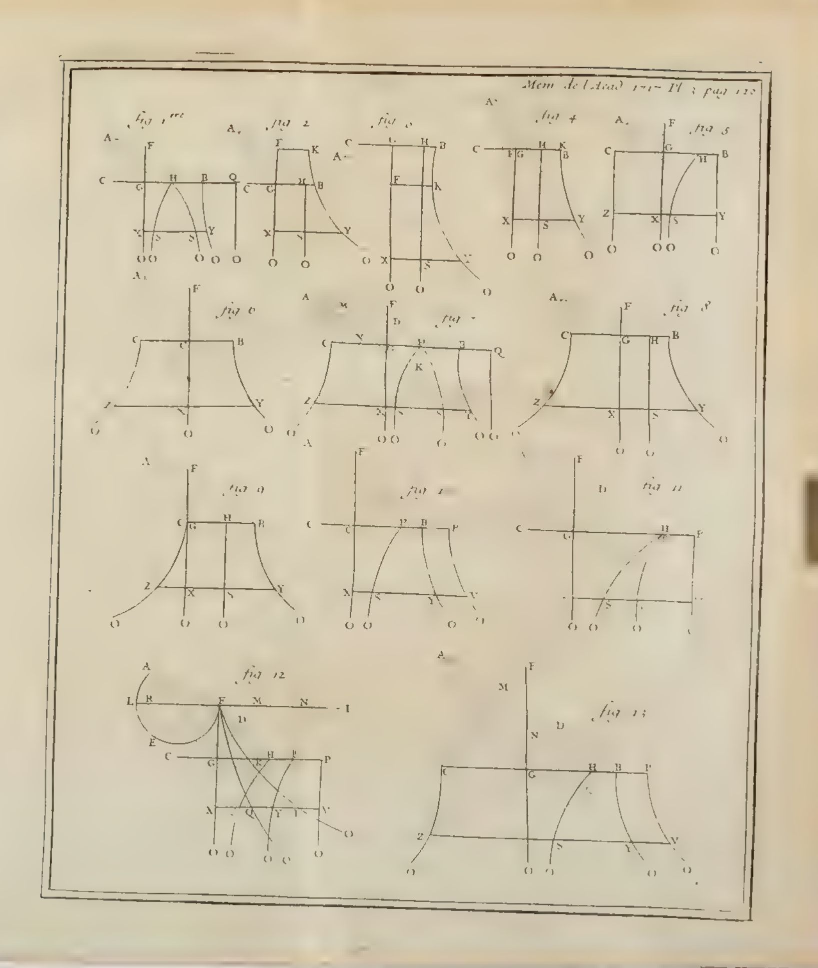
I. L'on aura ici comme dans l'art. 2. de la ſolut. du prob. 2. $CM = \frac{AG \times BC}{AB}$, $ZN = \frac{AX \times YZ}{AY}$, avec $AC. CM \left(\frac{AG \times BC}{AB}\right) :: r. GH = \frac{r \times AG \times BC}{AB \times AC}$. Et $AZ. ZN \left(\frac{AX \times YZ}{AY}\right) :: r. XS = \frac{r \times AX \times YZ}{AY \times AZ}$. Or la preſente hypotheſe donne $GH. XS :: GP \times AX. XV \times AG$. Donc $GP \times AX. XV \times AG :: \frac{r \times AG \times BC}{AB \times AC} . \frac{r \times AX \times YZ}{AY \times AZ} :: AG \times BC \times AY \times AZ. AB \times AC \times AX \times YZ$. Par conſequent $GP \times \overline{AX}^2 \times AB \times AC \times YZ = XV \times \overline{AG}^2 \times BC \times AY \times AZ$ (P); ce qui ſuivant les noms aſſignés dans l'art. 2. de la ſolut. du prob. 3. auſquels ſoient ajoûtés $GC = c$, $XZ = z$, donne $p \times \overline{aa + 2gx + xx} \times \sqrt{aa + bb} \times \sqrt{aa + cc} \times \overline{y + z} = uaa \times \overline{c + b} \times \sqrt{aa + 2gx + xx + yy} \times \sqrt{aa + 2gx + xx + zz}$, ou $\frac{py + pz \times \overline{aa + 2gx + xx}}{aau \times \overline{c + b}}$

$= \frac{\sqrt{aa + 2gx + xx + yy} \times \sqrt{aa + 2gx + xx + zz}}{\sqrt{aa + bb} \times \sqrt{aa + cc}}$ (Q) qui eſt une équation commune aux trois courbes BYO, CZO, PVO; & qui par conſéquent, deux d'entr'elles étant données à volonté, donnera toûjours la troiſiéme.

II. La preſente hypotheſe donnera encore ici (comme dans le nomb. 2. de l'art. 2. de la ſolut. du prob. 3.) $ps\sqrt{aa + 2gx + xx} = ahu$ (D) pour une équation commune aux deux courbes HSO, PVO; laquelle par conſéquent, une de ces deux courbes étant donnée à volonté, donnera toûjours auſſi l'autre comme dans le nomb. 2. de l'art. 2. de la ſolut. du prob. 3.

III. Donc (*art. 1. 2.*) des quatre courbes BYO, CZO, PVO, HSO, trois étant données à volonté, l'on aura toûjours la quatrieme par le moyen des équations Q, D, des art. 1. 2. & deux ſeulement des trois premieres de ces quatre courbes, étant données auſſi à volonté, les mêmes


2
fig. 3.
fig. 4.
fig. 5.
fig. 7
fig. 8.
fig. 10.
fig. 11.
fig. 13



Mem. de l'Acad.
Pl.
fig. 4
fig. 5
fig. 8
fig. 11
fig. 12

mêmes équations *Q*, *D*, donneront auſſi toûjours enſemble les deux autres de ces quatre courbes. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE.

Si l'on ſuppoſe que *CZO* ſoit une ligne droite confonduë avec *GO*; ce qui eſt le cas du prob. 3. cette hypotheſe rendant $GC(c)=o=XZ(z)$, changera la precedente équation *Q* de l'art. 1. de la ſolut. en $\frac{py}{abu}\times\sqrt{aa+2gx+xx} = \frac{\sqrt{aa+2gx+xx+yy}}{\sqrt{aa+bb}}$ (*E*) qui eſt l'équation *C* du nomb. 1. de l'art. 2. de la ſolut. du prob. 3.

On pourroit encore déduire de ce prob. 4. des corollaires ſemblables à ceux qu'on a déduits du prob. 2. mais en voila aſſés pour voir quel uſage on pourroit faire des hypotheſes precedentes touchant les grandeurs apparentes des objets, ſi elles étoient ſeures : bien loin de l'être, on ſçait quelles difficultés ſouffre celle des grandeurs apparentes en raiſon des angles ſous leſquels elles ſont veûes ; & l'art. 12. de l'exemple du prob. 3. en fournit auſſi contre l'autre hypotheſe, qui outre ces angles viſuels fait entrer la diſtance des objets dans la meſure de leurs grandeurs apparentes ; puiſque pour les faire paroître égales dans cette autre hypotheſe, cet art. 12. donne une courbe de rangée BYO *qui s'approche à l'infini de l'autre rangée droite* GO, *& qui en cela eſt moins propre à faire paroître ces deux rangées paralleles entr'elles, que ſi elles étoient ſur des paralleles effectives, leſquelles on ſçait n'y point réuſſir, & faire paroître au contraire les rangées d'arbres plantés ſur elles, comme devant concourir à une diſtance infinie de l'œil.*

On n'adopte donc ici aucune de ces deux hypotheſes qu'on laiſſe à diſcuter aux Phyſiciens : on y a ſeulement pretendu en faire l'eſſai qui fournira du moins des verités geometriques en n'y prenant que pour de pures lignes ce qu'on y en a employé pour exprimer autant que le calcul l'a pu permettre, les apparences réſultantes de chacune de ces deux hypotheſes.

SECOND MEMOIRE SUR LE NITRE.

Par M. LEMERY.

3 Juillet 1717.

IL n'a été question dans le précédent Memoire sur le Nitre, que des matériaux nitreux tirés des lieux habités par des animaux; & comme on ne peut s'empêcher de reconnoître que le Nitre de ces matériaux y a été apporté par des matieres animales, plusieurs auteurs ont crû pouvoir conclure de cette observation, que tout le Nitre de l'univers venoit de la même source. Cependant il y a nombre de lieux inhabités, de cavernes, par exemple, de terres, de murs d'une certaine composition, où l'on ne laisse pas de trouver une grande quantité de Salpêtre trés excellent, qui y forme une espece de cristallisation naturelle, & qu'on en retire facilement en ratissant simplement les endroits où il se rencontre. On prétend répondre à cette reflexion, en disant qu'il n'y a point de lieu qui ne soit habité par des animaux, & entr'autres, par des oyseaux qui y vont déposer leurs excrements; & pour prouver que le Salpêtre des Indes a la même origine, quoi-que trouvé sur des terres parfaitement desertes, on ajoûte qu'il ne vient que dans des lieux fréquentés par des especes de Chauve-souris, beaucoup plus grosses que les nôtres, & qu'on dit être fort bonnes à manger.

Mais, outre qu'on ne conçoit pas facilement que la prodigieuse quantité de Salpêtre qui croît dans les Indes, & dont il en est apporté en Europe une grosse provision, ne vienne que des Chauve-souris du lieu, on fera voir encore que la forme particuliere sous laquelle ce Sel se presente de lui-même sur la terre, & sans avoir eu besoin pour cela d'aucune préparation de nôtre part; que

cette forme, dis-je, dément la source dont on le fait venir, & qu'il y en a une autre non moins abondante que la premiere, & qui porte le Salpêtre dans tous les lieux inhabités où l'on le trouve.

Sthale prétend que les matieres animales ne sont pas les seules qui fournissent aux terres & aux pierres le Nitre qu'on y découvre; que les matieres végétales ont encore la même proprieté, & que les unes & les autres, en acquerant un certain degré de pourriture, deviennent capables de cet effet. Jusques-là je suis parfaitement d'accord avec cet Auteur, ou plûtôt nous nous accordons ensemble dans le gros ou dans le simple énoncé de ce sentiment; mais nous sommes bien différens dans la maniere dont nous concevons lui & moi que les terres deviennent nitreuses, par le mélange des matieres végétales & animales.

Pour moi, ce qui me fait dire que les unes & les autres sont capables de porter du Nitre dans les terres, c'est 1°. que j'ai reconnu par expérience, que toutes les matieres animales en contenoient réellement beaucoup, comme il a déja été dit: 2°. pour ce qui regarde les matieres végétales, on sçavoit déja par les différentes analises des Plantes, qu'il y en avoit un bon nombre, dont le Sel étoit du Salpêtre, ou du moins qui le paroissoit être par des indices assés forts: mais une observation curieuse qui nous a été communiquée par M. de Ressons, ne confirme pas seulement cette verité, elle nous démontre encore qu'une grande quantité de Plantes regorgent en quelque sorte de ce Sel, qui en peut être abondamment séparé, par un procedé tout-à-fait simple, & qui se manifeste dans la plante même avant son analise.

Pour reconnoître ce Sel dans la plante, il n'y a qu'à la faire brûler, & l'on voit alors qu'elle fuse de tous côtés aussi fortement & de la même maniere que feroit le meilleur Salpêtre dont on auroit jetté une bonne quantité dans le feu.

Pour ce qui regarde la maniere de retirer abondamment

le Salpêtre végétal, nous ne nous y arrêterons point aujourd'hui, parce que nous nous sommes proposés de le faire, lorsqu'il s'agira du procedé communément employé dans nos Manufactures de Salpêtre, & de la manœuvre que j'ai tenuë pour faire du Salpêtre avec des matieres animales; nous remarquerons seulement que cette espece de Salpêtre végétal, est fort au-dessus de nôtre Salpêtre ordinaire, par la promptitude & la vivacité de ses effets, & qu'il ressemble parfaitement par là au Salpêtre des Indes. Nous dirons encore à l'occasion du Salpêtre végétal, que quand l'experience ne nous auroit pas convaincu qu'il y a réellement beaucoup de Nitre dans les matieres animales, nous serions toûjours en droit de l'assûrer, sur ce que les Plantes en contiennent beaucoup, & qu'elles servent de nourriture aux animaux.

A l'égard de Sthale, son sentiment est que le Nitre se forme par la pourriture des matieres végétales & animales, c'est-à-dire, parce que les Soufres & les Sels volatiles de ces matieres venant alors à se développer, ils s'unissent à un acide universel & primitif, répandu abondamment sur la terre, d'où résulte un Sel sulphureux, & tel qu'il imagine le Nitre. Mais si cet Auteur eut sçû que les matieres animales ne contiennent pas seulement beaucoup d'acide, mais encore un Nitre tout formé, & qu'il y a réellement dans une infinité de Plantes, une trés grande quantité d'excellent Salpêtre, il ne se seroit pas donné tant de peine à aller chercher en différents lieux, & à composer ce qu'il auroit trouvé réüni & tout fait, soit dans les Plantes, soit dans les animaux : enfin il auroit simplement regardé la pourriture de ces matieres, comme un moyen dont la nature se sert pour le développement de leur Nitre, & non pas pour la formation de ce sel, qui dans les Plantes, par exemple, se fait sensiblement reconnoître avant qu'elles ayent contracté la moindre pourriture.

Il suit de ce qui a été dit, que les Plantes & les animaux sont deux grands magasins nitreux où le Nitre se

forme & s'amaſſe, & d'où il eſt enſuite répandu ſur tous les endroits de l'univers où on le trouve : c'eſt, par exemple, aux animaux que nous avons particulierement attribué le Nitre qu'on retire des villes, & en general de tous les lieux habités, qui par cela même qu'ils le ſont, ne portent point de Plantes, ou en portent peu; & qui au défaut de matieres végétales, ſe trouvent continuellement abreuvés de l'urine & des autres excrements des animaux.

Mais pour les lieux inhabités où il y a toûjours des Plantes, & où elles peuvent d'autant mieux ſe multiplier que le nombre des animaux ne les y détruit point comme ailleurs, ſoit en les foulant aux pieds, ſoit en les faiſant ſervir à leur nourriture : on a d'autant plus de raiſon de mettre le Nitre qu'on y trouve ſur le compte des Plantes, que ce Nitre ne vient d'aucune ſource minérale, comme il ſera prouvé; qu'il ne vient ni de l'air ni de matieres animales, comme il a été remarqué; & que les Plantes paroiſſent en cette occaſion la ſeule ſource nitreuſe, comme les animaux ſont auſſi la ſeule, ou du moins, la principale dans les lieux habités.

J'ajoûterai ici une réflexion curieuſe, dont je ne ſçache pas que perſonne ſe ſoit encore aviſé, ſoit pour confirmer la conjecture qui vient d'être avancée, ſoit pour faire connoître & diſtinguer nettement, de quelle eſpece de ſource nitreuſe telle ou telle matiere terreuſe a été penetrée. On ſçait que toutes les matieres animales donnent trés peu de Sel fixe, & beaucoup de Sel volatile; d'où il ſuit que leur acide nitreux n'y eſt joint qu'avec des Sels volatiles ou avec des matieres huileuſes, & qu'il ne réſulte de-là qu'un Sel armoniac nitreux, ou une ſimple matiere nitreuſe. Or ces composés ne prendront jamais d'eux-mêmes la forme de Salpêtre, puiſqu'ils n'en ſont point; mais ils le deviendront & paroîtront ſous cette forme, quand à la place de la matrice qui enveloppoit naturellement l'acide nitreux dans les animaux, on ſubſtituera un ſel fixe alkali, qui avec l'acide dont on vient de parler, fera un veritable Salpêtre; c'eſt

auſſi ce que l'experience m'a fait parfaitement connoître dans toutes les matieres animales, ſur leſquelles j'ai travaillé immédiatement ; & ce qui paroît encore clairement par la fabrique du Salpêtre ordinaire pour laquelle on ſe ſert de matériaux trouvés dans des lieux habités & chargés de matieres animales, & dont auſſi on ne tireroit jamais de Salpêtre, ſi on n'avoit ſoin d'y mêler le ſel fixe des cendres.

Il n'en eſt pas de même des Plantes, où en general on trouve peu de Sels volatiles en comparaiſon de leurs Sels fixes, & par conſequent où l'acide nitreux ſe rencontre naturellement avec la matrice propre à former avec cet acide un veritable Salpêtre ; auſſi pour retirer des Plantes un Salpêtre tout-à-fait bien conditionné, on n'a pas beſoin d'employer de Sel fixe, comme dans le cas precedent ; & comme ſuivant nôtre ſuppoſition, le Nitre des lieux inhabités y a été apporté par une ſource végétale, c'eſt pour cela qu'il n'a encore beſoin d'aucun Sel fixe étranger pour paroître, comme il fait à la ſurface de la terre, ſous la forme d'un veritable Salpêtre, qui ne donne pas alors, comme dans le cas precedent, beaucoup de peine à en être ſéparé, puiſqu'il ne s'agit que de houſſer & de baiayer en quelque ſorte les lieux où il ſe trouve, ce qui le fait appeller *Salpetre de houſſage.*

Il ſuit de ce qui a été dit, 1°. que le beſoin qu'ont certains matériaux nitreux de Sel fixe pour pouvoir donner du Salpètre, eſt une preuve qu'ils ont puiſé leur Nitre dans une ſource animale : 2°. que pour le Salpêtre qu'on tire ſans le ſecours du Sel fixe, ſoit des Plantes, ſoit des lieux qui ont reçû leur Salpêtre des Plantes mêmes, on peut dire qu'il eſt tel qu'il étoit dans ſa ſource ; que ſa forme particuliere de Salpêtre n'a point été changée par l'opération ; & qu'enfin on n'a aucune part à ſa formation, ce qu'on ne peut pas dire de même du Salpêtre fourni par des matieres animales, ou par des matériaux impregnés de ces matieres ; & en effet le Nitre de ces

matériaux n'étoit pas originairement du Salpêtre comme nous l'avons déja remarqué, mais un Sel armoniac nitreux qui n'eſt devenu Salpêtre que par une eſpece de métamorphoſe, c'eſt-à-dire, parce que ſon acide a abandonné ſa premiere matrice pour celle qui lui a été offerte pendant l'opération, ce qui fait bien voir que l'artiſte contribuë en quelque ſorte à la formation de cette eſpece de Salpêtre, qui par là pourroit être regardé comme artificiel.

Nous ne prétendons pourtant pas que les matieres animales, ou les matériaux qui en ſont impregnés, ne contiennent que du Sel armoniac nitreux, & point du tout de Salpêtre tout fait, & qui puiſſe enſuite paroître tel ſans le ſecours d'un Sel fixe étranger : car quoi-que ces matieres abondent en Sels volatiles, elles donnent toûjours auſſi quelques Sels fixes, qui avec l'acide nitreux, forment naturellement du Salpêtre; auſſi remarque-t-on ſouvent à la ſurface de nos murailles une eſpece de Salpêtre de houſſage, qui peut y être venu de cette maniere, & qui peut auſſi, du moins en partie, y avoir été dépoſé par des matieres végétales, dont nos murs ſe trouvent quelquefois penetrés.

Nous ne prétendons point encore qu'il ne ſe puiſſe trouver dans les Plantes quelque portion nitreuſe qui auroit beſoin d'un Sel fixe pour prendre la forme du Salpêtre ; & en effet, ſi les Plantes abondent en Sel fixe, elles ne laiſſent pas de contenir auſſi quelques Sels volatiles & des huiles qui ont pû ſervir à envelopper une portion de l'acide nitreux : or cet acide ne formera jamais en cet état du Salpêtre, & il faudra pour cela qu'on lui ſubſtituë un Sel fixe à la place de la matrice qui l'arrêtoit.

Enfin tout ce que nous avons voulu faire ſentir, c'eſt que la plus grande partie du Nitre animal ne devient Salpêtre que par le mélange d'un ſel fixe étranger, & que la plus grande partie du Nitre végétal eſt du Salpêtre tout fait, qui n'a par conſequent pas beſoin de nôtre ſecours pour ſa for-

mation, mais ſeulement pour ſon développement, & que ſouvent même la ſeule nature dégage, & débaraſſe ſuffiſamment des matieres graſſes dont il étoit enveloppé dans la plante, pour le faire paroître enſuite ſur un grand nombre de terres & de matieres pierreuſes, ſous une forme criſtalline & telle qu'il doit naturellement l'avoir, quand il eſt libre & dégagé de toute matiere étrangere.

Quant aux moyens dont la nature ſe ſert pour dégraiſſer le Nitre végétal, elle agit à peu prés en cette occaſion, comme dans le cas du Nitre animal; c'eſt-à-dire, qu'il lui faut auſſi pour lors un intermede terreux, qui convienne particulierement à cet effet; car nous avons fait voir dans l'autre Memoire, que toute ſorte de terre n'y étoit pas également propre: & ce qui prouve la neceſſité indiſpenſable de cet intermede terreux, c'eſt que quand on travaille ſur des Plantes nitreuſes, ſans employer une matiere alkaline, on ne tire qu'une eſpece d'extrait ſulphureux, où le Salpetre eſt ſi fort caché & enveloppé, qu'on ne l'y apperçoit point, ou du moins, s'il s'y en découvre quelques criſtaux, ce n'eſt qu'aprés un long-temps, & encore ces criſtaux ſont-ils en petit nombre; au lieu que tout le contraire arrive quand on a mis en œuvre l'intermede dont il s'agit.

Enfin ſi l'on veut avoir une idée nette de toute la ſuite du procedé naturel, ſuivant lequel le Nitre végétal ſe va loger dans certaines terres & pierres, & paroît enſuite à leur ſurface ſous la forme d'un veritable Salpêtre, il faut concevoir d'abord que des Plantes ont été lavées par une humidité aqueuſe où elles ont ſouffert une eſpece de pourriture ou de macération; que le liquide a trouvé par là le ſecret de penetrer dans l'interieur de ces Plantes, & d'en enlever la portion ſaline & nitreuſe; qu'enſuite cette eſpece de ſaumure nitreuſe a été déterminée par la diſpoſition même du lieu à s'écouler, & ſe réunir dans les pores d'une terre particuliere qui arrête au paſſage la proye nitreuſe que le liquide avoit derobée aux Plantes; qu'enfin

fin le Nitre suffisamment dégraissé dans son nouveau séjour, devient par là en état de s'étendre en longs cristaux, qui sortent en quelque maniere de la surface de la terre; & ce qui fait bien voir que c'est veritablement ainsi que les pierres & les terres, dont il a été parlé, acquerent le Salpêtre qu'on y trouve; c'est 1°. qu'en se servant des mêmes matériaux, & en suivant précisément le même ordre & la même voye, l'art peut aussi-bien que la nature communiquer du Salpêtre à un grand nombre de terres & pierres; 2°. c'est que quand on considere avec soin toutes les circonstances des lieux inhabités, où l'on trouve naturellement une grande quantité de Salpêtre, on voit clairement que la nature ne s'est point écartée du chemin que nôtre supposition lui fait tenir.

Et pour le prouver par quelques exemples particuliers, nous rapporterons d'abord une observation de Sthale, qui, quoi-que faite dans une espece de lieu artificiel, s'accorde néanmoins parfaitement avec ce qui se passe dans les lieux naturels qui seront examinés dans la suite.

Cet auteur dit avoir remarqué que quand une simple humidité aqueuse avoit eu le tems de penetrer assés avant & assés abondamment dans certaines murailles, faites avec du chaume & de la bouë, & recouvertes de chaux, on voyoit ensuite paroître à la surface de la muraille un veritable Salpêtre sous la forme d'une espece d'efflorescence ou de duvet nitreux, & cela parce que le liquide aqueux qui s'insinuë au-dedans de la muraille, aprés s'y être chargé de la portion nitreuse qu'il y trouve, s'échape au travers de l'enduit de chaux, où il est obligé de laisser sa proye nitreuse, qui s'y dégraisse facilement, & qui parvenant ensuite à la surface exterieure de l'enduit où elle est continuellement poussée par la portion nitreuse qui la suit, y prend d'autant mieux une forme saline ou cristalline que l'air qui frappe immediatement dessus, la prive des parties aqueuses qui auroient empêché sa cristallisation.

Pour ce qui regarde presentement les lieux naturels que

nous avons à examiner, il n'y en a point de plus celebres par l'abondante moiſſon de Salpêtre qu'on y recüeille que certaines terres deſertes, tant de la Barbarie que des Indes orientales, d'où le Salpêtre qui nous vient, reſſemble parfaitement par la vivacité de ſes effets au Salpêtre vegetal, & eſt fort au-deſſus de nôtre Salpêtre ordinaire.

Si on s'en rapporte aux voyageurs & aux hiſtoriens, il ne vient du Salpêtre ſur ces ſortes de terres qu'aprés des pluyes fort conſidérables qui ont formé une eſpece d'inondation dans la campagne : or toutes les plantes qui ſont ſur la terre, & toutes les racines de ces plantes, ſe trouvent alors dans une ſituation où elles peuvent d'autant moins ſe défendre de la pourriture, que deux cauſes puiſſantes y concourent à la fois, ſçavoir la chaleur du lieu, & une humidité fort abondante; & quand les pluyes viennent enſuite à ceſſer, à meſure que les eaux répanduës ſur la terre ou s'évaporent ou ſe filtrent, & ſe perdent au-dedans des terres, elles y dépoſent la matiere nitreuſe dont elles s'étoient chargées pendant la pourriture ou macération des plantes, & cette matiere preparée comme il le faut dans la terre & privée de l'humidité ſuperfluë dont elle étoit abreuvée, ſe criſtalliſe enſuite, & vegete ſur la terre même, comme le feroit en pareil cas, du Salpêtre qui auroit été diſſout dans l'eau, & dont on auroit enſuite fait évaporer juſqu'à un certain point, l'humidité.

On prétend même que le Salpêtre des Indes ne s'y trouve que dans des lieux bas, ou des eſpeces de fonds; or cette ſituation, jointe à la nature particuliere de la terre de ces lieux bas, eſt peut-être la cauſe principale de leur grande richeſſe en Salpêtre; & en effet aprés que les pluyes abondantes ont inondé une vaſte étenduë de païs, qu'elles en ont pourri les plantes, & enlevé leur ſubſtance nitreuſe, elles s'écoulent & ſe réuniſſent dans les fonds dont on vient de parler, & portent par là dans un même endroit toute la proye nitreuſe qu'elles ont ramaſſée de tous les côtés; ce qui fait pour le lieu une ſomme de Sal-

pêtre infiniment plus grande que s'il ne l'eût emprunté que des plantes seules qui auroient pû croître sur son terrain.

C'est avec des circonstances, & une mécanique semblable, que les parois de certaines cavernes & grottes naturelles se revêtent d'une grande quantité de Salpêtre ; on pourroit même comparer ce qui se passe dans ces lieux, à ce qu'on voit dans certaines caves situées sous de grandes écuries, & aux voûtes desquelles il pend comme des especes de glaçons nitreux & concaves qui ne doivent leur naissance qu'à l'urine des chevaux ou à d'autres matieres animales ou vegetales, dont la partie nitreuse a été conduite par le secours d'un vehicule aqueux dans les pores de la chaux qui sert de mortier aux pierres des voûtes dont il a été parlé, & là elle s'y est préparée & cristallisée ensuite sous la forme qui a été dite ; de même aussi les pluyes qui tombent sur toute l'étenduë du terrain placé au-dessus des grottes & des cavernes nitreuses, & qui avant que de se perdre dans les terres, ne manquent pas de laver toutes les plantes de ce terrain, & d'en emporter toûjours quelques parties nitreuses; ces pluyes, dis-je, s'écoulant du haut de la montagne vers le bas où se trouvent ordinairement les grottes & les cavernes en question, & peut-être même s'y rassemblant de tous côtés en grande quantité par la disposition particuliere du lieu, quand elles ont atteint une pierre gipseuse ou autre dont les grottes & les cavernes sont formées, elles s'y dépoüillent de toute leur récolte nitreuse qui s'y façonne ensuite d'autant mieux que ces sortes de pierres sont particulierement propres à cet effet : & ce qui peut encore servir de preuve que le Salpêtre des grottes & des cavernes vient d'enhaut & en a été apporté par un vehicule aqueux, c'est qu'ordinairement au-dessous de ces sortes de lieux, on trouve une source d'eau plus ou moins abondante, qui vraisemblablement n'a pris naissance que des eaux de pluye qui sont tombées sur toute la surface de la montagne, & qui sont enfin parvenuës au pied de cette montagne en se

filtrant au travers des terres & des pierres dont elle eſt compoſée. Sthale cite deux endroits pareils fort chargés de Salpêtre, dans l'un & dans l'autre deſquels il y a une ſource d'eau, & où la matiere terreuſe qui a ſervi à dégraiſſer le Nitre du lieu, eſt une pierre gipſeuſe.

On me fera peut-être une objection au ſujet du Salpêtre des Indes, qui ſe trouvant naturellement répandu ſur la terre, y eſt expoſé, & réſiſte néanmoins à toute l'ardeur du Soleil, ce qui ſembleroit contradictoire à ce qui a été dit ſur le Nitre contenu dans nos murailles qui ne peut ſoûtenir le même effort, & qui y abonde d'autant plus que le Soleil y a donné avec moins de vivacité.

Mais 1°. s'il eſt vrai, comme il a été dit, que le Salpêtre des Indes y vienne dans des lieux bas ou des eſpeces de fonds, on conçoit facilement par là que le Soleil ne s'y fait pas ſentir avec autant de vivacité que dans un endroit plus élevé; 2°. de ce que le Nitre de nos murailles ne peut ſoûtenir l'impreſſion du Soleil, il ne s'enſuit pas que celui des Indes ſoit auſſi incapable d'y réſiſter; & bien loin que ces deux Obſervations différentes donnent lieu à aucune contradiction, elles ne font que confirmer de plus en plus ce que nous avons déja dit ſur la nature particuliere des deux ſources generales dont les différents lieux de la nature tirent leur Nitre; & en effet le Nitre de nos murailles n'étant d'abord, comme il a déja été dit, qu'un acide engagé dans des matieres infiniment volatiles, telles que le ſont des Sels volatiles, des matieres ſulphureuſes, ce compoſé doit s'exhaler à une chaleur médiocre, & ſi l'on en doute, il n'y a qu'à faire un compoſé ſemblable avec de l'eſprit de Nitre, & un Sel volatile, & mettre ſur une pele chaude le Sel concret qui naîtra de ce mêlange, on verra, comme nous l'avons déja remarqué ailleurs, qu'à peine ce Sel y aura-t-il été poſé, qu'il ſe diſſipera totalement en l'air avec une détonation conſidérable. Le Nitre des Indes au contraire, étant originairement un veritable Salpêtre, c'eſt-à-dire, un acide fortement engagé

dans une matiere fixe ; il est évident, & l'experience nous démontre qu'il est capable en cet état de résister à une longue & violente chaleur, & que celle du Soleil ne doit faire autre chose sur le Salpêtre des Indes, que le priver des parties aqueuses qui le tenoient en dissolution, & favoriser par là la cristallisation de ce Sel, qui se fait ensuite d'autant mieux que la fraîcheur de la nuit & des vents qui regnent peut-être pour lors, succede à la chaleur du jour ; ce qui imite parfaitement les deux circonstances requises pour la cristallisation ordinaire des Sels, sçavoir qu'aprés qu'ils ont été privés par le feu d'une partie du flegme dans lequel ils avoient été dissouts, ils doivent être mis dans un lieu frais.

Il paroît par tout ce qui a été dit, que quoi-que tout le Nitre ou le Salpêtre que l'on employe communément ait été immédiatement tiré de matieres terreuses & pierreuses, ce n'est pas là une raison, pour le regarder comme un Sel minéral ; car s'il est vrai, comme il a été suffisamment prouvé, que le Nitre de ces terres ne soit autre que celui-là même qui habitoit auparavant dans une matiere vegetale ou animale ; si c'est dans l'une ou dans l'autre de ces deux matieres ou de ces deux sources nitreuses que la principale partie du Nitre, c'est-à-dire, son acide a reçû l'empreinte ou le caractere nitreux qui le distingue de tout autre acide, & qui le rend propre à former différentes especes de Nitre, suivant les différentes matrices où il s'engage ; enfin si les corps terreux ou pierreux ne sont, par rapport au Nitre qu'ils contiennent, qu'un intermede, ou s'il m'est permis de le dire, qu'une espece de vaisseau d'une structure & d'une conformation particuliere, dont la nature a fait choix pour y travailler plus aisément & plus efficacement au développement de la matiere nitreuse, il y a bien plus de raison de considerer le Nitre comme un Sel vegetal ou animal, & cela par rapport à la source dans laquelle il a acquis sa forme nitreuse, que de le regarder comme un Sel minéral par rapport à

la terre qui l'a reçû tout formé, & qui à proprement parler, n'a servi qu'à le dégraisser ou le débarasser des matieres dont il étoit enveloppé.

Et ce qui prouve encore à mon avis trés sensiblement que le Nitre n'est point un Sel minéral, c'est que s'il l'étoit, on le trouveroit dans les entrailles de la terre, comme les Sels de cette espece ; il y en auroit des mines comme il y en a de Sel gemme, de Vitriol, d'Alun ; il y auroit des eaux qui en passant au travers de ces mines nitreuses, emporteroient avec elles un veritable Nitre ou Salpêtre ; ce que nous ne voyons point ; car on ne doit pas regarder comme des eaux veritablement nitreuses, celles à qui l'on donne néanmoins ce nom, & dans lesquelles on ne trouve qu'un Sel alkali, qui ne doit point être confondu avec nôtre Salpêtre, & qui n'a apparemment été appellé Nitre, que parce qu'on s'est imaginé que c'étoit le Nitre des anciens.

C'est vraisemblablement faute d'indice de Nitre dans les entrailles de la terre, qu'aucun Auteur que je sçache ne s'est avisé de faire venir du fond ou du dedans de la terre, le Nitre que nous y trouvons en quelque sorte au dehors, c'est-à-dire, vers sa surface, & en effet rien ne seroit plus naturel que cette opinion, si d'ailleurs elle étoit fondée sur des mines réelles de Nitre. Qu'on trouve, par exemple, du Vitriol sur la terre, on n'est point embarassé si son origine est minérale, parce que les mines de ce Sel en font foi ; mais il n'en est pas de même du Nitre ; & ce qui confirme parfaitement, à mon avis, qu'il ne s'éleve ou ne se sublime pas du fond de la terre vers sa surface, où on a coûtume de le trouver, & où il semble qu'il affecte de se loger ; c'est que dans un canton de terres nitreuses, elles ne devroient pas cesser de l'être à quelques pieds de profondeur ; on devroit au contraire les trouver d'autant plus chargées de Nitre, qu'en enfonçant plus avant en terre, on approcheroit davantage de la source nitreuse, du moins le Ni-

tre ne devroit-il pas manquer tout à coup dans ces terres, dés qu'on y eſt parvenu à une certaine profondeur; au lieu qu'en faiſant venir le Nitre d'une ſource exterieure, c'eſt-à-dire, en le faiſant entrer en terre de dehors en dedans, ou de haut en bas, on conçoit ſi la terre eſt telle qu'elle doit être, & que nous l'avons remarqué au commencement de l'autre Memoire; on conçoit, dis-je, que le Nitre qui s'y engage & qui y décend y eſt bientôt arrêté au paſſage, & ne ſçauroit percer au-delà d'une certaine profondeur, ou du moins s'il y perce, c'eſt en petite quantité, & de maniere que les couches ſuperieures de la terre qui par là ſe trouvent les plus proches de la ſource nitreuſe, font auſſi une proviſion de Nitre plus abondante que les inferieures.

C'eſt apparemment en conſequence de cette remarque, & de quelques obſervations mal entenduës dont il a été parlé, qu'on a eu recours à l'air, comme à une eſpece d'océan nitreux, où on a ſuppoſé que le Nitre étoit auſſi abondant que le Sel commun l'eſt dans la mer. mais quoique ce ſoit qui ait donné lieu à cette fauſſe ſuppoſition, de ce qu'on n'a point trouvé juſques ici de mines veritables de Salpêtre, de ce que l'air n'en doit point être cenſé le magaſin general qui le fournit enſuite aux terres & aux pierres, comme nous l'avons ſuffiſamment prouvé; de ce que le Nitre ne ſe trouve que vers la ſurface de la terre, c'eſt-à-dire, dans les endroits qui ſont en quelque ſorte à portée des matieres vegetales ou animales, ou ſur leſquels ces matieres peuvent aiſément dépoſer leur Nitre, car elles ne pourroient gueres le faire au-delà de ces limites; de ce qu'on ne remarque point que les terres les plus propres à faire proviſion de Nitre, en amaſſent ſans le ſecours ou le mêlange de ces matieres; de ce qu'il eſt certain & averé par l'experience que ces matieres contiennent un veritable Nitre, de ce que celui qu'on trouve ſur les terres & les pierres en différents lieux, différe ſuivant la nature des ſources

dont il a été emprunté, c'eſt-à-dire, que s'il vient d'une matiere animale, il retient le caractere particulier du Nitre qui domine dans les animaux, & il a beſoin de la même manipulation, pour paroître ſous une forme de Salpêtre; au lieu que celui qui vient d'une ſource vegetale eſt comme dans la plante un Salpêtre tout fait, qui n'a pas beſoin pour paroître tel, de la manipulation de l'autre eſpece de Nitre; enfin de toutes ces preuves & obſervations réünies, n'a-t-on pas droit de conclure que tout le Nitre de l'univers vient ou des plantes ou des animaux, & par conſequent que c'eſt eſſentiellement un Sel vegetal ou animal.

Mais, me dira-t-on, les Plantes ne tirant leur nourriture que des ſucs qui leur viennent de la terre, & les animaux vivant des Plantes ou d'autres animaux qui vivent eux-mêmes de Plantes, il eſt clair que les Sels & les autres ſubſtances contenuës dans les Plantes & dans les animaux, ont dû auparavant & en premier lieu habiter dans la terre, & par là ſont originairement minérales; & par conſéquent ſi on trouve du Nitre dans les matieres vegetales & animales, il faut qu'il y ait eu auparavant dans la terre, un Nitre minéral, qui venant enſuite à paſſer dans les Plantes, & des Plantes dans les animaux, eſt celui-là même qu'on y découvre.

On ne peut diſconvenir que les Sels minéraux ne paſſent dans les Plantes, mais on prétend qu'ils ne conſervent pas toûjours la forme particuliere qu'ils avoient dans la terre, & qu'ils en acquerent ſouvent une toute différente qui les rend fort méconnoiſſables de ce qu'ils étoient auparavant. Le Nitre ſe trouve dans ce cas; ſi l'on n'a égard qu'à ſa matiere, elle eſt certainement minérale; mais cette matiere n'a reçû ſa forme nitreuſe, & n'eſt veritablement devenuë Nitre que dans la Plante ou dans l'animal; elle ne l'étoit point auparavant, & c'eſt pour cela qu'on ne trouve point de Nitre ſur la terre, à moins qu'elle n'ait été abreuvée auparavant par quelque ſaumure vegetale ou animale; c'eſt encore pour cela que les entrailles de la ter-

re qui ſont inacceſſibles aux matieres vegetales & animales, & dans leſquelles les Sels veritablement minéraux ſe rencontrent naturellement, ne donnent cependant point de Nitre, & que ce Sel ſe trouve ſeulement dans les endroits qui ſont à portée des matieres dont il s'agit, c'eſt-à-dire, vers la ſurface de la terre, comme nous l'avons déja remarqué ; & quoi-que ce qui a été dit ſuffiſe pour être convaincu que le Nitre ſe forme dans la plante ou dans l'animal, & que c'eſt dans l'un ou dans l'autre de ces corps que ſe fait la converſion ou la métamorphoſe des Sels minéraux en Sels nitreux. Voici encore une obſervation qui me paroît confirmer parfaitement cette verité.

J'ai ſouvent examiné, & encore depuis peu, différentes terres argilleuſes, ſur leſquelles pluſieurs ſortes de Plantes nitreuſes viennent abondamment, telles que la Bouroche, le Pourpier & autres ; & ces terres exemptes du mélange des Plantes pourries & priſes pour cela à une certaine profondeur en terre, ne m'ont donné aucun indice de Nitre, quelque ſoin que je me ſois donné pour le découvir, ſuppoſé qu'il y en eut ; mais ce que j'y ai toujours trouvé, plus ou moins abondamment, ç'a été du Vitriol ordinaire & du Soufre commun veritable qu'on voit ſouvent attaché en aſſés grande quantité au col de la cornuë dans laquelle on a mis la terre en diſtillation : or on ſçait que le Vitriol ordinaire & le Soufre commun ne contiennent qu'un acide vitriolique qui y eſt fort abondant, & par conſequent les Plantes qui ont reçû les ſucs de ces eſpeces de terres, ne devroient contenir que des acides ou des Sels vitrioliques ; cependant il y vient, comme il a été dit, beaucoup de Plantes qui abondent chacune en Salpêtre, duquel on auroit dû au moins trouver une certaine quantité dans la terre, s'il y en avoit eu originairement ; ce qui marque que ces Plantes ont alteré & converti à leur uſage particulier, les ſucs qu'elles ont tiré de la terre, & que ce qui y étoit acide ou Sel vitriolique, eſt devenu dans la Plante acide ou Sel nitreux : & l'on ne

fera point si fort étonné de cette espece de métamorphose, si l'on considere qu'il s'y en fait plusieurs autres tout-à-fait semblables, dont il n'est pas possible de disconvenir.

Par exemple, l'analise des Plantes, & sur tout celle des animaux nous fournit une espece de Sel alkali, extraordinairement volatile, & qui, s'il n'étoit pas alkali dans la Plante ou dans l'animal, avoit du moins une grande disposition à le devenir par un effort assés mediocre, tel qu'est celui qu'on employe pour retirer ces sortes de Sels. Or les matieres minérales ne nous donnent ordinairement point de Sels qui soient, à beaucoup prés, aussi volatiles, & qui ayent une pareille disposition à devenir alkali : au contraire, ceux qu'on retire & seulement encore de quelques-unes de ces matieres & en petite quantité sont des Sels concrets forts acides, plus pesants que le phlegme, & qui ne s'élevent aussi qu'aprés lui, au lieu que les Sels volatiles des Plantes & des animaux sont beaucoup plus legers que ce liquide, & montent aussi auparavant, comme on le reconnoît par leur rectification.

Enfin, sous quelque forme que ces Sels habitent dans les Plantes ou dans les animaux, & quelque altération qu'ils soient capables de recevoir, & qu'ils reçoivent en effet par l'analise, toujours est-il certain que c'est dans le regne vegetal ou animal qu'ils ont été formés, car s'ils l'eussent été dans le regne minéral, dans les matieres, par exemple, qui passent dans les Plantes & qui leur servent de nourriture, il y auroit quelques-unes de ces matieres, qui non-seulement donneroient des Sels aussi volatiles & susceptibles des mêmes altérations, par l'analise ; mais qui fourniroient encore une abondante provision de ces Sels pour répondre par là à la grande quantité qu'on en retire des animaux ; & ce qui me paroît une espece de démonstration que ce n'est point dans le regne minéral, mais dans le regne vegetal ou animal que ces sortes de Sels ont reçû leur forme particuliere, c'est que la plus grande

partie de ceux qu'on retire des animaux, bien loin d'avoir habité auparavant dans quelques matieres minérales, n'habitoient pas même dans les Plantes qui leur ont servi immédiatement de nourriture, comme nous le marquerons plus amplement dans la suite ; & ainsi quoi-que la matiere de ces Sels soit originairement minérale, ils doivent cependant être regardés cnmme des Sels vegetaux ou animaux par rapport à la forme particuliere qu'ils ont acquise dans l'un ou l'autre de ces corps.

En un mot, tous les sucs minéraux qui passent dans les Plantes, y reçoivent toûjours par la fermentation, une altération qui les déguise plus ou moins, & c'est pour cela que les analises des vegetaux différent ordinairement si fort de celles des minéraux par la nature & le caractere particulier des substances qu'on retire des uns & des autres, & qui peuvent quelquefois servir à nous faire distinguer si une matiere dont on ignore l'origine est ou minérale ou vegetale, ou animale : & quoi-que les analises vegetales & animales ayent un plus grand rapport entr'elles que n'en ont celles des minéraux & des vegetaux ; elles ont cependant aussi leurs différences particulieres, & ainsi si l'on veut raisonner juste, la terre, les vegetaux & les animaux doivent être regardés comme trois especes de laboratoires naturels, dans lesquels les mêmes matieres prennent différentes formes : dans les minéraux, par exemple, les acides sont ordinairement moins enveloppés & plus faciles à en être séparés avec toute leur force : dans les vegetaux, ces acides sont plus engagés, mais ils le sont encore infiniment davantage dans les animaux, où il semble que la nature ait pris un soin particulier de lier & de garoter ces acides, parce que quand ils sont plus développés, ils ne manquent pas d'épaissir toutes nos liqueurs, & de causer par là différentes especes de maladies.

On peut dire encore que ce qui n'a pû se faire dans la Plante, ou du moins ce qui n'y a été que commencé ou ébauché, s'acheve & se perfectionne souvent dans l'ani-

mal. Les Plantes, par exemple, ne convertiſſent pas en Sel volatile, tout ce qui eſt capable chés elles de prendre cette forme; il y en a de certaines qui contiennent une mediocre quantité de ce Sel; d'autres n'en donnent point ou preſque point, mais toutes abondent en Sel fixe; au lieu que les animaux qui ont vêcû de toutes ces Plantes, abondent en Sels volatiles, & ne contiennent preſque point de Sel fixe, ce qui fait bien voir que ce qui étoit Sel fixe dans les Plantes, eſt devenu Sel volatile dans les animaux, où l'on ne manque point de trouver ce Sel qui ſouvent ne ſe trouve point dans les Plantes; de même auſſi il y a pluſieurs Plantes qui donnent beaucoup de Nitre ou Salpêtre, & d'autres qui n'en donnent point d'indice; mais on en trouve dans tous les animaux, du moins tous ceux ſur leſquels j'ai travaillé n'ont pas manqué de m'en donner: ce qui pourroit donner lieu de croire que ce qui n'a pû acquerir dans les Plantes toute la forme requiſe pour devenir Nitre, l'acquert dans les animaux; mais cette obſervation demande une nouvelle vérification, particulierement de la part de pluſieurs Plantes, qui, quoiqu'elles ne donnent point de certains indices de Salpêtre, pourroient cependant bien en contenir.

Nous finirons ce Memoire par quelques réflexions ſur deux proprietés particulieres aux acides nitreux; l'une c'eſt que quand ils ſont engagés dans pluſieurs ſortes de matieres, la criſtalliſation qui en réſulte, repreſente ſouvent & ſi exactement des figures de Plantes, qu'en vertu de la reſſemblance, on a crû pouvoir lui donner le nom de vegetation chimique ou artificielle; nous trouvons aſſés ſouvent un exemple de cette eſpece de vegetation dans la purification du Salpêtre ordinaire, dont les criſtaux longs & ſolides, privés de l'humidité aqueuſe qui les tenoit diſſous, s'arrangent quelquefois naturellement, & ſi bien en ſe précipitant & ſe condenſant, qu'ils forment alors des eſpeces de branchages ou une figure de Plante, qu'on diroit avoir crû & vegeté au fond du vaiſſeau où ſe fait

l'opération : mais où ce phénoméne eſt bien plus commun & paroît avec bien plus de diſtinction & de reſſemblance, c'eſt dans le mêlange de l'acide nitreux avec certains métaux, comme avec le Mercure & l'Argent, ce qui produit l'arbre de Diane ; ou avec le Fer, ce qui donne lieu à l'arbre de Mars que j'ai découvert & donné au public en 1706. or on n'a point encore remarqué que les acides minéraux fiſſent rien de ſemblable en pareil cas : & quelque tentative que j'aye faite pour en venir à bout, en employant différentes ſortes de matrices, je n'ai jamais pû y réuſſir, & je n'ai fait avec ces ingrediens que des criſtalliſations informes, & qui, pour parler plus juſte, n'ont été que de ſimples criſtalliſations.

L'autre proprieté des acides nitreux, c'eſt que quand avec un Sel fixe ou volatile, ils forment l'une ou l'autre eſpece de Nitre naturel dont il a été parlé, ils contribuent en cet état trés efficacement à la vegetation & à l'accroiſſement des Plantes. Si on diſſout, par exemple, du Salpêtre dans de l'eau, & qu'on arroſe des Plantes avec cette liqueur, elles croîtront infiniment mieux que ſi on ſe fût ſervi d'eau pure, ou qu'au lieu de Salpêtre on eut employé quelques-uns de nos Sels minéraux comme le Sel marain, l'Alun, qui ſouvent bien loin de favoriſer la vegetation des Plantes, l'empêchent ou la retardent plus ou moins ſuivant leur quantité.

A l'égard du Sel armoniac nitreux, comme cette eſpece de Nitre naturel réſide abondamment dans les matieres animales en general, & en particulier dans celles dont on a coûtume de ſe ſervir pour fumer les terres, il y a tout lieu de croire que ſi ces matieres avancent & hâtent ſi fort la vegetation des Plantes, leur Nitre a une trés grande part à cet effet, qui même n'eſt auſſi prompt & auſſi conſiderable qu'on le remarque, que par la quantité de ce Nitre, qui entrant à la fois & en foule dans toutes les fibres de la plante, les oblige bientôt à s'étendre & à ſe dilater juſqu'à un certain point.

Mais il y a une remarque à faire au ſujet du Nitre que les matieres animales fourniſſent aux Plantes ; c'eſt que quoi-que la plus grande partie de celui que contiennent ces matieres, y ſoit ſous la forme d'un Sel armoniac nitreux, cependant on ne le trouve plus ou preſque plus ſous cette forme dans les Plantes, mais ſous celle d'un veritable Salpêtre, ce qui donne lieu de juger que le Nitre animal ou le Sel armoniac nitreux en entrant dans les Plantes, ou peu de temps aprés qu'il y eſt entré, ſe convertit en Salpêtre, comme le Salpêtre des Plantes en paſſant dans les animaux devient bientôt aprés un Sel armoniac nitreux.

Pour expliquer ce phénomene ou cette eſpece de métamorphoſe, on dira peut-être que le Sel armoniac nitreux en entrant dans la Plante y trouve des Sels fixes alkalis qui ſe joignant à l'acide nitreux, font lâcher priſe aux Sels volatiles dont le Sel armoniac étoit compoſé, & forment avec cet acide un nouveau Sel ſalé comme il arrive toûjours en pareil cas, & entr'autres dans l'opération ordinaire de l'eſprit de Sel armoniac, où le Sel de Tartre qu'on employe ſe joint de même à l'acide du Sel, & donne lieu par là au Sel volatile de s'élever ; nous retrouvons la même manœuvre dans une autre opération qui vient encore mieux à nôtre ſujet ; c'eſt quand on veut faire du Salpêtre avec des matieres animales, pour leſquelles il faut neceſſairement employer un Sel fixe, qui ſaiſit auſſi l'acide nitreux dont le Sel volatile étoit en poſſeſſion, & change par là le Sel armoniac nitreux en Salpêtre.

Mais quoi-que cette maniere de convertir une eſpece de Nitre dans une autre, ſoit tout à-fait naturelle & fondée ſur l'expérience, elle ne laiſſe pas de ſouffrir quelques difficultés par rapport aux Plantes; car 1°. on ne voit pas trop ce qu'y deviendroit le Sel volatile qui auroit été mis en liberté par l'union de l'acide nitreux avec un Sel fixe alkali, & les Plantes qui auroient reçû beau-

coup de Nitre de cette espece, c'est-à-dire, qui seroient venuës sur des terres ou des matieres animales propres à les fumer, n'auroient pas été épargnées : ces Plantes, dis-je, devroient donner par l'analise une grande quantité de Sels volatiles, ce qu'elles ne sont néanmoins point: 2°. on ne conçoit pas aisément comment le Nitre animal en entrant dans une Plante, y trouveroit à point nommé des Sels fixes alkalis, qui l'attendroient au passage pour lui dérober son acide; & en effet quand nous examinerons ce qui doit véritablement passer pour la matrice propre du Salpêtre & du Sel armoniac nitreux, c'est-à-dire, si à proprement parler, ce sont des Sels alkalis fixes & volatiles; nous ferons voir pour lors que ces Sels ne sont pas dans la Plante & dans l'animal sous la forme d'un Sel alkali, mais sous celle d'un Sel salé ou acide concret, & qu'ils ne deviennent ensuite alkalis que parce que les moyens dont on se sert pour les retirer, donnent lieu à une portion de leurs acides de s'en dégager, & qu'ainsi tous ces Sels alkalis ne sont que des Sels concrets à demi décomposés, & qui n'ont véritablement souffert d'autre altération que celle de la perte d'une portion de leurs acides, puisqu'en leur rendant ces acides on les rétablit dans leur premier état.

Cela étant, on voit d'autant moins comment les Plantes pourroient naturellement fournir au Nitre animal le Sel fixe alkali dont il auroit besoin pour prendre la forme du Salpêtre; de plus il suivroit en quelque sorte de cette hypothese, que le Nitre vegetal ou le Salpêtre qui passe dans les animaux, y deviendroit Sel armoniac nitreux par la même mécanique qui convertit dans les Plantes le Nitre animal en Salpêtre, c'est-à-dire, parce que des Sels volatiles attendroient de même au passage le Salpêtre, & s'empareroient de son acide, comme on suppose qu'un Sel fixe s'empare dans les Plantes de l'acide du Nitre animal. Mais l'expérience ne nous prouve pas qu'un Sel volatile dégage & enleve les acides engagés dans un Sel fixe,

comme un Sel fixe enleve ceux qui tiennent à un Sel volatile : d'ailleurs que deviendroient alors les prétendus Sels fixes alkalis du Nitre vegetal qui dans leur nouveau séjour auroient été dépoüillés d'une partie de leurs acides, & qui dans les animaux, par exemple, qui ne vivent que de Plantes, devroient faire une somme de Sel fixe trés considérable sans qu'on pût dire qu'elle s'échappe par différentes voyes, puisqu'en analisant les urines, les excrements & les autres sucs qui se séparent de ces animaux, on y trouve toûjours trés peu de Sel fixe, mais beaucoup de Sel volatile.

Enfin pour suivre une hypothese qui rende également raison de l'une & de l'autre conversion naturelle, du Salpêtre en Sel armoniac, & du Sel armoniac nitreux en Salpêtre ; il faut concevoir que quand le Nitre animal passe dans les vegetaux, ou que le Nitre vegetal passe dans les animaux, l'acide nitreux dans chacun de ces cas ne quitte pas sa matrice pour en prendre une autre dans sa nouvelle habitation ; mais que la matrice qu'il avoit devient fixe ou volatile, suivant le lieu & les altérations qu'elle y souffre par la fermentation : elle devient fixe, par exemple, quand elle s'unit à de nouvelles parties terreuses, & elle devient volatile quand elle dépose une certaine quantité de parties terreuses, à la place desquelles il lui vient des parties huileuses : & cette supposition non-seulement nous sauve l'embarras de ce que devient le Sel fixe du Salpêtre dans les animaux, & le Sel volatile du Sel armoniac nitreux dans les vegetaux ; mais elle s'accorde encore parfaitement avec l'observation que nous avons déja rapportée, sçavoir que ce qui étoit Sel fixe dans les Plantes, ne se retrouve plus, du moins pour la plus grande partie, sous la même forme dans les animaux qui ont vêcû de ces Plantes, mais est devenu un véritable Sel volatile.

Pour revenir presentement aux proprietés de l'acide nitreux, par rapport aux vegetations naturelles & à celles de

l'art

l'art ou de la Chimie, quand aprés avoir consideré ces proprietés on vient à faire réflexion que le regne vegetal est le lieu naturel où les acides minéraux reçoivent une forme nitreuse, d'où dépendent toutes les proprietés particulieres aux acides nitreux, & que si quelques acides minéraux ne deviennent tout-à fait nitreux que dans le regne animal, ils ont toûjours été préparés jusqu'à un certain point dans les Plantes où ils ont habité en premier lieu, & où il y a lieu de croire qu'ils ont reçû une modification considérable ; on est tenté de croire que c'est à ces mêmes Plantes que l'acide nitreux doit en quelque sorte le secret d'exciter ensuite la vegetation d'autres Plantes, & de faire des especes de Plantes chimiques ou artificielles : cependant il n'est pas facile de déterminer quelle est la modification particuliere qu'a acquis l'acide nitreux dans la Plante, & qui l'a rendu propre aux deux effets dont il a été parlé ; seroit-ce qu'il auroit reçû & conservé une espece d'empreinte des fibres de la Plante, qui l'a contenu un certain tems ? & que quand il s'engage ensuite dans quelques corps métalliques, chaque portion de métal qui enveloppe l'acide, s'y applique de maniere qu'elle ne fait que grossir la figure naturelle de l'acide, & la rendre plus sensible ? & comme toute matiere n'est pas également propre à s'appliquer exactement, &, comme il a été dit, sur l'acide nitreux, toute matiere ne fait pas aussi avec cet acide une vegetation distincte : mais cette explication est sujette à plusieurs difficultés qu'il ne seroit pas facile de résoudre, & aux quelles nous n'entreprendrons point aussi de répondre.

Enfin, pour ce qui regarde le développement & l'accroissement des Plantes que l'une & l'autre espece de Nitre naturel excitent si efficacement ; on peut dire, à mon avis, avec quelque vraisemblance, que comme la plus grande partie du Nitre qui se trouve dans les Plantes, y est sous la forme du Salpêtre, quand on arrose les Plantes avec une liqueur chargée du même Sel, il doit s'insinuer

d'autant plus aisément dans toutes leurs fibres, & contribuer par là d'autant mieux à leur extension, qu'ayant déja habité sous cette même forme dans d'autres Plantes, & y ayant été moulé, il a acquis par là une convenance & une proportion plus particuliere qu'aucun autre Sel avec la figure naturelle des fibres des vegetaux : de plus, nous sçavons qu'un trés grand nombre de Plantes ont un besoin indispensable de Salpêtre pour leur vegetation, puisqu'elles en contiennent toutes beaucoup qu'elles ont fabriqué elles-mêmes pour leur propre usage, suivant ce qui a été dit : & ainsi quand on leur offre du Salpêtre tout fait, on leur sauve le tems qu'elles auroient employé à le former, & on hâte par là considérablement leur vegetation.

A l'égard du Sel armoniac nitreux qui passe des matieres animales dans les Plantes ; comme cette espece de Nitre ne tarde guere à y devenir Salpêtre, c'est aussi comme lui & de la même maniere qu'il y agit. On peut dire encore que comme beaucoup de Plantes contiennent un véritable Sel armoniac nitreux, qui est aussi de leur façon, ce Sel a par lui-même & par sa propre forme un rapport particulier avec les fibres des vegetaux.

DES MOUVEMENTS APPARENTS DES PLANETES,

Et de leurs Satellites à l'égard de la Terre.

Par M. CASSINI.

7. Aoust 1717.

LA révolution du Soleil autour de la Terre, ou bien celle de la Terre autour du Soleil se fait suivant le plan de l'Ecliptique. Les révolutions des autres Planetes se font suivant des plans differemment inclinés à celui de

l'Ecliptique, & qui la coupent en deux points opposés qui sont particuliers à chaque Planete, & qu'on appelle nœuds. Celui où se trouve la Planete lorsqu'elle passe de l'Hemisphere Meridional dans l'Hemisphere Septentrional, s'appelle le Nœud Ascendant; & le point de l'autre intersection se nomme le Nœud Descendant.

L'Orbite de la Lune est comme l'on sçait, inclinée au plan de l'Ecliptique d'environ 5 degrés, & son plan passe par le centre de la Terre. L'intersection de ce plan avec celui de l'Ecliptique a un mouvement propre de 3′ 11″ par jour de l'Orient vers l'Occident; de sorte que ses nœuds répondent successivement à tous les degrés de l'Ecliptique, & font une révolution autour de la Terre dans l'espace d'environ 19 années.

A l'égard des autres Planetes, elles font leurs révolutions sur des Orbites, dont les plans, de même que celui de l'Ecliptique, passent par le centre du Soleil. Le plan de l'Orbite de Saturne est incliné à l'Ecliptique de 2ᵈ 33′ 30″, & la coupe presentement au 22ᵉ degré de l'Ecrevisse & du Capricorne. Celui de Jupiter est incliné à l'Ecliptique de 1ᵈ 19′ 40″, & la coupe au 7ᵉ degré des mêmes signes. Celui de Mars est incliné à l'Ecliptique de 1ᵈ 51′ 0″, & la coupe au 17ᵉ degré du Taureau & du Scorpion. Celui de Venus est incliné à l'Ecliptique de 3ᵈ 23′ 0″, & la coupe au 14ᵉ degré des Gemeaux & du Sagitaire. Enfin celui de Mercure lui est incliné de 6ᵈ 52′ 0″, & la coupe au 15ᵉ degré du Taureau & du Scorpion.

Le centre de la Terre étant dans le plan de l'Orbite de la Lune, la section circulaire de ce plan dans le disque de la Lune nous est representée en forme d'une ligne droite qui passe par le centre de la Lune. Cette ligne est inclinée de 5 degrés au plan de l'Ecliptique, lorsque la Lune est dans ses nœuds. Cette inclinaison diminuë à mesure que cette Planete s'éloigne de ses nœuds jusqu'à la distance de trois signes, où la section de l'Orbite de la Lu-

ne dans ſon diſque devient parallele au plan de l'Eclip-tique.

Les mêmes apparences arrivent aux Planetes principales vûës du Soleil. Les ſections circulaires que les plans de leur Orbite font dans le diſque des Planetes, ou bien dans les Orbes des Satellites qui leur ſont concentriques, forment à ſon égard des lignes droites, qui ſont inclinées à l'Ecliptique le plus qu'il eſt poſſible, lorſque ces Planetes ſont dans leurs nœuds, & qui lui deviennent paralleles lorſqu'elles ſont éloignées de leurs nœuds à la diſtance de trois ſignes.

Il n'en eſt pas de même des Planetes vûës l'une de l'autre, & principalement de la Terre à laquelle nous avons beſoin de rapporter tous les mouvements des corps celeſtes. Le plan de leur Orbite ne paſſe par le centre de la Terre, que dans le temps qu'elle ſe rencontre dans l'interſection de ce plan avec l'Ecliptique, d'où il ſuit que dans toutes les autres ſituations, la Terre eſt élevée au deſſus de l'Orbite d'une Planete vers le Septentrion ou vers le Midi. La ſection circulaire du plan de l'Orbite d'une Planete dans ſon diſque, ou bien dans l'Orbe d'un de ſes Satellites, ne paroît donc plus en forme d'une ligne droite, mais elle nous eſt repreſentée ſous la figure d'une Ellipſe plus ou moins ouverte, ſuivant que la Terre eſt plus ou moins élevée ſur le plan de l'Orbite
(*v. Fig. 1.*) de la Planete. Pour la déterminer, il faut imaginer deux rayons *AC*, *CB* dont l'un va de nôtre œil *C* au point *B*, de la ſection circulaire qui eſt le plus prés de nous, & l'autre au point *A* diametralement oppoſé qui en eſt le plus éloigné. Ces rayons comprennent dans la ſurface ſpherique de la Planete ou de l'Orbe d'un Satellite un arc *DB* dont la corde *DB* eſt au diametre *AB* de la ſection circulaire de l'Orbite de la Planete comme le petit diametre de l'Ellipſe qui repreſente cette ſection à ſon grand diametre. Cet arc *DB* meſure le double de l'angle *CAB* de l'élevation de l'œil ſur le plan de l'Orbite vûë de la

Planete, qui eſt repreſentée par conſequent par le petit demi-diametre de cette Ellipſe. Il réſulte de là que ſi le mouvement des Satellites ſe faiſoit ſuivant le plan de l'Orbite de la Planete qu'ils accompagnent, l'élevation de l'œil ſur ce plan vûë de la Planete ſeroit la meſure du petit diametre de l'Ellipſe qu'ils paroîtroient décrire par leur révolution. On les verroit, lorſque le Soleil & la Terre ſont dans les nœuds de la Planete, décrire des lignes droites paralleles à l'Orbite, qui ſe changeant en Ellipſe s'élargiroient de plus en plus juſqu'à ce que le Soleil & la Terre en fuſſent éloignés de trois ſignes, & qui n'auroient d'autre transformation que celle qui dépend du retour du Soleil & de la Terre aux nœuds de la Planete.

Mais ſi le mouvement des Satellites ne ſe fait pas ſuivant le plan de l'Orbite de la Planete, mais ſuivant un plan qui lui eſt incliné, alors les Ellipſes que les Satellites paroiſſent décrire ſont ſujettes à des variations qui ſont produites par deux cauſes, dont l'une dépend de l'élevation de l'œil ſur le plan de l'Orbite, & l'autre de l'élevation de l'œil ſur le plan incliné du Satellite. La premiere a pour periode le retour de la Terre à l'un des nœuds de la Planete, & la ſeconde le retour de la Planete à l'un des nœuds du Satellite.

DE LA SITUATION DES NOEUDS des Satellites de Saturne.

APrés avoir conſideré en general les apparences des Orbes des Satellites à l'égard de la Terre, nous avons crû devoir en faire l'application aux Satellites de Saturne, & propoſer la méthode de trouver le vrai lieu de leurs nœuds, lorſque leurs cercles ſont vûs de la Terre en ligne droite.

On ſçait que l'Anneau de Saturne & les cercles que les Satellites décrivent par leur révolution, nous ſont repreſentés le plus ſouvent en forme d'Ellipſe qui s'élargiſſent

& se rétrecissent successivement & se transforment enfin en une ligne droite; ensorte que l'Anneau qui est fort mince, cesse entierement de paroître.

Ces apparences servent à trouver la situation des nœuds du plan de l'Anneau de Saturne, & des cercles de ses Satellites, & leur inclinaison à l'égard de l'Orbite de cette Planete.

Si ces nœuds étoient les mêmes que ceux de l'Orbite de Saturne qui sont presentement au 22e degré de l'Ecrevisse & du Capricorne, cette Planete étant dans ses nœuds vers le tems de ses conjonctions ou oppositions que la Terre est à peu-prés dans les mêmes degrés du Zodiaque, l'Anneau cesseroit de paroître, & les quatre Satellites qui sont dans le même plan, décriroient des lignes droites en apparence. Mais comme vers ces tems-là, l'Anneau de Saturne aussi-bien que les cercles des quatre Satellites qui sont le plus prés de lui, paroissent en forme d'Ellipses assés larges; pour déterminer leurs nœuds, on a consideré les tems où l'Anneau cesse de paroître, ce qui arrive par deux causes, dont la premiere est lorsque le Soleil se trouve dans la direction de ce plan prolongé; car alors la lumiere du Soleil n'éclairant que son épaisseur qui est trop mince pour être apperçûë, il disparoît entierement, & le vrai lieu du nœud de cet Anneau où l'intersection de son plan avec l'Orbite de Saturne est précisément le même que le vrai lieu de cette Planete vû du Soleil qu'on trouve aisément par les Tables Astronomiques.

La seconde cause qui fait disparoître l'Anneau, est lorsque la Terre se trouve dans la direction de son plan prolongé. Car alors cet Anneau n'étant vû de la Terre que par son épaisseur, il doit cesser entierement de paroître, quoi-que le Soleil puisse éclairer une de ses surfaces.

Si la Terre se trouvoit alors prés des nœuds de l'Orbite de Saturne, l'Anneau seroit aussi dans ses propres nœuds, de même que les cercles de quatre premiers Satellites

qui font dans le même plan & qu'on voit alors décrire des lignes droites. Mais comme il arrive fouvent que la Terre fe trouve dans ce tems-là éloignée des nœuds de l'Orbite de Saturne, auquel cas elle eft élevée fur le plan de cette Orbite vers le Midi ou vers le Septemtrion, on cherchera pour le tems de l'Obfervation le vrai lieu du Soleil dont l'oppofite eft le vrai lieu de la Terre.

On prendra la diftance de la Terre au nœud de Saturne qui en eft le plus proche, & on fera comme le finus total eft au finus de 2ᵈ 33′ inclinaifon de l'Orbite de Saturne par rapport à l'Ecliptique, ainfi le finus de la diftance de la Terre à l'un des nœuds de Saturne, eft à l'élevation de l'œil fur le plan de l'Orbite vûë du Soleil, laquelle eft vers le Midi, lorfque la diftance de la Terre au nœud afcendant de Saturne eft depuis o jufqu'à 6 fignes, & qui eft vers le Septemtrion lorfque cette diftance eft depuis 6 jufqu'à 12 fignes.

On prendra enfuite dans les Tables le rapport de la diftance de la Terre à Saturne à la diftance de la Terre au Soleil, dont la moyenne eft environ comme 10 à 1, & on fera comme la diftance de la Terre à Saturne eft à la diftance de la Terre au Soleil, ainfi le Sinus de l'élevation de l'œil fur le plan de l'Orbite vûë du Soleil eft au finus de l'élevation de l'œil vûë de Saturne. Cette élévation mefure le petit demi-diametre d'une Ellipfe qui reprefente dans l'Orbe des Satellites un cercle couché fur l'Orbite de Saturne.

Pour trouver prefentement l'élevation de l'œil fur le plan des cercles des Satellites qui font inclinés à l'Orbite d'une certaine quantité, on fera comme le S. T. eft au finus du complement de l'inclinaifon des cercles des Satellites par rapport à l'Orbite, ainfi le finus de l'élevation de l'œil vûë de Saturne eft au finus de l'élevation de l'œil fur le plan des cercles des Satellites vûë de cette Planete, qui eft la mefure du petit demi-diametre des Ellipfes qui reprefentent ces cercles, lorfque les Satellites font dans leurs

nœuds, & que la Terre eſt élevée ſur le plan de l'Orbite d'une certaine quantité.

Ces Ellipſes ſont ſemblables à celles que les cercles des Satellites, vûs de la Terre en ligne droite, repreſenteroient à nôtre œil, ſi la Terre étoit placée ſur l'Orbite perpendiculairement au-deſſus ou au-deſſous de l'endroit où elle eſt alors dans l'Ecliptique; d'où il ſuit que lorſque la Terre eſt élevée ſur le plan de l'Orbite vers le Midi, nôtre œil placé ſur l'Orbite ſeroit élevé ſur le plan du cercle du Satellite vers le Septemtrion, & que par conſéquent la partie ſuperieure de l'Ellipſe qui repreſente le cercle du Satellite déclineroit vers le Septemtrion. Tout au contraire, ſi la Terre eſt élevée ſur le plan de l'Orbite vers le Septemtrion, il ſuit que nôtre œil placé ſur l'Orbite ſeroit élevé ſur le plan du cercle du Satellite vers le Midi, & que la partie ſuperieure de l'Ellipſe déclineroit vers le Midi. Dans ces deux cas, ſi l'élevation de l'œil ſur le plan de l'Orbite eſt contraire à la déclinaiſon de la partie ſuperieure de l'Ellipſe du Satellite qu'on avoit obſervée auparavant, c'eſt une preuve que le Satellite n'eſt pas encore arrivé à ſon nœud; mais ſi elle eſt conforme, c'eſt une marque qu'il les a paſſés d'une certaine quantité qu'on déterminera en faiſant comme le ſinus de l'inclinaiſon du cercle du Satellite eſt au S. T. ainſi le ſinus de l'élevation de l'œil ſur le plan du cercle du Satellite vûë de la Planete eſt au ſinus de la diſtance du Satellite à ſon nœud.

EXEMPLE I.

Ayant trouvé par les Obſervations du mois de Mai de l'année 1714, que le 5e Satellite de Saturne avoit parû décrire une ligne droite, & avoit paſſé prés du centre de cette Planete le 7 du même mois, ayant auſſi obſervé le mouvement apparent de Saturne par rapport à une Etoile fixe & trouvé que ſa route *CD* (*v. Fig.* 2.) étoit inclinée à la route *AB* du Satellite de 17 degrés vers l'O-
rient

rient vers le Midi, on cherche le vrai lieu du nœud de ce Satellite, & la véritable inclinaiſon de ſon cercle par rapport à l'Orbite de cette Planete.

On cherchera d'abord dans les Ephemerides, ou bien l'on calculera par les Tables Aſtronomiques la vraie longitude de Saturne, & ſa latitude pour le 29 Mai & le 3 Juin 1714, jours auſquels on a obſervé la ſituation de Saturne par rapport à une Etoile fixe. On prendra pour cet intervalle de tems la difference en longitude, qui eſt de 13′ 42″, & la difference en latitude qui eſt de 30′, & on décrira par ce moïen une portion de l'Ecliptique *EI* qu'on trouvera décliner de la route *CD* de Saturne de deux degrés de l'Orient vers le Septemtrion, à cauſe que la déclinaiſon Septemtrionale de Saturne va en diminuant; les retranchant de 17^{d} inclinaiſon de la route de ce Satellite à celle de Saturne, on aura l'inclinaiſon de la route de ce Satellite par rapport à l'Ecliptique de 15^{d}. On cherchera le vrai lieu de Saturne pour le 7 Mai 1714 qui étoit au 5e degré de la Vierge, & on prendra ſa diſtance au 22e degré de l'Ecreviſſe, qui eſt le lieu du nœud Aſcendant de ſon Orbite. On fera enſuite comme le S. T. eſt au ſinus de complement de 43^{d} diſtance de Saturne à ſon nœud Aſcendant, ainſi la tangente de 2^{d} 33′ inclinaiſon de l'Orbite à l'égard de l'Ecliptique eſt à la tangente de 1^{d} 52′ inclinaiſon apparente de l'Orbite par rapport à l'Ecliptique qui eſt de l'Orient vers le Septemtrion, lorſque la diſtance de la Planete à ſon nœud Aſcendant eſt depuis 0 juſqu'à 3 ſignes, & depuis 9 juſqu'à 12 comme dans cet exemple, & qui eſt de l'Orient vers le Midi, lorſque cette diſtance eſt depuis 3 juſqu'à 9 ſignes.

Retranchant cet angle qui eſt de 1^{d} 52′ de l'inclinaiſon de l'Ecliptique à l'égard de la route du Satellite qu'on a trouvée de 15 degrés de l'Orient vers le Midi, & qui eſt meſurée par l'arc *AE*, on aura l'arc *AO* de l'inclinaiſon veritable du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite de Saturne de l'Orient vers le Midi de 13 degrés & 8 minutes.

On prendra ensuite le vrai lieu du Soleil pour le 7 Maî, qui étoit alors au 17e degré du Taureau; on aura donc le vrai lieu de la Terre qui est à l'opposite au 17e degré du Scorpion.

Si l'on en retranche le vrai lieu du nœud de Saturne qui est au 22e degré de l'Ecrevisse, on aura la distance de la Terre au nœud Ascendant de Saturne de 3 signes 25 degrés dont le supplement 2 signes 5 degrés est sa distance au nœud descendant. On fera ensuite comme le S. T. est au sinus de l'inclinaison de l'Orbite de Saturne qui est de $2^d\ 30'\ 40''$, ainsi le sinus de 65^d distance de la Terre au nœud descendant de Saturne est au sinus de l'élevation de l'œil sur le plan de l'Orbite vûë du Soleil qu'on trouvera de $2^d\ 18'\ 47''$, & qui est vers le Midi, à cause que la distance de la Terre au nœud Ascendant de Saturne est depuis o jusqu'à 6 signes.

On prendra ensuite dans les Tables le logarithme de la distance de la Terre à Saturne qui est de 595286, & celui de la Terre au Soleil qui est de 500454 & on fera comme la distance de la Terre à Saturne est à la distance de la Terre au Soleil, ainsi le sinus de $2^d\ 18'\ 47''$ élevation de l'œil vûë du Soleil est au sinus de $15'\ 37''$ élevation de l'œil sur le plan de l'Orbite vûë de Saturne.

On fera ensuite comme le S. T. est au sinus de $76^d\ 52'$ complement de l'inclinaison du cercle du 5e Satellite qu'on a trouvée de $13^d\ 8'$; ainsi le sinus de $15'\ 37''$ élevation de l'œil sur le plan de l'Orbite est au sinus de $15'\ 20''$ élevation de l'œil sur le plan du cercle du 5e Satellite. Enfin on fera comme le sinus de $13^d\ 8'$ inclinaison du cercle du 5e Satellite est au S. T, ainsi le sinus de $15'\ 20''$ élevation de l'œil sur le cercle du 5e Satellite est au sinus de $1^d\ 20'\ 25''$ distance de Saturne au vrai lieu du nœud de ce Satellite, qu'il faut retrancher du vrai lieu de Saturne qui étoit le 7 Mai 1715, à $4^d\ 40'$ de la Vierge, à cause que l'élevation de l'œil sur le

plan de l'Orbite étoit vers le Midi, & que dans les Observations precedentes, la partie ſuperieure du cercle de ce Satellite paroiſſoit décliner du centre de Saturne vers le Midi, & on aura le vrai lieu du nœud du 5e Satellite à 3d 20' de la Vierge.

EXEMPLE II.

L'Anneau de Saturne ayant ceſſé de paroître le 20 Octobre de l'année 1714, & ayant obſervé alors que les quatre premiers Satellites décrivoient des lignes droites, on cherche le vrai lieu du nœud de l'Anneau & des cercles de ces Satellites.

Le vrai lieu du Soleil étant le 20 Octobre 1714 au 27e degré de la Balance, on aura le vrai lieu de la Terre au 27e degré du Belier. Si l'on en retranche le vrai lieu du nœud de Saturne qui eſt au 22e degré de l'Ecreviſſe, on aura la diſtance de la Terre au nœud Aſcendant de Saturne de 9 ſignes 5 degrés. On fera enſuite comme le S. T. eſt au ſinus de 2d 33' 30" inclinaiſon de l'Orbite de Saturne; ainſi le ſinus de 85d diſtance de la Terre au nœud Aſcendant de Saturne eſt au ſinus de 2d 33' élevation de l'œil ſur le plan de l'Orbite vûë du Soleil qui eſt vers le Septemtrion, à cauſe que la diſtance de la Terre au nœud de Saturne eſt depuis 6 juſqu'à 12 ſignes. On fera enſuite comme la diſtance de la Terre à Saturne eſt à la diſtance de la Terre au Soleil, c'eſt-à-dire, comme 10 eſt à 1, ainſi le ſinus de 2d 33' eſt au ſinus de 15' 18" élevation de l'œil ſur le plan de l'Orbite vûë de Saturne.

Connoiſſant enſuite l'inclinaiſon veritable des cercles des Satellites & du plan de l'Anneau par rapport à l'Orbite qui a été determinée par diverſes Obſervations de 31 degrés; on fera comme le S. T. eſt au ſinus du complement de 31 degrés, ainſi le ſinus de 0d 15' 18" élevation de l'œil ſur le plan de l'Orbite vûë de Saturne eſt au ſinus de 13' 7" élevation de l'œil ſur le plan de l'Anneau & des cercles des Satellites vûë de Saturne.

Enfin on fera comme le ſinus de 31 degrés eſt au S. T, ainſi le ſinus de 13′ 7″ eſt au ſinus de 25′ 28″ diſtance de Saturne au vrai lieu du nœud de l'Anneau & des 4 premiers Satellites qu'il faut ajoûter au vrai lieu de Saturne qui étoit le 20 Octobre 1714 à 20ᵈ 1′ de la Vierge, à cauſe que l'élevation de l'œil ſur le plan de l'Orbite eſt vers le Septemtrion, & que dans les Obſervations precedentes, la partie ſuperieure de l'Anneau & des cercles des 4 premiers Satellites déclinoit du centre de Saturne vers le Midi, & on aura le vrai lieu du nœud de l'Anneau & de ces Satellites à 20ᵈ 26′ de la Vierge.

Le vrai lieu du nœud des Satellites étant connu, auſſi-bien que l'inclinaiſon des cercles de leurs révolutions par rapport à l'Orbite de la Planete qu'ils accompagnent; Déterminer dans tous les tems la figure des Ellipſes qu'ils paroiſſent décrire autour de la Planete, & leur inclinaiſon apparente à l'égard de cette Orbite.

(*v. Fig. 3.*) Soit dans l'Orbe de la Planete, une ſection circulaire *BPbp*, qui paſſe par le Pole *P* de l'Orbite, & eſt perpendiculaire au rayon qui va du centre de l'Orbite au nœud du Satellite. *PCp*, une autre ſection circulaire qui paſſe par le Pole *P* de l'Orbite & le nœud *C* du Satellite, dont le plan prolongé paſſant par nôtre œil nous eſt repreſenté en forme d'une ligne droite. *BCb* une autre ſection circulaire perpendiculaire au diametre *PCp*, qui repreſente le plan de l'Orbite de la Planete que l'on ſuppoſe être en *R* & que nous voyons en forme d'une ligne droite, lorſque nôtre rayon viſuel eſt ſur ce plan. Ayant pris les arcs *AB*, *PL* égaux à l'inclinaiſon veritable du cercle d'un Satellite par rapport à l'Orbite, ſoient menés les deux diametre *ACal* & *LC* qui ſe coupent à angles droits, dont *ACa* repreſente une ſection circulaire qui eſt dans le plan du cercle de ce Satellite, & *LCl* une ſection circulaire qui paſſe par les Poles du cercle du Satellite, & par ſon

nœud *C;* & des points *P* & *L* soient menés par le lieu *R* de la Planete, les demi-cercles *PRp*, *LRl*. Lorsque la Terre est prés des nœuds de la Planete, auquel cas l'élevation de l'œil sur le plan de l'Orbite est peu sensible, on résoudra le triangle spherique *CTR* rectangle en *T*, dans lequel *CR* represente la distance de la Planete *R* au nœud *C* du Satellite, & l'angle *ACB* ou *TCR* mesure l'inclinaison veritable du cercle du Satellite à l'égard de l'Orbite. On aura donc comme le S. T. est au sinus de l'arc *CR;* ainsi le sinus de l'angle *TCR* est au sinus de l'arc *RT* élevation de la Planete sur le cercle du Satellite, lequel lorsque la Terre est sur le plan de l'Orbite, mesure l'élevation de l'œil sur le plan du cercle du Satellite, & represente, comme il a été dit cy-dessus, le petit demi-diametre de l'Ellipse que le Satellite paroît décrire par sa révolution. La demi-circonference de cette Ellipse qui regarde le Septemtrion, nous represente la partie superieure du cercle du Satellite ou la plus éloignée de nous, lorsque la distance de la Planete au nœud Ascendant du Satellite est depuis o jusqu'à *6* signes, & elle nous represente au contraire la partie inferieure du cercle du Satellite ou la plus proche de nous, lorsque la distance de la Planete au nœud Ascendant du Satellite est depuis six jusqu'à douze signes.

Pour trouver l'inclinaison apparente du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite; on fera comme le S. T. est au sinus du complement de l'arc *CR* distance de la Planete aux nœuds du Satellite, ainsi la tangente de l'angle *TCR* inclinaison veritable du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite de la Planete est à la tangente du complement de l'angle *CRT*, inclinaison apparente de l'Orbite à l'égard du cercle *LRl* qui passe par les Poles du cercle du Satellite. Retranchant l'angle *CRT* de l'angle droit *CRF*, on aura l'angle *FRT* ou *PCL* que le cercle qui passe par les Poles de l'Orbite fait avec le cercle qui passe par les Poles du cercle du Satellite. Cet

angle mesure l'inclinaison apparente du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite qui est de l'Orient vers le Septemtrion, lorsque la distance de la Planete au nœud Ascendant du Satellite est depuis 0 jusqu'à 3 signes, & depuis 9 jusqu'à 12, & qui est de l'Orient vers le Midi, lorsque cette distance est depuis 3 jusqu'à 9 signes.

Cette opération peut suffire, lorsque la Terre se trouve prés des nœuds de la Planete; mais lorsqu'elle en est éloignée, il faut calculer les degrés de l'élevation de l'œil sur le plan de l'Orbite vûë de la Planete, de la maniere qui a été enseignée cy-devant, & les porter sur le cercle *PRp*, de *R* vers *X*, lorsque cette élevation est Meridionale, & de *R* vers *x*, lorsqu'elle est Septemtrionale On menera ensuite des Poles *L*, *l*, du cercle du Satellite par les points *X*, *x*, les sections circulaires *Lxl*, *LXl*; les sinus des arcs *SX* & *sx*, representeront dans les deux cas l'élevation de l'œil sur le plan du cercle du Satellite.

Maintenant dans le triangle spherique *CRF* rectangle en *R* dont le côté *CR* est connu, aussi-bien que l'angle *ICR*, on trouvera l'angle *CFR* & le côté *FR* auquel on ajoûtera l'arc *RX* de l'élevation de l'œil sur l'Orbite, lorsqu'elle est Meridionale, & duquel on retranchera l'arc *Rx*, lorsque l'élevation de l'œil est Septemtrionale; & dans les triangles *FSX* & *Fsx* rectangles en *S* & *s*, les côtés *FX* & *Fx* étant connus, aussi-bien que l'angle *SFX* ou *sFx*, on trouvera dans le premier cas l'arc *XS*, & dans le second cas l'arc *xs* dont les sinus representent l'élevation de l'œil sur le plan du cercle du Satellite, & mesurent le petit demi-diametre de l'Ellipse que le Satellite paroît décrire par sa révolution. On aura aussi la valeur des angles *FXS*, *Fxs*, que le cercle qui passe par le Pole de l'Orbite fait avec le cercle qui passe par les Poles du cercle du Satellite. Ces angles *FXS* ou *Fxs* mesurent l'inclinaison apparente du cercle de la révolution du Satellite par rapport à l'Orbite, lorsque la Planete est en *R*, & que l'élevation de l'œil vûë de la Planete est mesurée par les arcs

R X ou *R x* ; ce qu'il falloit trouver.

On peut auſſi par le moyen d'une figure décrire les configurations des cercles des Satellites, & leur inclinaiſon apparente à l'égard de l'Orbite de la Planete, lorſque la Terre eſt ſur le plan de cette Orbite, ce que l'on executera en cette maniere.

Ayant décrit comme ci-deſſus un cercle *P B p b* & tiré les deux diametres *Bb*, *Pp* qui ſe coupent à angles droits, on prendra de part & d'autre du point *P*, les arcs *P M*, *PL* égaux chacun à l'inclinaiſon veritable du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite de la Planete. On menera enſuite du point *M* au point *L* la ligne *ML* qui coupera le diametre *PC* au point *I*. Du point *I* comme centre, & de l'intervalle *IM* ou *IL*, on décrira le cercle *MHLh* qu'il faut diviſer en degrés de l'Ecliptique, mettant au point *L* le degré du vrai lieu du nœud Aſcendant du Satellite.

On cherchera ſur ce cercle le degré du vrai lieu de la Planete qui ſera, par exemple, en *H* ou en *h*. On tirera de l'un de ces points comme *H*, une perpendiculaire *HO* ſur le diametre *ML*, & du point *O* on menera au centre *C* la ligne *OC* ſur laquelle on prendra *CE* égal à *HO*. Du centre *C* on élevera ſur la ligne *O C* la perpendiculaire *D d*; cette ligne repreſentera le grand diametre de l'Ellipſe que le Satellite paroît décrire par ſa révolution, & la ligne *CE* le petit demi-diametre de cette même Ellipſe, dont la demi-circonference *DEd* qui regarde le Septemtrion, nous repreſente la partie ſuperieure du cercle du Satellite, lorſque le lieu de la Planete eſt dans l'Hemiſphere ſuperieur *MHL*, & dont cette même demi-circonference nous repreſente la partie inferieure, lorſque le lieu de la Planete eſt dans l'Hemiſphere inferieur *MhL*. L'angle *DCB* meſurera auſſi l'inclinaiſon apparente du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite de la Planete.

DE'MONSTRATION.

Le cercle *PBpb* represente dans l'Orbe du Satellite une section circulaire perpendiculaire au rayon visuel. Le diametre *Bb* une section circulaire du plan de l'Orbite de la Planete dans l'Orbe du Satellite qui est vûë de la Terre placée sur cette Orbite en forme d'une ligne droite. Le diametre *Pp* une autre section circulaire perpendiculaire à l'Orbite, qui étant prolongée, passe par nôtre œil & par les Poles de l'Orbite.

Lorsque le Satellite se trouve dans ses nœuds, son cercle nous est representé en forme d'une ligne droite dont l'inclinaison apparente est la plus grande qui soit possible, & les Poles de sa révolution sont placés sur le cercle *PDBL* qui est perpendiculaire à nôtre rayon visuel en *M* ou en *L* éloignés du point *P* des arcs *PM* ou *PL* égaux chacun à la plus grande inclinaison.

La Planete s'éloignant du nœud des Satellites, entraîne avec elle le cercle de la révolution de ce Satellite; de maniere que son plan conserve la même inclinaison à l'égard de l'Orbite, & répond aux mêmes points du Zodiaque; d'où il suit que les Poles de cette révolution vûs de la Terre doivent paroître décrire des cercles paralleles à l'Orbite de la Planete dont les diametres sont égaux au sinus *IM* ou *IL* de la plus grande inclinaison, & qui nous sont representés en forme d'une ligne droite parallele au plan de l'Orbite.

Lorsque le Satellite est éloigné de trois signes de ses nœuds, la section circulaire *PC* qui passe par les Poles de l'Orbite de la Planete, passe aussi par les Poles de la révolution du Satellite, qui sont par consequent dans l'intersection *I* de *PC* avec *ML*. L'élevation de l'œil sur le plan du cercle du Satellite, paroît la plus grande qui soit possible, & est mesurée par le sinus *IL* de l'arc *PL* de la plus grande inclinaison. Le cercle du Satellite vû de la Terre, placé sur le plan de l'Orbite sera donc representé par une

Ellipse

Ellipſe dont le petit diametre ſera égal au diametre *ML* du petit cercle *MHLh.*

Dans les autres ſituations, les Poles de la révolution du Satellite ſe trouveront en quelque point du cercle que décrit le Pole du Satellite, comme *H* ou *h* éloignés du point *L* de l'arc *LH* ou *Lh* qui meſure la diſtance de la Planete au nœud du Satellite. Menant du point *H* la ligne *HOh* parallele à *PC*, le point *O* repreſentera le Pole du cercle du Satellite, & l'angle *PCO* ou *BCD* qui lui eſt égal, meſurera l'inclinaiſon apparente du cercle du Satellite par rapport à l'Ecliptique. La ligne *HO* ou *Oh* meſurera auſſi le petit demi-diametre de l'Ellipſe que le Satellite paroît décrire par ſa révolution. Car *IG* eſt à *OH* comme le ſinus total eſt au ſinus de la diſtance du Satellite à l'un de ſes nœuds. Mais par la Trigonometrie, le ſinus total eſt au ſinus de la diſtance du Satellite à l'un de ſes nœuds, comme le ſinus de l'inclinaiſon veritable eſt au ſinus de la déclinaiſon ou élevation de l'œil ſur le plan du cercle du Satellite ; donc *IG* eſt à *OH* comme le ſinus de l'inclinaiſon veritable qui eſt meſuré par *IG* eſt au ſinus de l'élevation de l'œil ſur le plan du cercle du Satellite qui ſera par conſequent meſuré par *OH*, & qui repreſente le petit demi-diametre de l'Ellipſe que le Satellite décrit par ſa révolution.

Menant *PZ* tangente au cercle en *P* qui rencontre *CO* prolongée en ω, & *CL* prolongée en *Z*, on aura *IL* eſt à *IO* comme *PZ* tangente de l'angle *PCL* de la plus grande inclinaiſon eſt à $P\omega$ tangente de l'angle *ICO* ou *DCB* de l'inclinaiſon apparente. Mais *IL* eſt à *IO* comme le ſinus total eſt au ſinus du complement de la diſtance du Satellite à l'un de ſes nœuds. Donc le ſinus total eſt au ſinus du complement de la diſtance du Satellite à l'un de ſes nœuds, comme la tangente de l'inclinaiſon veritable eſt à la tangente de l'angle *ICO* ou *BCD* de l'inclinaiſon apparente, ce qui eſt conforme à l'analogie dont on s'eſt ſervi pour trouver cette inclinaiſon.

On peut auſſi, lorſque l'œil eſt élevé ſur le plan de l'Orbite, déterminer par le moyen d'une figure l'inclinaiſon apparente du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite & la figure de l'Ellipſe que le Satellite paroît décrire par ſa révolution en cette maniere.

Ayant pris comme ci-deſſus (*v. Fig. 4.*) les arcs *DA*, *PM*, *PL* égaux à l'inclinaiſon veritable du cercle du Satellite, joignés *ML* qui coupera *PC* en *I*. Du centre *I* à l'intervalle *IM* ou *IL* décrivés le cercle *MHL* ſur lequel on prendra l'arc *LH* égal à la diſtance de la Planete au nœud du Satellite. Du point *H* menés la ligne *NHOK* parallele à *PC* qui rencontre le cercle *PBL* en *K*. Prenés l'arc *DB* égal à l'arc *PK*, & tirés du centre *C* les rayons *CB* & *CK*. Du point *V* de l'interſection de *CK* avec *ML*, menés *VT* parallele à *BC*. Prenés *GT* égal à l'élevation de l'œil ſur le plan de l'Orbite vûë de la Planete que l'on portera de *T* vers *D*, lorſque l'élevation de l'œil eſt additive, & de *T* vers *K* lorſqu'elle eſt ſouſtractive. Du point *G* tirés *GZ* parallele à *CK*, & menés par le point *Z* la ligne ω *ZY* parallele à *PC*. La ligne *CY* repreſentera le petit demi-diametre de l'Ellipſe que le Satellite décrit par ſa révolution. Menés *BiQ* parallele à *DC*, & prenés *Ci* égal à *Y*ω. Prolongés *Ci* en *E*, l'angle *DCE* meſurera l'inclinaiſon apparente du cercle du Satellite, par rapport à l'Orbite.

DÉMONSTRATION.

IL eſt à *IO* comme le S. T. eſt au ſinus du complement de l'arc *LH* diſtance du Satellite à ſon nœud. Mais dans le triangle ſpherique *CRF* rectangle en *R* dont *CR* repreſente la diſtance du Satellite à ſon nœud, le S. T. eſt au ſinus du complement de *CR*, diſtance du Satellite à ſon nœud, comme le ſinus de l'angle *FCR* ou *PCL* qui eſt meſuré par *IL* eſt au ſinus du complement de l'angle *CFR*. Donc *IO* ou *CN* repreſentera le ſinus du complement de l'angle *CFR* qui ſera par conſequent meſuré par *KN*.

Maintenant à cauſe des triangles ſemblables *KNC*, *CIV*, l'on aura *KN* à *KC*, comme *CI* eſt à *CV*; Mais dans le triangle *CRF*, le ſinus de l'angle *CFR* qui eſt meſuré par *KN* eſt au S. T. qui eſt meſuré par *KC* comme le ſinus du complement de l'angle *FCR* ou *PCL* qui eſt meſuré par *CI* eſt au ſinus du complement de l'arc *FR*. Donc *CV* meſure le ſinus du complement de l'arc *FR*, & *VT* meſure le ſinus de l'arc *FR* qui eſt repreſenté par l'arc *KT*. Prenant l'arc *TG* égal à l'arc *RX*, on aura l'arc *KG* égal à l'arc *FX*, & à cauſe des paralleles *GZ* & *CK*; *CZ* ſera égal au ſinus de l'arc *KG* ou *FX*.

Preſentement à cauſe des triangles ſemblables *CKN*, *ZCY*, *CK* eſt à *KN* comme *CZ* eſt à *CY*; mais dans le triangle rectangle *FSX*, le S. T. qui eſt meſuré par *CK* eſt au ſinus de l'angle *CFR* ou *CFX* qui eſt meſuré par *KN* comme le ſinus de l'arc *FX* qui eſt meſuré par *CZ* eſt au ſinus de l'arc *SX*. Donc *CY* meſure le ſinus de l'arc *SX*, & repreſente le petit demi-diametre de l'Ellipſe que le Satellite paroît décrire.

On aura auſſi à cauſe des triangles ſemblables *CiQ*, *CEe*, *Ci* ou *Yω* qui lui eſt égal par la conſtruction, eſt à *CQ* ou *Bb* comme *CE* eſt à *Ee*. Mais dans le triangle rectangle *FSX* le ſinus du complement de l'arc *SX* qui eſt meſuré par *Yω* eſt au ſinus du complement de l'angle *CFR* ou *PCB* qui eſt meſuré par *CQ* ou *Bb*, comme le S. T. *CE* eſt au ſinus de l'angle *FXS* de l'inclinaiſon apparente. Donc *Ee* meſure le ſinus de l'inclinaiſon apparente qui eſt par conſequent repreſentée par l'arc *DCE*; ce qu'il falloit démontrer.

Ayant déterminé par le moyen de quelques Obſervations, la figure des Ellipſes que les Satellites décrivent par leurs révolutions, & l'inclinaiſon apparente de leurs cercles par rapport à l'Orbite de la Planete qu'ils accompagnent; Trouver le vrai lieu du nœud de ces Satellites, & leur inclinaiſon veritable.

Aprés avoir donné la méthode de déterminer le vrai

lieu des nœuds des Satellites & leur veritable inclinaiſon, lorſque leurs cercles ſont vûs de la Terre en ligne droite, nous avons crû devoir propoſer la maniere de les déterminer en diverſes autres circonſtances.

Ayant obſervé un Satellite en diverſes ſituations à l'égard de la Planete qu'il accompagne, on décrira une Ellipſe qui repreſentera ſa révolution apparente à l'égard de la Terre.

On comparera auſſi ſon mouvement apparent à quelque Etoile fixe, & ayant déterminé par les Tables la poſition de l'Orbite à l'égard de la trace du mouvement apparent, on déterminera l'inclinaiſon apparente du grand diametre de l'Ellipſe par rapport à l'Orbite de la Planete.

On calculera enſuite de la maniere qui a été enſeignée ci-deſſus, l'élevation de l'œil ſur le plan de l'Orbite vûë de la Planete. Si la Terre eſt prés des nœuds de la Planete, auquel cas l'élevation de l'œil ſur le plan de l'Orbite eſt peu ſenſible. On réſoudra (*v. Fig. 3.*) le triangle ſpherique *CTR* rectangle en *R*, dans lequel *CR* repreſente la diſtance de la Planete au nœud du Satellite, *RT* un arc dont le ſinus eſt égal au petit demi-diametre de l'Ellipſe qui eſt connu, & l'angle *CRT* meſure le complement de l'angle *PRL* de l'inclinaiſon apparente du cercle du Satellite qui eſt auſſi donnée. C'eſt pourquoi on trouvera la valeur de *CR* diſtance de la Planete au nœud du Satellite, & celle de l'angle *FCR* de l'inclinaiſon veritable; ce qu'il falloit trouver.

Lorſque la Terre eſt élevée ſur le plan de l'Orbite comme en *X* ou *x*. On réſoudra le triangle ſpherique *FSX* ou *Fsx* rectangle en *S* ou *s*, dans lequel *XS* ou *xs* repreſente un arc dont le ſinus eſt égal au petit demi-diametre de l'Ellipſe qui eſt connu de même que l'angle *FXS* ou *Fxs* qui meſure l'inclinaiſon apparente. C'eſt pourquoi l'on trouvera la valeur de l'angle *CFR* & de l'arc *FX* ou *Fx* dont il faut retrancher *RX*, ou bien auquel il faut ajouter *Rx* pour avoir *FR*, & dans le triangle rectangle *CRF* dont le côté *FR* eſt connu, & l'angle *CFR*, on aura la valeur de l'arc *CR* diſtance de

la Planete au nœud du Satellite, & celle de l'angle *FCR* inclinaiſon veritable du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite; ce qu'il falloit trouver.

On peut auſſi, ſans avoir beſoin de calcul, trouver par le moyen d'une figure la diſtance de la Planete au nœud Aſcendant du Satellite, & l'inclinaiſon veritable du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite, en cette maniere.

Soit pris ſur le diametre *DCd* de côté & d'autre du centre *C*, les lignes *CY*, *CV* égales au petit demi-diametre de l'Ellipſe *DEd* & des points *Y* & *V*, ſoient menées les lignes *YK*, *VN* paralleles à *CQ*. Joignés *KN* qui coupera *CQ* en *O*. Du point *O* ſoient menées les lignes *OH*, *oh* paralleles à *PC*, & la ligne *MOL* parallele à *DC* qui rencontre le cercle *DPB* en *M* & *L*, & eſt coupée en deux également au point *I*. Du point *I* comme centre à l'intervalle *IM* ou *IL* ſoit décrit le cercle *MHL* qui rencontrera la ligne *HOh* aux points *H* & *h*. Je dis que le point *O* repreſentera le Pole de la révolution du Satellite, que l'arc *PL* meſurera dans le grand cercle *PBpb* l'inclinaiſon veritable du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite de la Planete, & que l'arc *LH* ou *Lh* meſurera dans le petit cercle *MHLh* la diſtance de la Planete au nœud Aſcendant du Satellite.

DÉMONSTRATION.

Par la proprieté du cercle, le rectangle *MOL* eſt égal au quarré de *OH* ou *Oh*. Mais dans le cercle *BPbp* le rectangle *MOL* eſt égal au rectangle *KON*, c'eſt-à-dire, au quarré de *KO* ou *ON*, à cauſe que par la conſtruction *KO* & *ON* ſont égales entr'elles. Donc le quarré de *OH* ou *Oh* eſt égal au quarré de *KO* ou *ON*, & par conſequent la ligne *OH* ou *Oh* eſt égale à la ligne *KO* ou *ON*; mais *KO* & *ON* ſont égales à *CY* & *CV* qui par la conſtruction ont été priſes égales au petit demi-diametre *CE* de l'Ellipſe. Donc la ligne *OH* ou *Oh* eſt égale au petit demi-diametre de l'Ellipſe.

Presentement dans le triangle rectangle *CIO*, le S. T. est au sinus de l'angle *COI* complement de l'angle *PCQ* de l'inclinaison apparente, comme *CO* sinus du complement de l'arc *KQ* qui est mesuré par *KO* ou *OH* petit demi-diametre de l'Ellipse est à *CI* sinus du complement de l'angle *PCL*. Mais dans le triangle spherique *CTR* rectangle en *T*, le S. T. est au sinus de l'angle *CRT* ou *COI* complement de l'inclinaison apparente, comme le sinus du complement de l'arc *RT* qui est mesuré par *KO* ou *OH* petit demi-diametre de l'Ellipse est au sinus du complement de l'angle *TCR* de l'inclinaison veritable. Donc l'angle *PCL* est égal à l'angle *TCR*, & mesure l'inclinaison veritable.

On aura aussi *IG* ou *IL* sinus de l'inclinaison veritable est à *OH* ou *Oh* petit demi-diametre de l'Ellipse comme le S. T. est au sinus de l'arc *LH*. Mais dans le triangle spherique *CTR* rectangle en *T*; le sinus de l'angle *TCR* de l'inclinaison veritable est au sinus de l'arc *RT* qui est mesuré par le petit demi-diametre de l'Ellipse, comme le S. T. est au sinus de l'arc *RC* distance de la Planete au nœud du Satellite. Donc l'arc *LH* ou *Lh* mesure dans le petit cercle *MHL* la distance de la Planete au nœud du Satellite; ce qu'il falloit démontrer.

Lorsque la Terre se trouve éloignée des nœuds de la Planete, il faut calculer l'élevation de l'œil sur le plan de l'Orbite vûë de la Planete, de la maniere qui a été expliquée ci-devant. On prendra (*v. F. 5.*) *CY* égal au petit demi-diametre de l'Ellipse, & ayant mené *YN* parallele à *CP*, on prendra sur le grand demi-diametre *CE* de l'Ellipse *CI* égal à *YN*. Du point *I* on menera *BIQ* parallele à *DC*, & on joindra *BC* qui coupera *NY* en *L*. Du point *C* à l'intervalle *CI* on décrira l'arc *LZ* & on menera *ZG* parallele à *PC*. On prendra *GT* égal à l'élevation de l'œil sur le plan de l'Orbite vûë de la Planete que l'on portera de *G* vers *P*, lorsque l'élevation de l'œil est additive, & de *G* vers *D* lorsqu'elle est soustractive. Du point

T on menera *TV* parallele à *DC*, & on prendra ſur *CB* *CK* égal à *CV*. Du point *K* on tirera la ligne *MKA* parallele à *PC*, & l'on joindra *CA* qui coupera *BQ* au point *O*. L'angle *DCA* meſurera l'inclinaiſon veritable, & *CO* le ſinus du complement de la diſtance de la Planete au nœud Aſcendant du Satellite ; ce qu'il falloit trouver.

DÉMONSTRATION.

Dans les triangles ſemblables *CEe*, *CIH* ; *CE* eſt à *Ee* comme *CI* ou *YN* qui lui eſt égal par la conſtruction eſt à *IH* ou *Bb*. Mais dans le triangle ſpherique *FXS* rectangle en *S* ; le S. T. qui eſt repreſenté par *CE*, eſt au ſinus de l'angle *FXS* de l'inclinaiſon apparente qui eſt meſuré par *Ee*, comme le ſinus du complement de l'arc *SX* élevation de l'œil ſur le plan du cercle du Satellite qui eſt meſuré par *YN* ou *CI* eſt au ſinus du complement de l'angle *CFR*. Donc *IH* ou *Bb* meſure le ſinus du complement de l'angle *CFR* qui eſt repreſenté dans cette figure par l'angle *PCB*.

On aura auſſi, à cauſe des triangles ſemblables *CQB*, *CYL* ; *BQ* eſt à *CB* comme *CY* eſt à *CL* ou *CZ* qui lui eſt égal par la conſtruction. Mais dans le triangle *FXS*, le ſinus de l'angle *SFX* ou *PCB* qui eſt meſuré par *BQ* eſt au S. T. qui eſt repreſenté par *CB* comme le ſinus de l'arc *SX* qui eſt meſuré par *CY* eſt au ſinus de l'arc *FX* ; donc *CL* ou *CZ* meſure le ſinus de l'arc *FX* qui eſt par conſequent repreſenté par l'arc *PG*. Retranchant de cet arc l'arc *GT* qui eſt égal à l'arc *RX*, on aura l'arc *PT* égal à l'arc *FR* dont le ſinus du complement ſera meſuré par *CV*.

Maintenant à cauſe des triangles ſemblables *CBQ*, *CKM* *CB* eſt à *BQ* comme *CK* ou *CU* qui lui eſt égal par la conſtruction eſt à *CM*. Mais dans le triangle ſpherique *CRF* rectangle en *R*. Le ſinus total *CB* eſt au ſinus de l'angle *CFR* ou *PCB* qui eſt meſuré par *BQ* comme le ſinus du complement de l'arc *FR* ou *PT* qui eſt meſuré par *CU* eſt au ſinus du complement de l'angle *FCR* de

l'inclinaiſon veritable. Donc *CM* meſure le ſinus du complement de l'inclinaiſon veritable qui ſera par conſequent repreſentée par l'angle *ACD*.

Enfin dans les triangles ſemblables *AMC*, *OoC*, *AM* eſt à *CA* comme *Oo* eſt à *CO* ; mais dans le triangle *CRF*, le ſinus de l'angle *FCR* qui eſt meſuré par *AM* eſt au S. T. *CA*, comme le ſinus du complement de l'angle *CFR* ou *PCB* qui eſt meſuré par *Oo* ou *Bb* eſt au ſinus du complement de l'arc *CR*. Donc *CO* repreſente le ſinus du complement de la diſtance *CR* de la Planete au nœud du Satellite ; ce qu'il falloit démontrer.

L'inclinaiſon veritable du cercle d'un Satellite par rapport à l'Orbite de la Planete étant connuë ; Trouver par le moyen d'une ou pluſieurs Obſervations de ce Satellite, le vrai lieu de ſon nœud, & l'inclinaiſon apparente de ſon cercle par rapport à l'Orbite.

Lorſque la Terre eſt ſur l'Orbite de la Planete comme en *R*, (*v. Fig. 6.*) on réſoudra le triangle ſpherique *CTR* rectangle en *T*, dans lequel l'angle *RCT* de l'inclinaiſon veritable eſt connu, auſſi-bien que l'arc *RT* dont le ſinus eſt égal au petit demi-diametre de l'Ellipſe. C'eſt pourquoi l'on trouvera la valeur de *RC* diſtance du Satellite à ſon nœud Aſcendant, & celle de l'angle *CRT* complement de l'angle *PRL* de l'inclinaiſon apparente. Lorſque la Terre eſt élevée ſur l'Orbite de la Planete comme en *X* ou *x* ; on réſoudra le triangle ſphérique *lXp*, dont les trois côtés ſont connus ; ſçavoir l'arc *pX* complement de l'élevation de l'œil ſur le plan de l'Orbite vûë de la Planete, l'arc *lX* complement de *XS* l'élevation de l'œil ſur le cercle du Satellite, dont le ſinus eſt égal au petit demi-diametre de l'Ellipſe, & l'arc *lp* qui meſure l'inclinaiſon veritable, c'eſt pourquoi l'on connoîtra l'angle *lpX* ou *BpR* complement de l'angle *CpR* qui meſure la diſtance de la Planete au nœud du Satellite, & l'angle *pXl* qui meſure l'inclinaiſon apparente du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite ; ce qu'il falloit trouver.

On

On peut auſſi, ſans avoir beſoin de calcul, déterminer le vrai lieu du nœud du Satellite, & ſon inclinaiſon apparente, lorſque la Terre eſt peu élevée ſur le plan de l'Orbite, en cette maniere.

Ayant décrit l'Ellipſe *DEd* (*v. Fig. 6.*) qui repreſente la révolution apparente du Satellite, on décrira du centre *C* de cette Ellipſe à l'intervalle *CD* le cercle *DPdp*. On élevera de ce centre une perpendiculaire *CQ* au diametre *DCd* de l'Ellipſe, & on prendra de côté & d'autre du point *Q* les arcs *QK*, *QN* égaux à l'inclinaiſon veritable du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite qui eſt donnée, on joindra *KN* qui rencontrera *CQ* au point *G*, & du point *G* comme centre à l'intervalle *GK* ou *GN*, on décrira le cercle *KNY*. On prendra ſur *CQ*, *Gm* égal au petit demi-diametre de l'Ellipſe *CE*, & on menera *mY* parallele à *GN* qui rencontrera le cercle *KNY* au point *Y*. Du point *Y* on menera *YZ* parallele à *CG* qui coupera *KN* en *Z*, & l'on tirera du centre *C* par le point *Z* le demi-diametre *CV*. L'arc *NY* meſurera ſur le petit cercle *KNY* la diſtance de la Planete au nœud du Satellite, & l'arc *QU* meſurera dans le grand cercle *DPdp* l'inclinaiſon apparente du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite ; ce qu'il falloit trouver.

DEMONSTRATION.

Soit pris l'arc *QP* égal à l'arc *QU*. Joignés *CP*, & du point *P* ſoient pris les arcs *PM*, *PL* égaux aux arcs *QK*, *QN*. Joignés *ML* qui coupera *CP* en *I*, & *GQ* en *O*. Du point *I* comme centre à l'intervalle *IM* ou *IL* décrivés le cercle *MHL* ; & du point *O* menés la ligne *HOh* parallele à *CP* qui rencontre le cercle *MHL* aux points *H* & *h*.

L'arc *QP* étant par la conſtruction égal à l'arc *QU*, on aura l'angle *PCO* égal à l'angle *QCZ*. L'arc *PL* étant égal à l'arc *QN*, on aura *CI* ſinus du complement de l'arc *PL* égal à *CG* ſinus du complement de l'arc *QN*. Les trian-

gles rectangles *CIO* & *CGZ* feront donc égaux & femblables, & la ligne *IO* fera égale à la ligne *GZ*. Donc dans les cercles égaux *MHL*, *KNY*, la ligne *OH* ou *Oh* fera égale à la ligne *ZY* ou *Zy*, qui par la conftruction eft égale à *Gm* & au petit demi-diametre de l'Ellipfe *CE*. Maintenant dans les cercles *MHL*, *KNY*, on aura *IL* ou *GN* finus de l'inclinaifon veritable eft à *OH* ou *ZY* ou *CE* petit demi-diametre de l'Ellipfe, comme le S. T. eft au finus de l'arc *LH*, ou *NY*. Mais dans le triangle fpherique *CTR* rectangle en *T* le finus de l'angle *TCR* de l'inclinaifon veritable eft au finus de l'arc *RT* qui eft mefuré par le petit demi-diametre de l'Ellipfe *CE*, comme le S. T. eft au finus de l'arc *CR* diftance de la Planete au nœud du Satellite. Donc l'arc *LH* ou *NY* mefure dans les cercles *MHL*, *KNY*, la diftance de la Planete au nœud du Satellite.

Menant *Pk* tangente au cercle en *P* qui rencontre *CO* prolongée en ω, & *CL* prolongée en *k*. On aura *IL* finus total eft à *IO* finus du complement de l'arc *LH* diftance de la Planete au nœud du Satellite, comme *Pk* tangente de l'angle *PCL* de l'inclinaifon veritable eft à $P\omega$ tangente de l'angle *PCQ*. Mais dans le triangle *CTR* le S. T. eft au finus du complement de l'arc *CR* diftance de la Planete au nœud du Satellite, comme la tangente de l'Angle *RCT* de l'inclinaifon veritable eft à la tangente de l'angle *FRT* de l'inclinaifon apparente complement de l'angle *CRT*. Donc l'angle *PCQ* ou l'arc *PQ* mefure l'inclinaifon apparente du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite ; ce qu'il falloit démontrer.

Le vrai lieu du nœud d'un Satellite étant connu ; Trouver par le moyen d'une ou plufieurs Obfervations de ce Satellite, l'inclinaifon veritable de fon cercle par rapport à l'Orbite de la Planete & fon inclinaifon apparente.

La figure de l'Ellipfe (*v. Fig. 6.*) qui reprefente la révolution du Satellite étant connuë par l'Obfervation, on réfoudra (lorfque la Terre eft fur le plan de l'Orbite de la Planete

comme en *R*) le triangle ſpherique *CTR* rectangle en *T*, dans lequel l'arc *CR* diſtance de la Planete au nœud du Satellite eſt connu, de même que l'arc *RT* dont le ſinus eſt égal au petit demi-diametre de l'Ellipſe obſervé. C'eſt pourquoi l'on connoîtra la valeur de l'angle *TCR* de l'inclinaiſon veritable, & celle de l'angle *CRT* complement de l'angle *FRT* qui meſure l'inclinaiſon apparente.

Lorſque la Terre eſt élevée ſur le plan de l'Orbite comme en *X* ou en *x* d'une quantité connuë *RX* ou *Rx*, on réſoudra le triangle ſpherique *CRX* rectangle en *R*, dans lequel *RX* eſt connuë, de même que *CR* diſtance de la Planete au nœud du Satellite; c'eſt pourquoi l'on connoîtra la valeur de l'angle *RCX*, de l'angle *CXR*, & du côté *CX*; & dans le triangle ſpherique *CSX* rectangle en *S*, le côté *CX* étant connu, de même que le côté *SX* dont le ſinus eſt égal au petit demi-diametre de l'Ellipſe obſervé, on aura l'angle *SCX* & l'angle *CXS*. Retranchant de l'angle *SCX* l'angle *RCX*, on aura l'angle *SCR* ou *ACB* de l'inclinaiſon veritable. Retranchant auſſi l'angle *CXS* de l'angle *CXR*, on aura l'angle *FXS* ou *PXL* de l'inclinaiſon apparente; ce qu'il falloit trouver.

On peut auſſi, ſans avoir beſoin de calcul, déterminer l'inclinaiſon veritable & l'inclinaiſon apparente du Satellite par rapport à l'Orbite, lorſque la Terre eſt peu élevée ſur le plan de l'Orbite, en cette maniere.

Ayant décrit l'Ellipſe *DEd* qui repreſente la révolution apparente du Satellite, on élevera du centre *C* ſur ſon diametre *Dd* la perpendiculaire *QCq*. Du point *Q* on prendra l'arc *Qs* égal à la diſtance de la Planete au nœud du Satellite. On joindra *Cs*, ſur lequel on prendra *Ct* égal au petit demi-diametre de l'Ellipſe *CE*. Du point *t*, on élevera *tr* perpendiculaire à *Cs*, & du point *r* on menera *rN* parallele à *CQ*. L'arc *QN* meſurera l'inclinaiſon veritable du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite. Du point *N* on menera *NK* parallele à *DCd* qui ſera coupée en deux au point *G*, & du point *G* à l'intervalle

GK ou *GN*, on décrira le cercle *KNY*. On prendra ſur ce cercle l'arc *NY* égal à la diſtance de la Planete au nœud du Satellite, & l'on menera *YZy* parallele à *CG*. On joindra *CZ* qui étant prolongée coupera le cercle *BPbp* en *V*. L'angle *GCU* meſurera l'inclinaiſon apparente du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite de la Planete.

Pour trouver la poſition de l'Orbite par rapport à l'Ellipſe, on prendra de *Q* vers *D*, *QP* égal à *QU*, & du point *P* on menera le diametre *PCp* auquel on tirera la perpendiculaire *Bb*, qui repreſentera l'Orbite de la Planete. Du point *P* on prendra les arcs *PM*, *PL* égaux aux arcs *QK*, *QN*, & on joindra *ML* qui rencontre *QC* au point *O* lequel repreſentera le Pole de la révolution du Satellite.

DEMONSTRATION.

Dans le triangle *Crt* rectangle en *t*, le ſinus de l'angle *Crt* ou *GCs*, diſtance de la Planete au nœud du Satellite eſt au S. T. comme *CE* ou *Ct* petit demi-diametre de l'Ellipſe eſt à *Cr* ou *GN*. Mais dans le triangle ſpherique *CTR* rectangle en *T*, le ſinus de l'arc *CR* diſtance de la Planete au nœud du Satellite eſt au S. T. comme le ſinus de l'arc *TR* qui meſure le petit demi-diametre de l'Ellipſe eſt au ſinus de l'angle *ACB* de l'inclinaiſon veritable. Donc *Cr* ou *GN* meſure le ſinus de l'inclinaiſon veritable qui eſt repreſentée par l'arc *QN*.

Menant *Qn* tangente au point *Q* qui rencontre *CN* prolongée en *n*, & *CV* prolongée en *u*. On aura *GN* rayon ou S. T. eſt à *GZ* ſinus du complement de l'arc *NY* diſtance de la Planete au nœud du Satellite, comme *Qn* tangente de l'angle *QCN* de l'inclinaiſon veritable eſt à *Qu*, tangente de l'angle *QCU*. Mais dans le triangle ſpherique *CTR*, le S. T. eſt au ſinus du complement de l'arc *CR* diſtance de la Planete au nœud du Satellite, comme la tangente de l'angle *TCR* de l'inclinaiſon veritable eſt à la tangente de l'angle *FRT* de l'inclinaiſon apparente com-

plement de l'angle *CRT.* Donc l'angle *QCU* mesure l'inclinaison apparente du cercle du Satellite par rapport à l'Orbite; ce qu'il falloit démontrer.

Ayant déterminé par des Observations faites en deux tems éloignés l'un de l'autre, la figure de l'Ellipse qu'un Satellite décrit par sa révolution; Trouver le vrai lieu du nœud de ce Satellite, & sa veritable inclinaison.

Ce Problême est d'une trés grande utilité pour trouver les nœuds des Satellites & l'inclinaison de leurs cercles, puisqu'il ne suppose que des Observations des Satellites faites en deux tems éloignés l'un de l'autre, sans avoir besoin de connoître l'inclinaison apparente des cercles des Satellites par rapport à l'Orbite, ce qui demande des Observations particulieres du mouvement de la Planete par rapport aux Etoiles fixes comparées à sa théorie.

Ayant décrit (*v. Fig.* 7.) les Ellipses qui representent la révolution des Satellites observée en deux tems differents, on résoudra, lorsque la Terre est sur le plan de l'Orbite comme en *R* ou *r*, le triangle spherique *lRr* dans lequel on connoît les arcs *lR*, *lr*, complement des arcs *RT*, *rt*, dont les sinus sont mesurés par les petits demi-diametres des Ellipses; & le côté *Rr*, mesure la difference qui est entre le lieu de la Planete au tems des deux Observations, c'est pourquoi l'on connoîtra la valeur de l'angle *lRr* ou son opposite *CRT* complement de l'inclinaison apparente, & dans le triangle spherique *CTR* rectangle en *T*, le côté *RT* étant connu, & l'angle *CRT*, on connoîtra la distance *CR* de la Planete au nœud du Satellite, & l'angle *ACB* ou *TCR* de la veritable inclinaison.

Lorsque la Terre est élevée sur le plan de l'Orbite au tems des deux Observations comme en *X* & *x*. On résoudra le triangle spherique *pXx*, dans lequel on connoît les arcs *pX*, *px*, complement des arcs *RX*, *rx*, élevation de l'œil sur le plan de l'Orbite, & l'angle *Xpx* mesure la difference qui est entre le lieu de la Planete aux tems des

deux Obſervations, c'eſt pourquoi on trouvera la valeur de l'angle *pXx*, & du côté *Xx*; & dans le triangle *lXx* dont les trois côtés ſont connus, ſçavoir le côté *Xx* & les arcs *lX*, *lx*, complements des arcs *SX*, *sx*, dont les ſinus ſont meſurés par les petits demi-diametres des Ellipſes, on aura l'angle *lXx* qui étant retranché de l'angle *pXx* trouvé ci-deſſus reſte l'angle *pXl* ou *SXF* de l'inclinaiſon apparente.

Maintenant dans le triangle ſpherique *XSF* rectangle en *S*, l'angle *SXF* étant connu, & le côté *SX*, on aura le côté *FX* & l'angle *CFR*. Retranchant l'arc *RX* de l'arc *FX*, on aura l'arc *FR*, & dans le triangle rectangle *CRF* dont le côté *FR* eſt connu, & l'angle *CFR*, on aura la valeur de l'arc *CR* diſtance de la Planete au nœud du Satellite au tems de la premiere Obſervation, & celle de l'angle *FCR* ou *ACD* de l'inclinaiſon veritable.

Lorſque la Terre eſt peu élevée ſur le plan de l'Orbite, on peut, ſans avoir beſoin de calcul, déterminer par le moyen de deux Obſervations, le vrai lieu du nœud du Satellite, & ſon inclinaiſon veritable, en cette maniere.

Prenés *ZY* & *ZB* (*v. Fig. 8.*) égales aux petits demi-diametres des Ellipſes qui repreſentent la révolution du Satellite au tems des deux Obſervations. Prolongés *YZ* en *X*, enſorte que *ZX* ſoit égal à *ZY*, & faites l'angle *YXH* égal à la moitié de la difference qui eſt entre le lieu de la Planete obſervé en deux tems differents. Menés du point *B* la ligne *BH* perpendiculaire à *YX* qui rencontrera *XH* en *H*. Décrivés par les points *YHX* le cercle *MYLX* & du centre *I* menés à *YX* la perpendiculaire *IZL* qui coupera *YX* en deux parties égales, & paſſera par le point *Z*. Du point *H* tirés *HO* parallele à *YX* qui ſera égale à *BZ*. Les arcs *LY* & *LH* repreſenteront la diſtance de la Planete au nœud du Satellite au tems des deux Obſervations, & le demi-diametre *IL* ſera au grand demi-diametre de l'Ellipſe qui repreſente la révolution du Satellite, comme le ſinus de l'inclinaiſon veritable eſt au ſinus total.

DEMONSTRATION.

Ayant décrit ſur le grand diametre de l'Ellipſe *DCd*, (*v. Fig.* 7.) le cercle *DPdp*, on tirera à ce diametre la perpendiculaire *CQ*. On prendra ſur le diametre *Dd*, *Cω* & *CV* égales à *CE* petit demi-diametre d'une des Ellipſes, l'on menera des points *ω* & *V*, *ω K* & *VN* paralleles à *CQ*, & l'on joindra *KN* qui coupera *QC* au point *O*.

Ayant pris avec un compas la ligne *OM* dans la 8e. figure, on décrira du point *O* de la 7e. figure comme centre, l'arc *OM* qui coupera le grand cercle *BFbp* en *M*. On prolongera *MO* en *L*, & on tirera le diametre *Bb* parallele à *ML* qui repreſentera la ſituation de l'Orbite de la Planete par rapport aux cercles de la révolution des Satellites. On décrira ſur le diametre *ML* le cercle *MLHY*. On prendra dans la 7e. figure *OZ* égal à *OZ* de la 8e figure, & l'on menera les lignes *OH*, *ZY* perpendiculaires à *ML*.

Le rectangle *MOL* de la 7e. figure eſt égal au quarré de *OH* & de *OK* qui eſt égal à *CV* ou *CE* petit demi-diametre de l'Ellipſe; mais dans la 8e. figure, le rectangle *MOL* eſt égal au quarré de *OH* ou *BZ* qui a été pris égal au petit demi-diametre *CE* d'une des Ellipſes. Donc le cercle *MHL* de la 7e. figure eſt égal au cercle *MHL* de la 8e. & les arcs *LH*, *LY* & *HY* des deux figures ſont égaux. Maintenant dans la 8e. figure, l'angle *YXH* à la circonference eſt égal à la moitié de l'angle *HIY* qui eſt au centre, mais l'angle *YXH* a été pris égal à la moitié de la difference entre le lieu de la Planete dans les deux Obſervations. Donc l'angle *HIY* ou bien l'arc *HY* eſt égal à la difference entre le lieu de la Planete dans les deux Obſervations. Cet arc *HY* eſt égal à la difference entre les arcs *LH* & *LY* qui meſurent la diſtance de la Planete au nœud du Satellite, de même que l'arc *PL* meſure l'inclinaiſon veritable; ce qu'il eſt aiſé de démontrer.

Car dans les triangles ſpheriques *CTR*, *Ctr* rectangles en *T*, & *t* le ſinus de l'arc *CR* eſt au ſinus de l'arc *RT*, comme le S. T. eſt au ſinus de l'angle *ACB*; le ſinus de l'arc *cr* eſt au ſinus de l'arc *rt*, comme le S. T. eſt au ſinus de l'angle *ACB*; donc le ſinus de l'arc *CR* eſt au ſinus de l'arc *RT*, comme le ſinus de l'arc *Cr* eſt au ſinus de l'arc *rt*, & le ſinus de l'arc *CR* eſt au ſinus de l'arc *Cr*, comme le ſinus de l'arc *RT* élevation de l'œil ſur le cercle du Satellite qui eſt meſuré par *OH* eſt au ſinus de l'arc *rt* qui eſt meſuré par *ZY*. Mais *OH* eſt à *ZY* comme le ſinus de l'arc *LH* eſt au ſinus de l'arc *LY*. Donc le ſinus de l'arc *CR* diſtance de la Planete au nœud du Satellite, lorſque la Planete eſt en *R*, eſt au ſinus de l'arc *Cr* diſtance de la Planete au nœud du Satellite lorſqu'elle eſt en *r*, comme le ſinus de l'arc *LH* eſt au ſinus de l'arc *LY*. Maintenant on aura *OH* à *IL* comme le ſinus de l'arc *LH* diſtance de la Planete au nœud du Satellite eſt au ſinus total. Mais dans le triangle ſpherique *CRT* rectangle en *T*, le ſinus de l'arc *CR* diſtance de la Planete au nœud du Satellite eſt au ſinus total, comme le ſinus de l'arc *RT* qui eſt meſuré par *OH* eſt au ſinus de l'angle *ACB* de l'inclinaiſon veritable; donc *IL* meſure le ſinus de l'inclinaiſon veritable qui eſt repreſentée par l'arc *PL*; ce qu'il falloit démontrer.



OBSERVATIONS

OBSERVATIONS

Sur le Coquillage appellé Pinne Marine, *ou* Nacre de Perle; *à l'occasion duquel on explique la formation des Perles.*

Par M. DE REAUMUR.

J'AI décrit dans les Memoires de 1711 quelques-uns des moyens ingenieux que la nature a donnés à des Coquillages & à d'autres animaux de Mer pour tenir contre les flots, pour n'être pas exposés à en être le joüet. Je m'arrêtai sur-tout aux Moules, qui sont fixées par un nombre considerable de fils qui sont pour elles tout autant de cordages qui les tiennent à l'ancre. Je fis voir qu'elles les filent par une mécanique admirable & simple. Je ne regardai les ouvrieres de ces fils inutiles à nos usages, que comme les Chenilles de la Mer, mais je fis observer en même temps que si la Terre a ses vers à soye, la Mer a aussi des Coquillages à soye; que celui qui est nommé par les Auteurs *Pinne Marine*, & sur nos côtes de Provence & sur celles d'Italie *Nacre de Perle*, est attaché comme les Moules par des fils soyeux qui ont été mis en œuvre par les Anciens, & dont on fait encore aujourd'hui des ouvrages. J'avançai dans le même Memoire qu'il y avoit lieu de croire que ces fils étoient filés comme ceux des Moules, parce que la nature ne se borne point à peu d'exemples, même de ses plus singulieres productions, mais que c'étoit un fait que je n'avois pû vérifier, n'ayant point été à portée des Mers où vit ce Coquillage. Quoi-que je sois resté dans le même éloignement de ces Mers, j'ai cependant eu occasion depuis peu d'observer les Pinnes marines; la protection que

24. Novembre 1717.

Monseigneur le Duc d'Orleans donne aux Sciences nous rapproche tous les objets. On pêche des Pinnes marines auprés de Toulon, Son Altesse Royale à qui rien ne paroît petit de ce qui peut contribuer à étendre nos connoissances, a bien voulu envoyer à M. Hocquart, Intendant de Toulon, un Memoire où nous demandions de ces Coquillages & où nous marquions avec quelles précautions nous souhaitions qu'ils nous fussent envoyés. L'exactitude & les soins avec lesquels M. Hocquart a executé les ordres qu'il avoit reçûs, nous ont procuré de ces Poissons assés entiers. Les uns ont été envoyés dans de l'Eau de vie, & les autres dans de l'Eau à laquelle on avoit donné tout le sel dont elle s'étoit pû charger.

Les Pinnes marines peuvent être regardées comme une espece de Moule de Mer, mais beaucoup plus grande que toutes les autres. Entre celles qui nous sont venuës de Toulon, il y en a qui ont deux pieds & quelques pouces de longueur. Leur Coquille comme celle des autres Moules est composée de deux pieces semblables & égales * qui depuis l'origine, ou comme nous l'avons appellé ailleurs, depuis le sommet * de la Coquille, s'élargissent insensiblement jusques environ aux deux tiers de leur longueur * où elles commencent à s'étrecir, mais plus brusquement, en formant une courbure qui approche d'un demi-oval qui auroit pour petit axe l'endroit où nous avons déterminé la plus grande largeur ; cette plus grande largeur a environ deux cinquiémes de la longueur : elles sont plus applaties que les autres Moules par rapport à leur grandeur. Depuis la surface exterieure d'une des pieces de la Coquille jusques à celle de l'autre il n'y a qu'environ quatre pouces dans l'endroit où sont le plus épaisses les grandes Pinnes, sur lesquelles nous prenons ces mesures. Celles ci ont à leur sommet * six à sept lignes tant en largeur qu'en épaisseur ; elles y sont au moins aussi épaisses que larges, elles ne forment pas vers cet endroit un talon aussi sensible que celui des autres Moules, on re-

* Fig. 1. & 4.
* Fig. 1. A. Fig. 4. NN.
* Fig. 1. E D.
* Fig. 1. A.

marque seulement un peu de convexité * d'un côté, & un peu de concavité * de l'autre, mais ces côtés se redressent en approchant du bout. * Fig. 1. CHD. * EB.

J'ai trouvé à la plufpart des Pinnes marines la charniere à ressort qui tient les deux pieces ensemble du côté concave, elle commence au sommet de la Coquille, & va presque jusques où elle cesse de s'élargir; les deux pieces ne sont point liées ensemble de l'autre côté, mais elles sont bordées par plusieurs couches de matiere pareille à celle qui fait la charniere à ressort, c'est-à-dire, d'une matiere de nature approchante de celle de la Corne. Les Coquilles des autres Moules sont au contraire liées ensemble du côté du talon, ou du côté convexe. J'ai vû aussi quelques Pinnes marines qui s'entrouvroient par le même côté où s'entrouvent les autres moules, c'est-à-dire tout du long du côté concave, & qui avoient leur charniere du côté convexe. Il est assez singulier qu'on trouve une pareille varieté dans des Coquillages de même espece. Mais ce qui est commun à tous ceux de celle-ci, c'est que les bords de la Coquille sont toûjours plus épais du côté où elle s'entrouve que du côté où est la charniere.

Nos Coquilles de Pinne marine ont encore une chose qui leur est particuliere. Si on regarde la surface de chacune des pieces qui étoit touchée par l'animal, on voit une bande d'une matiere semblable à celle de la charniere * qui commence au sommet & va jusques à peu prés à la moitié de la longueur de chaque piece en partageant la largeur en deux parties, dont celle qui est du côté convexe ou de celui où la Coquille s'entrouve est un peu plus étroite que l'autre. Cette matiere penetre même en quelques endroits assez avant dans l'épaisseur de la Coquille. Il semble qu'il y ait eû une fracture à chaque piece qui ait été remplie par cette matiere, & que les deux parties séparées par cette fracture se soient mal appliquées l'une contre l'autre, car interieurement elles font ensemble un angle obtus, elles n'y ont point la rondeur qu'elles * Fig. 1. RS.

ont exterieurement. Cette espece de fracture se voit aussi sur la surface exterieure de quelques Coquilles, & on la peut observer en *AG* (Fig. 1.). Puisque toutes les Coquilles l'ont, au moins sur leur surface interieure, on ne sçauroit penser qu'elles ont été rompuës en cet endroit, mais il est naturel de croire que cette bande de matiere, differente de celle du reste de la Coquille, marque la route qu'a suivi une partie du corps de l'animal qui laisse échapper un suc pareil à celui qui borde les extremités des Coquilles, pendant que les autres parties ont laissé échapper un suc propre à épaissir & à étendre la Coquille.

Mais ce que la Coquille de ce Poisson offre de plus remarquable, est dans les deux couches de matiere differente dont elle est composée. Une partie de l'interieure est de couleur de Nacre *, elle ne s'étend que depuis le sommet jusques environ à la moitié ou aux deux tiers de la longueur ; à mesure qu'elle approche de ce terme elle devient moins épaisse ; où elle finit elle est plus mince qu'une feüille de papier. L'autre couche sert de croute à celle, qui est de couleur de Nacre, elle fait seule toute l'épaisseur de la Coquille où la Nacre manque *. Exterieurement elle est raboteuse, la boüe qui s'y est attachée en obscurcit la couleur, mais interieurement elle est polie, & paroît d'un rouge fort délayé ; comme elle est mince & trés transparente, sa couleur en est moins sensible. La composition de cette couche est fort singuliere, elle est formée d'une infinité de filets appliqués les uns contre les autres, qui ont chacun pour longueur l'épaisseur de la couche, & dont la direction est par consequent à peu prés perpendiculaire au plan de la Coquille. Ces filets sont trés déliés, on les découvre cependant distinctement à la vûë simple, mais avec un Microscope on voit de plus qu'ils sont chacun de petits parallelipipedes à base rectangle presque quarrée. Ce qu'ils ont de plus singulier, c'est qu'ils sont peu adherants ensemble dans certains endroits de la

* *Fig. 4.* VQQQ.

* *Fig. 4.* TTT.

Coquille ; si on détache un petit morceau de la croute qui couvre la Nacre du côté du sommet *, ce que se fait aisément, & qu'on le froisse entre ses doigts, ces filets se séparent les uns des autres, il semble qu'au lieu d'un morceau de Coquille qu'on ait brisé le bout d'une aigrette composée de fils de verre, mais plus fins que ceux des aigrettes ordinaires.

* Fig. I. K K.

Il est bon, en faisant cette experience, de prendre garde à ne pas trop étendre sur sa main ces bouts de filets ; pour n'avoir pas sçu qu'il falloit prendre cette précaution, j'ai quelquefois senti entre les doigts & sur la main des demangeaisons incommodes. Ces fils presque aussi fins que ceux qui couvrent les gousses des Pois, connus vulgairement sous le nom de Pois gratés, ou Pois poüilleux, excitent de même des demangeaisons, moins cuisantes pourtant, parce qu'étant un peu moins fins, ils ne percent pas la peau aussi aisément.

Si on prend un morceau de la même couche vers l'autre extremité de la Coquille, les fils dont il est composé ne se sépareront pas si aisément, mais ils n'en seront pas moins visibles. Les couches les plus anciennes sont les plus proches du sommet, en vieillissant elles se pourrissent en quelque sorte, c'est ce qui fait que les parties qui les composent se séparent les unes des autres par un simple froissement. Aussi est-il fort ordinaire de voir vers cet endroit la Nacre à découvert : la croute qui l'avoit revêtuë est tombée *.

* Fig. I. K K K.

La partie de la Coquille qui a la couleur de la Nacre est composée de feüilles minces posées parallelement les unes sur les autres, de façon que l'épaisseur de la Coquille est formée par celle de ces feüilles. On les separe facilement les unes des autres si on les fait calciner pendant un instant. La structure de cette partie de la Coquille ressemble donc à celle des Ardoises & des autres pierres feüilletées ; & celle de l'autre partie ressemble à la structure de l'Amiante & de quelques Talcs & Gyps composés de filets. J'ai cependant aussi observé des couches dans la partie

composée par filets, qui avoient la même direction que les couches de celle qui est de couleur de Nacre, & cela aprés l'avoir aussi fait calciner. Alors on voyoit que chaque filet ou petit parallelipipede étoit composé de plusieurs parallelipipedes posés bout à bout.

J'ai cherché depuis à découvrir si cette structure n'étoit point commune aux Pinnes marines avec bien d'autres Coquilles, s'il n'y en avoit point qui eussent comme elles une couche composée de filets qui recouvrît celle qui est de couleur de Nacre, & je l'ai trouvée dans les vrayes Coquilles à Nacre, dans celles qui sont appellées Meres des Perles & dans diverses autres Coquilles, mais comme les filets y sont plus fins, & trés adherants les uns aux autres, il n'eut pas été aisé de les reconnoître, si les Pinnes marines ne les eussent fait voir plus distinctement.

Il est plus aisé de rendre raison de la formation de ces filets pierreux de figure assez réguliere, & arrangés dans un ordre constant, que de la formation des Pierres d'une structure approchante ; nous avons ici des organes où nous pouvons imaginer que le suc pierreux s'est moulé, on peut concevoir les ouvertures des vaisseaux qui le laissent échapper disposées avec ordre, & chacune d'une figure rectangle, que ce suc conserve la figure qu'il a pris en sortant, au lieu que le suc qui forme la Nacre est plus fluide, & ne garde pas la figure du trou par où il a passé : peut-être cependant que ces filets ou petits parallelipipedes se sont moulés avant même de s'échapper du corps de l'animal, on trouvera dans la suite une observation bien propre à le faire soupçonner.

Les Auteurs qui ont parlé de ce Coquillage disent qu'il est posé dans la Mer verticalement, la pointe en embas, & c'est apparemment sur la foi des Pêcheurs qu'ils lui ont donné cette situation, qui n'est pas aisée à verifier ; on peut plus compter sur ce que les Pêcheurs assurent que les Pinnes sont toujours attachées aux Rochers ou aux pierres des environs par une houpe de filets *, car pour les ti-

* Fig. 1. H.

rer du fonds de l'eau il faut toûjours briser cette houpe.

On les pêche à Toulon à 15, 20, 30 pieds d'eau, & plus quelquefois, avec un instrument appellé Crampe *. C'est une espece de fourche de fer dont les fourchons * ne sont pas disposés à l'ordinaire, ils sont perpendiculaires au manche *, ils ont chacun environ 8 pouces de longueur, & laissent entre eux une ouverture de 6 pouces dans l'endroit où ils sont le plus écartés. On proportionne la longueur du manche de la fourche ou Crampe à la profondeur où l'on veut aller chercher les Pinnes; on les saisit, on les détache, & on les enleve avec cet instrument.

* *Fig.* 3.

* a a.

* d d.

La houpe de soye part immediatement du corps de l'animal, elle sort de la Coquille par le côté où elle s'entrouvre environ à quatre à cinq pouces du sommet ou de la pointe dans les grandes Pinnes *.

* *Fig.* 1. H.

Elle fixe la Pinne marine; elle l'empêche d'être entraînée par le mouvement de l'eau, mais elle ne sçauroit l'empêcher d'être renversée ni la retenir verticalement comme on le veut: de sorte qu'il y a grande apparence que ce Coquillage est tantôt incliné à l'horison, & tantôt couché à plat comme le font les autres Moules, & les Coquillages qui ne s'enfoncent pas dans la vase. On ne peut guere s'assurer d'avoir les houpes dans toute leur longueur, mais j'en ai vû à qui il en restoit 7 à 8 pouces. J'en ai trouvé qui pesent 3 onces. Les fils dont elles sont composées sont trés fins, & ordinairement si mêlés ensemble, qu'il n'est guere aisé aussi de les avoir dans toute leur longueur; leur couleur est brune.

La mecanique par laquelle ces fils soyeux sont formés avoit été le premier objet de ma recherche; j'avois eu sur-tout en vûë de verifier s'ils sont filés par les Pinnes marines, comme les Moules filent les leurs: c'est de quoi je n'ai pas lieu de douter si on doit croire que des parties semblables, placées de la même maniere, servent à differents animaux aux mêmes usages. Nous avons trouvé à nos Poissons une partie pareille à celle que nous avons

V. les M. de 1711. nommée *filiere* dans les Moules & les Pectongles*, & placée dans le même endroit. La filiere des Pinnes, car nous
* *Fig.* 4. Y. croyons pouvoir lui donner ce nom, & celle des Moules n'ont de differences entre elles que celles que leurs effets demandent. Les Pinnes marines ont à filer des fils beaucoup plus fins & plus longs que les Moules, leurs filieres sont aussi & plus longues & plus déliées. En parlant de celle des Moules nous fimes observer qu'elle n'a, quand elle est dans l'inaction, ou dans l'animal mort, que 5 à 6 lignes, & qu'elle parvient dans le temps de l'action à avoir plus de 2 pouces : celle des Pinnes marines mortes est quelquefois longue de plus de 2 pouces, ainsi l'animal, en lui donnant une longueur de 6 à 7 pouces, qui est celle des longs fils, ne l'étendra pas dans une plus grande proportion que les Moules étendent les leurs. Il faut toûjours ici que la filiere ait la longueur du fil qu'elle forme, elle n'agit point comme celle des Tireurs d'Or, ou comme celles des Chenilles & des Vers à soye; nous avons fait voir ailleurs qu'elle est un Moule dans lequel un suc visqueux prend la consistance & la figure de fil; que ce Moule s'ouvre d'un côté dans toute sa longueur pour laisser sortir le fil qu'il a façonné. On voit aussi tout du long de celle des Pinnes une fente pareille à celle de la filiere des Moules pour laisser sortir le fil, mais moins large & moins profonde. Enfin les fils dont la houpe est composée ont leur origine prés de celle de la filiere, & sont
* *Fig.* 4. Z. logés dans une espece de sac membraneux * de figure conique dans les Pinnes comme dans les Moules.

Mais la nature qui ne fait point de ressemblance si parfaite qu'elle n'y mêle quelque varieté, a donné aux Pinnes marines quelques parties qui leur sont particulieres. Dans le sac membraneux d'où nous venons de dire que part la
* *Fig.* 5. ii, KK, l. houpe de fils, il y a cinq feüillets charnus * séparés les uns des autres, dont le contour est arrondi en demi-oval, leur longueur est dans le même sens que celle de la Coquille. Entre ces feüillets musculeux ou charnus, il y en a quatre

quatre à peu prés de même figure, mais beaucoup plus minces *; ils semblent de nature cartilagineuse, mais examinés attentivement, on trouve qu'ils sont une espece de tissu de fils peu entrelassés ensemble, mais si bien appliqués les uns contre les autres, qu'ils forment un corps continu & uni : avec un peu de dexterité on développe ces fils, on les sépare. Vers le milieu du feüillet il y a un endroit plus épais que le reste, ondé, ou comme frisé, il est fait de fils pliés en zizague, & plus pressés qu'ailleurs *. Ces feüillets soyeux sont séparés les uns des autres par les feüillets charnus, c'est des soyeux que partent tous les fils qui attachent la Pinne marine & qui forment sa houpe, ou plus exactement la houpe est faite des mêmes fils que les feüillets, mais prolongés & écartés les uns des autres; les uns se séparent du feüillet en differents endroits de son bord, les autres, & c'est la plus grande partie, ne quittent le feüillet qu'aprés être parvenus au bout de ce feüillet le plus proche de l'origine de la filiere. La pluspart de ceux-ci sont fournis par cet endroit du feüillet que nous avons fait remarquer plus épais que le reste. Les fils qui viennent des quatre feüillets se rassemblent prés de l'origine de la filiere, autant qu'il le faut pour former un paquet, ou pour commencer une houpe *. La Pinne marine a une si prodigieuse forêt de fils, qu'elle n'eût pû loger comme les Moules un tronc assés gros pour les y attacher tous, mais ils sont commodément attachés à ces feüillets plats. Les feüillets charnus qui séparent les soyeux ont peut-être d'autres usages que de les séparer; peut-être font-ils la fonction d'espece de levres pour appliquer & coller le bout du fil nouvellement formé contre un feüillet, & pour l'y entrelasser autant qu'il est necessaire.

* *Fig. 6.* nn, oo.

* *Fig. 7.* r, f.

* *Fig. 6.*

Les autres parties interieures des Pinnes marines m'ont paru assés semblables à celles des Moules. Elles sont de même attachées à leurs Coquilles par deux forts muscles * dont l'un est auprés de la pointe *, & l'autre vers

* *Fig. 4.* V.

* *Fig. 4.*

* Fig. 4. le milieu de sa longueur, vers où finit la Nacre *, car ce n'est que la partie qui est environ entre ces deux muscles qui la produit. L'anus est auprés du second ou plus
* Fig. 4. X. gros de ces muscles *, & la bouche auprés du premier *;
* Fig. 8. u. elle est fermée par une levre demi-ovale *, que n'ont point les Moules de Mer. Mais pour entrer dans un plus grand détail des parties interieures de ce Coquillage, il faudroit en avoir de frais & en assés grand nombre pour fournir à des dissections réïterées. Il seroit à souhaiter que quelque habile Anatomiste prît ce soin. Comme il est le plus grand des Coquillages à deux battants, ou bivales, que nous ayons dans nos Mers, il seroit plus commode à dissequer, & peut-être plus propre à nous instruire sur les animaux de même genre : il m'a semblé aussi plus propre qu'aucun autre à nous éclaircir sur la formation des Perles.
* Fig. 4. zzzz, yy. Il en produit beaucoup * qui ne sont pas à la verité de l'eau de celle des Indes : celles qui en approchent le plus sont plombées ; mais il en a de couleurs absolument differentes; on lui en trouve de toutes les nuances differentes de l'Ambre, & transparentes comme lui, de rougeâtres, de jaunâtres : il en a aussi de noirâtres, ce que M. Geoffroy le Jeune a fait observer dans les Memoires de 1712. On n'est point convenu de donner de valeur aux Perles de ce Coquillage, elles valent pourtant mieux pour des Phisiciens que celles des Huitres de l'Orient, en ce qu'elles sont plus propres à éclaircir la formation des Perles en general, elles ont des particularités que les autres ne nous offrent point.

Je ne rapporterai point tout ce que les Anciens ont debité de fabuleux sur l'origine des Perles; la phisique est trop avancée pour qu'il soit besoin de prouver qu'elles ne sont point produites par la rosée celeste, malgré tout ce qu'en ont dit des Auteurs graves. Ceux qui les ont pris pour les œufs des Poissons où on les trouve ne meritent pas non plus qu'on s'y arrête. M. Geoffroy le Jeune les range parmi les Bezoards, parce qu'il a mis dans cette

classe toutes les pierres formées par couches qui s'engendrent dans les animaux. Il est sûr aussi qu'on ne peut les regarder que comme les autres pierres formées dans les animaux, comme les pierres des Reins, de la Vescie, &c. elles sont apparemment aussi l'effet d'une maladie du Poisson. Il n'est pas étonnant qu'un animal qui a des vaisseaux où il circule assez de suc pierreux pour fournir à bâtir, à épaissir & à étendre une Coquille, en ait assez pour former des pierres, si le suc destiné à l'accroissement de la Coquille s'épanche dans quelque cavité de son corps, ou entre ses membranes. On appelle cette pierre une Perle, quand le suc épanché dont elle a été faite est d'une eau argentée, approchante de celle de la Nacre, & sa couleur doit être telle dans les moules, les Huitres & les autres Coquillages à Perles dont la Coquille est elle-même couleur de Nacre. La beauté de l'eau de la Perle peut même surpasser celle de la Nacre de la Coquille, quoi-que formées toutes deux d'une même matiere, celle de l'une s'est portée jusques au dehors du corps de l'animal où elle est touchée par des eaux souvent bourbeuses qui alterent sa couleur, au lieu que la matiere de l'autre a été reçûë entre des membranes qui l'ont mise à couvert.

Ainsi il m'a toûjours parû qu'on ne pouvoit recourir à aucune autre matiere pour former les Perles qu'à celle qui forme la Nacre de la Coquille; mais il est heureux quand nous pouvons avoir en phisique quelque chose de plus que des vrai-semblances. Les Pinnes marines m'ont fourni des observations qui semblent donner un air d'évidence à ce sentiment sur la formation des Perles. Nous avons dit qu'on leur en trouve de differentes couleurs, mais on en trouve principalement de deux sortes; les unes dont les nuances approchent de celles de la Nacre, & les autres d'une couleur rougeâtre. Nous avons fait remarquer aussi que la Coquille est composée de deux couches de couleur differente, l'une rougeâtre & l'autre couleur de Nacre. On voit déja que l'animal a des sucs pierreux colorés pour

fournir aux Perles de nos deux couleurs principales. Si les vaiſſeaux qui portent le ſuc propre à bâtir la Nacre ſe briſent, ils formeront une Perle de couleur de Nacre. Si les vaiſſeaux qui ſe briſent ſont ceux qui portent le ſuc dont l'autre partie de la Coquille eſt bâtie, l'épanchement de ce ſuc produira des Perles rougeâtres, ou de couleur d'Ambre comme la Coquille qui en eût été formée.

Nous avons encore vû ci-devant que la partie de la Coquille qui eſt depuis le ſommet juſques aux environs du ſecond des muſcles qui attachent le Poiſſon a une couche de Nacre, & que le reſte de la Coquille n'a point cette couche; d'où il ſuit, ſelon ce que nous avons établi ailleurs ſur la formation & l'accroiſſement des Coquilles, que les parties du corps de l'animal qui touchent la premiere partie de la Coquille laiſſent échapper un ſuc couleur de Nacre, & que les parties qui répondent au reſte laiſſent échapper un ſuc de couleur rougeâtre comme la Coquille qui en eſt faite.

On trouve aux Pinnes marines des Perles dans les parties de leurs corps qui répondent aux endroits où la Coquille eſt blanche, & dans les parties qui répondent aux endroits où elle eſt rougeâtre, mais une des remarques que j'ai faite, & qui me ſemble eſſentielle pour décider que les perles ſont compoſées du même ſuc que la Coquille, c'eſt que les Perles * que j'ai trouvées dans les parties du Poiſſon qui forment la Coquille de couleur rougeâtre étoient elles-mêmes de couleur rougeâtre; & celles * que j'ai trouvées dans les parties du Poiſſon qui répondent aux endroits de la Coquille où eſt la Nacre étoient de couleur de Nacre.

* Fig. 4. z z z z.

* y, y, y.

Il n'eſt guere de partie de l'animal où j'en ai rencontré davantage que dans la partie muſculeuſe, découpée en crête de Coq qui eſt appliquée autour du bord du bout de la Coquille, & d'une partie de ſon contour *. C'eſt cette partie qui étend la Coquille, & qui en forme par conſequent la couche ſuperieure qui eſt toûjours rougeâ-

* z z z.

tre. Les Perles que j'y ai trouvées ont auſſi toûjours été rougeâtres.

Les Perles que j'ai vûes au contraire, & ſouvent beaucoup plus groſſes dans les parties qui ſont proche de l'origine de la filiere * étoient de couleur de Nacre, parce que les vaiſſeaux qui fourniſſent la Nacre ſont en cet endroit. * Fig. 4. yz.

Je ne voudrois pourtant pas aſſurer que vers les parties les moins éloignées des bords, il ne ſe pût former des Perles rougeâtres, & peut-être prés des bords des Perles couleur de Nacre ; les vaiſſeaux qui portent le ſuc pierreux aux bords de la Coquille ont apparemment leur origine plus loin, où ils peuvent être briſés par quelque accident ; de même les vaiſſeaux qui fourniſſent le ſuc couleur de Nacre peuvent paſſer vers le bord, ils font apparemment bien des contours. Mais ce qui paroît sûr, c'eſt que les vaiſſeaux de l'une & de l'autre eſpece ſont plus abondants, plus gros, plus remplis de ſucs dans les endroits où ils fourniſſent à l'accroiſſement de la Coquille : par conſequent il doit y arriver pluſtôt qu'aux autres de ces accidents qui font épancher leur ſuc.

On trouve auſſi aux Pinnes marines des Perles noires, ou pluſtôt d'un brun-noirâtre. Mais celles-ci ſont opaques, au lieu que celles qui ſont couleur d'Ambre ſont tranſparentes. Les unes & les autres ſont formées d'une même matiere, celle des noires a été obſcurcie par le mêlange de quelque ſuc, le Poiſſon a de quoi en fournir de noirs. Mais les Perles noires caſſées en morceaux aſſez minces pour être tranſparents ſont auſſi d'une couleur approchante de celles des Perles jaunâtres ou rougeâtres : leur épaiſſeur leur donne une grande partie de leur opacité & de leur couleur brune. Il y a auſſi des endroits où la couleur de la Coquille eſt plus brune & plus opaque qu'ailleurs & où elle approche de celle des Perles obſcures.

Outre la difference de couleur que nous avons fait obſerver dans les deux couches qui compoſent la Coquille

nous y en avons fait remarquer une plus ſinguliere, c'eſt la difference de leur tiſſure ; que la Nacre eſt faite de feüilles appliquées les unes ſur les autres, & que la partie rougeâtre de la Coquille eſt compoſée de filets appliqués les uns contre les autres. Pour décider ſurement ſi les Perles argentées ſont faites du même ſuc que la Nacre, & les Perles couleur d'Ambre du même ſuc que la Coquille rougeâtre, il me parut qu'il ne s'agiſſoit plus que de voir ſi entre ces Perles de differentes couleurs on trouvoit les mêmes varietés de tiſſure qu'entre les parties de la Coquille. J'ai donc caſſé pluſieurs des unes & des autres, & j'ai toûjours vû que les Perles argentées étoient compoſées de couches

* Fig. 10. concentriques * qui s'enveloppoient les unes les autres comme les peaux d'un Oignon, & c'eſt une remarque qui n'eſt rien moins que nouvelle. Mais j'ai obſervé que les Perles rougeâtres avoient auſſi des couches concentriques, moins ſenſibles pourtant que celles des argentées, mais qu'elles avoient de plus des filets pareils à ceux de la

* Fig. 12. Coquille rougeâtre * qui comme autant de rayons étoient tous dirigés du centre vers la circonference. Voici mêmes varietés de couleurs, mêmes varietés de ſtructure entre nos deux eſpeces de couches de la Coquille, & entre nos deux eſpeces de Perles. Y auroit-il encore lieu de douter que les couches de la Coquille & les Perles qui ont tant de reſſemblance ne fuſſent pas formées de la même matiere ?

J'ai vû de ces Perles dont une moitié, ou à peu-prés, de la ſurface étoit de couleur de Nacre, & l'autre moitié noirâtre ; elles avoient été formées dans le confluent de deux vaiſſeaux à ſuc de differentes couleurs, mais il n'y avoit qu'une couche mince de ces deux couleurs, le reſte étoit d'une couleur uniforme.

Quand les vaiſſeaux ſe briſent à la ſurface exterieure du corps de l'animal, ou que pour s'être trop élargis ils laiſſent échapper plus abondamment du ſuc pierreux, la matiere qui ſe fige forme une eſpece de nœud que les

Joüailliers appellent Loupe de Perle, lorſque ces nœuds ont été pris dans les Coquilles à Nacre. Les Coquilles des Pinnes ont quelquefois de ces nœuds, & elles en ont & de couleur rougeâtre & de couleur de Nacre. Il y a de ces Loupes dans les vrayes Coquilles à Nacre d'une eau ſi approchante de celle des Perles, qu'on ne peut quelquefois les diſtinguer les unes des autres, quoi-que miſes en œuvre ſur la même piece. Quand les Joüailliers trouvent de ces Loupes demi-ſpheriques, ils les font ſcier, & de deux de même groſſeur, collées enſemble, ils compoſent une Perle.

Rien n'eſt moins conſtant que le nombre des Perles de ces Coquillages: il y a des Pinnes marines où je n'en ai point trouvé du tout; j'en ai vû plus de vingt à d'autres. Il n'eſt pas ſûr non plus que les Pinnes marines ayent partout autant de Perles qu'en ont celles de nos Côtes de Provence. Comme l'air & les aliments rendent les habitants de certains pays ſujets à certaines maladies, ſans doute que les eaux des Mers & des Rivieres que les Poiſſons reſpirent & qui les nourriſſent en partie, leur cauſent bien des incommodités. Des Moules de même eſpece ont des Perles dans quelques Rivieres, & n'en ont point dans d'autres. Nos Huitres nous ſeroient peut-être beaucoup plus précieuſes, ſi les eaux de nos Mers leurs étoient auſſi mal-ſaines que celles de la côte de la Pêcherie le ſont aux Huîtres qui y vivent; au lieu que les Perles ſont rares dans nos Huîtres, elles y ſeroient peut-être communes, ces Coquillages ſeroient plus ſujets à la pierre.

EXPLICATION DES FIGURES

FIGURE I.

Coquille de Pinne marine composée de ses deux pieces.

A, est le sommet de la Coquille. *BC*, est la largeur au sommet. L'épaisseur est prise sur une ligne perpendiculaire à celle qui seroit tirée de *B* à *C*, & qui traverseroit les deux pieces.

CHD, le côté convexe. La ligne *CD* montre l'endroit où la Coquille s'entrouvre. On voit par de-là *CD* une petite partie de la seconde piece de la Coquille.

BE, le côté concave, celui où est la charniere de cette Coquille qui va environ jusques en *E*.

F, l'extremité de la Coquille, là elle est entr'ouverte.

H, endroit d'où sort la houpe. *I*, la houpe de soye.

GA, marque la ligne qui divise en deux parties chaque piece de Coquille.

La partie *EFDG* est presque toute de couleur rougeâtre, & depuis *G* jusques en *A* il y a de la Nacre.

KKK, montrent la Nacre à découvert; la croute ou couche rougeâtre composée de filets est détachée, ce qui arrive naturellement.

FIGURE II.

Morceau de la croute composée de filets dessiné à la Loupe. *L* des filets dessinés séparement. *M*, petite houpe de pareils filets.

FIGURE III.

Instrument avec lequel on pêche les Pinnes. *a*, *a*, ses fourches. *b*, *c*, endroit où le fer est attaché au manche. *dd*, le manche. *ee*, plan de la fourche.

FIGURE IV.

La Figure IV. est une Coquille qui a été ouverte à force.

force. L'animal eſt reſté preſque tout entier ſur la piece de la Coquille *NOO*, il n'y en a preſque point ſur la partie *NPP*. *QQQ*, marquent ce qui eſt de couleur de Nacre.

Rſ eſt la bande de matiere approchante de celle du reſſort qui diviſe chaque piece en deux.

TTT, la partie qui eſt rougeâtre ou de couleur d'Ambre.

Prés *N* on voit diverſes couches les unes au deſſus des autres ; ce ſont des feüillets de matiere pareille à celle du reſſort qui marquent les differentes places que l'animal a abandonnées ſucceſſivement.

En *V* eſt le ligament d'auprés du ſommet.

X, eſt la bouche.

Y, la filiere.

Z, le ſac membraneux qui enveloppe les feüillets charnus & les feüillets cartilagineux d'où partent les filets qui forment la houpe.

En *&c.* eſt l'anus, on y voit auſſi le gros muſcle qui attache le Poiſſon aux deux pieces de ſa Coquille.

FIGURES V. & VI.

Elles repreſentent chacune une partie de la cavité *Z* de la Figure IV. un peu plus grande que nature : ici les parois qui la renferment ont été ouvertes.

fg, *fg*, ſont les deux parois ouvertes.

h, eſt le bout de la filiere coupée en *h*.

ll, *KK*, *L* ſont les cinq feüillets charnus ou muſculeux renfermés dans cette cavité ; ici on a ôté les feüillets ſoyeux qui doivent être entr'eux.

FIGURE VI.

n, *n*, *o*, *o*, partie des quatre feüillets ſoyeux qui ici ſont en place & ſéparés les uns des autres par les feüillets charnus. *m m*, parois de la cavité. *p*, bout de la filiere.

FIGURE VII.

Eſt une partie d'un feüillet ſoyeux, priſe vers le milieu de ce feüillet, deſſinée à la Loupe. *ſr* marque cet endroit plus épais que le reſte où les fils ſont en zizague. En *r* ces fils commencent à ſe ſéparer pour aller compoſer partie de la houpe.

FIGURE VIII.

Elle montre plus en grand que la Figure IV. la bouche du Poiſſon. *t*, cette bouche. *u*, levre qui la couvre ordinairement, & qui a été relevée dans cette Figure. *x* marque une Perle.

FIGURE IX.

Eſt une Perle couleur de Nacre.

FIGURE X.

Eſt la coupe de la même Perle qui montre l'arrangement des couches.

FIGURE XI.

Eſt une des Perles brunes de la Pinne.

FIGURE XII.

Eſt la même Perle caſſée pour faire voir la direction des rayons du centre vers la circonference.

Dans la Figure IV. *zzzz* ſont des Perles couleur d'Ambre ou rougeâtre; & *y*, *y*, des Perles couleur de Nacre.

Fig. Ire.

F

D

G

t

Fig. 2e.

5

K

M

e

K

H

L

K

B

t

I

A

C

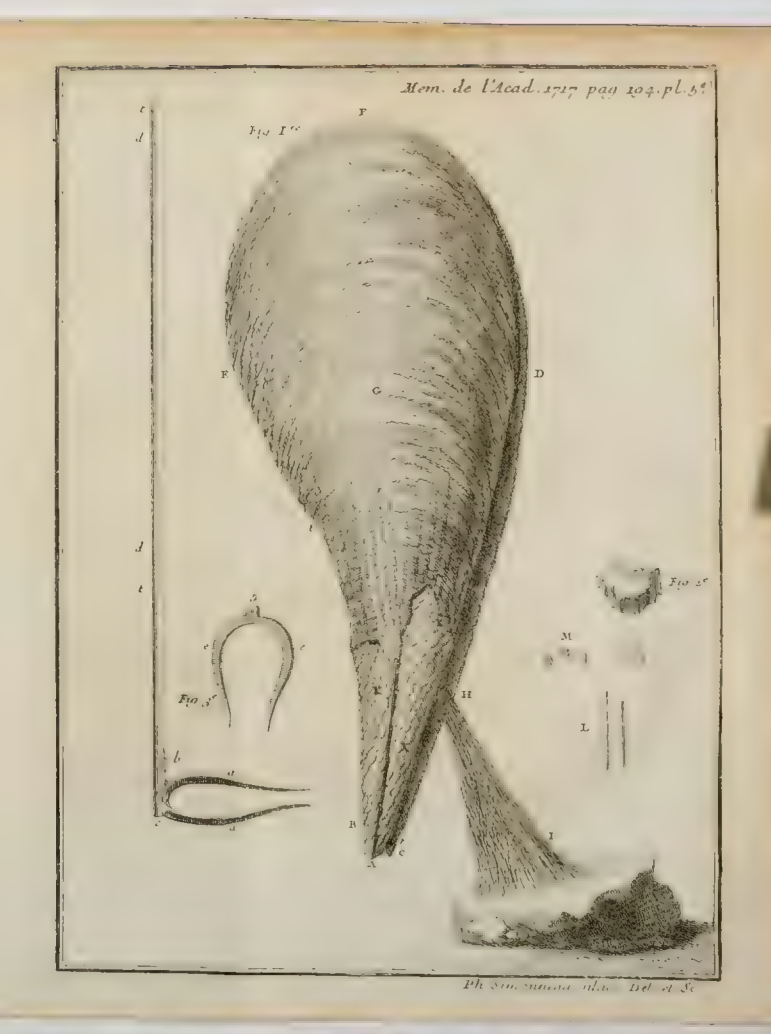
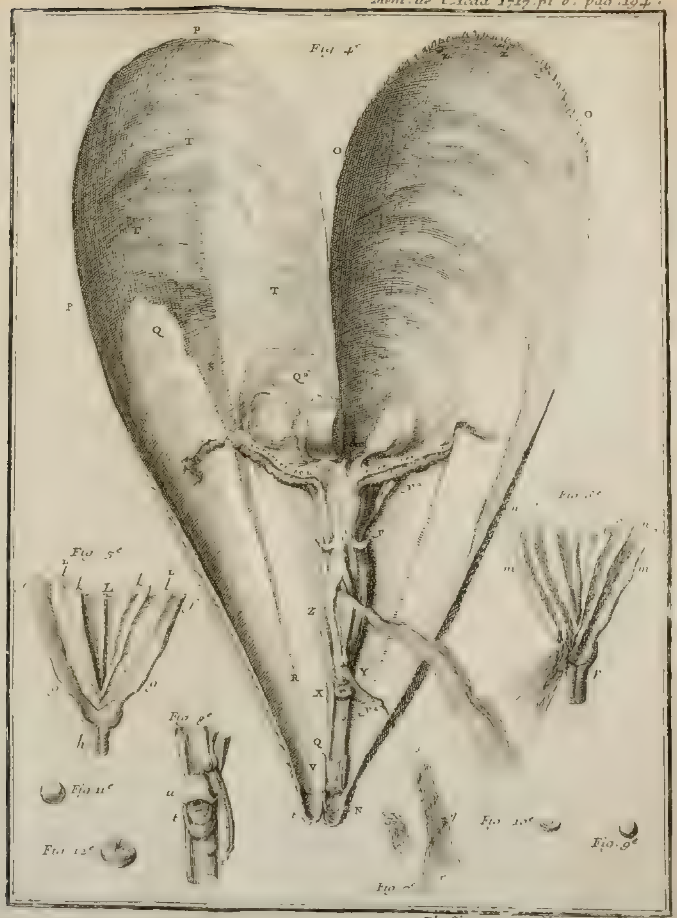

Mem. de l'Acad. 1717 pag 104. pl. 5e
F
D
G
H
I
B
A
M
L
Ph Simonneau Del. et Sc


Fig 4e.
O
O
T
Q2
Z
R
X
Y
Q
V
t
N
Fig. 6e.
n
o
n
m
m
p
s
q
r
Fig. 7e.
Fig. 10e.
Fig. 9e.



Ph. Simonneau filius Del.t et Sc.

PRESSIONS DES CYLINDRES & des Cones droits, des Spheres & des Spheroïdes quelconques, ſerrés dans des Cordes roulées autour d'eux, & tirées par des poids ou des puiſſances auſſi quelconques.

Par M. VARIGNON.

LE 20 Mars 1717. ayant entendu lire à l'Academie Royale des Sciences un Memoire de M. Senés ſur la force de l'Eſtomac, imprimé depuis (en 1718.) à la fin des Memoires de 1715. de la même Academie; le détail de differents cas des preſſions des cylindres droits ſerrés dans des cordes, ſur lequel ce Memoire étoit fondé, me fit naître l'envie de chercher une formule generale qui ſatisfit à tous ces cas à la fois. En voici trois, *A*, *B*, *D*, deſquelles la premiere *A* (que je donnai le 10 Avril à l'Academie) ſe preſenta tout d'un coup à moi dés que je fus de retour en mon cabinet; & quelques jours aprés les deux autres *C*, *D*, (que je donnai le 17. du même mois à la même Academie) me vinrent auſſi tout d'un coup en repenſant à cette matiere. Peu de jours aprés encore, les Preſſions des Cones & des Spheroïdes ainſi ſerrés dans des cordes roulées autour d'eux, me vinrent auſſi à l'eſprit; & j'en trouvai de même preſqu'auſſi-tôt les formules ſuivantes, que je n'eus occaſion de donner à l'Academie que le 12. Juin, les ſceances y ayant toûjours été ſi remplies de choſes qui étoient en droit de paſſer auparavant, que je n'y trouvai que ce jour-là le petit intervalle de vuide qu'il me falloit pour cela. 10 & 17 Avril, & 12 Juin 1717.

Avant toutes choſes le Lecteur eſt averti que dans tout ceci il ne s'agira que de Cylindres & de Cones à baſes circulaires & droits (comme le ſont tous les Spheroïdes) ſerrés

par des tractions en plans perpendiculaires à leurs axes, n'ayant encore rien trouvé de pareil pour les obliques.

Pour abreger nos expressions nous appellerons simplement ici *Pression* d'un cylindre, d'un cone ou d'un spheroïde, la force dont sa surface sera perpendiculairement comprimée, ou ce que la puissance comprimante en exercera de perpendiculaire contre cette surface fixe, en tirant par un bout une corde attachée à elle par l'autre bout, & roulée autour d'elle sur un ou plusieurs cercles ou sections perpendiculaires à son axe. En ce sens nous appellerons aussi *Pression totale* d'un arc de tels cercles, tout ce qu'il en ressentira (pour ainsi dire, dans toute sa longueur quelconque, moindre, égale, ou plus grande que chacune des circonferences de ces cercles; & *Pression totale* de la surface comprimée en cet arc circulaire quelconque, tout ce qu'elle en ressentira (pour ainsi dire aussi) dans toute la longueur de cet arc comprimé.

§ I.

Des Pressions des Cylindres.

10. & 17 Avril 1717. Les formules qu'on en va voir dépendent des deux Lemmes suivants dont je ne démontrerai ici que le second, y supposant avec M. Senés, le premier comme démontré par M. Borelli dans son Traité *de motu Animal.* tom. 2. prop. 56. & par M. Sauveur dans les Mem. de l'Acad. de 1703. C'est ce qui me fait supprimer ici, comme inutile, la démonstration que j'en avois aussi faite en me servant des mouvements composés comme j'ai fait dans mon *Projet d'une nouvelle Mecanique*, cette démonstration s'étant trouvée la même que celle de M. Sauveur.

LEMME I.

Soit autour d'un cylindre immobile une corde attachée par un bout à la surface convexe de ce cylindre, & qui bandée sur lui par un poids ou puissance quelconque, le

presse ou le comprime en un arc quelconque de cercle ou de section parallele à sa base. La Pression de ce cylindre en tout cet arc sera toûjours au poids ou à la puissance comprimante, comme la longueur absoluë de cet arc comprimé sera à son rayon.

Cela, dis-je, est démontré par Mrs. Borelli & Sauveur aux endroits marqués ci-dessus.

COROL. I. Donc si l'on prend p pour la pression d'un cylindre ainsi comprimé par une puissance ou force constante quelconque f en un arc circulaire de longueur quelconque a, & de même rayon r que ce cylindre; l'on y aura par tout $p . f :: a . r$. Ce qui donne $p = \frac{af}{r}$ dont la fraction constante $\frac{f}{r}$ permet de prendre l'arc a de longueur absoluë égale à tout ce qu'il y a de corde roulée autour du cylindre en tant de révolutions qu'on voudra, assés pressées & de corde assés menuë pour pouvoir passer toutes pour circulaires: c'est-à-dire, de longueur absoluë moindre, égale, ou plus grande que la circonference d'une des sections circulaires de ce cylindre de rayon quelconque r.

COROL. II. Donc en appellant
- a, b, les longueurs absoluës des arcs circulaires comprimés de deux cylindres, ou de ce qu'il y a de corde roulée sur chacun d'eux.
- r, s, les rayons quelconques de ces cylindres ou de ces arcs a, b.
- p, π, les pressions de ces cylindres en ces arcs quelconques.
- f, φ, les forces ou puissances qui les compriment en toutes les longueurs a, b, de ces mêmes arcs.

L'on aura (*corol. 1.*) $\left\{\begin{matrix} p . f :: a . r. \\ \varphi . \pi :: s . b. \end{matrix}\right\}$ Ce qui (en multipliant par ordre) donne $p\varphi . \pi f :: as \; br$. D'où resulte la formule generale $p\varphi br = \pi fas$ (A).

LEMME II.

Si en prenant encore a, b, *pour les longueurs absoluës des arcs comprimés comme ci-dessus ; &* r, s, *pour leurs rayons quelconques ; on prend presentement* n, *v*, *pour les nombres de degrés de ces arcs circulaires, fussent-ils de plus de 360. degrés : l'on aura en general* a *v* s = bnr (B).

DEMONSTR. Soit un troisiéme arc circulaire de longueur absoluë c, de même rayon r que l'arc a, & de même nombre v de degrés que l'arc b.

Ayant ainsi { a, c, b, pour les longueurs absoluës de ces trois arcs ; r, r, s, pour leurs rayons ; n, v, v, pour les nombres de leurs degrés ;

L'on aura { $a. c :: n. v.$ / $c. b :: r. s.$ } Ce qui donne $a. b :: nr. vs.$ Et en consequence $avs = bnr$ (B). *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROL. I. Cette formule B donnant $n. v :: as. br :: \frac{a}{r}. \frac{b}{s}.$ fait voir tout d'un coup que les nombres n, v, des degrés de deux arcs circulaires de longueurs absoluës quelconques a, b, sont toûjours entr'eux en raison des quotiens de ces longueurs a, b, divisées par les rayons r, s, des arcs dont elles sont les longueurs absoluës.

La même formule B donne de même $a. b :: nr. vs.$ Et $r. s :: av. bn :: \frac{a}{n}. \frac{b}{v}.$

COROL. II. Or la formule $p\varphi br = \pi fas$ (A) du corol. 2. du lem. 1. donne $a. b :: p\varphi r. \pi fs.$ Et $r. s :: \pi fa. p\varphi b.$ Donc (*corol. 1.*) $nr. vs :: p\varphi r. \pi fs.$ Et $av. bn :: \pi fa, p\varphi b.$ Ce qui donne également $n. v :: p\varphi. \pi f.$ Et en consequence $p\varphi v = \pi fn$ (C) pour seconde formule generale des pressions p, π, comprises dans le lem. 1. dont le corol. 2. y a donné la premiere A.

Formules generales des Preſſions des cylindres.

$$p\varphi br = \pi fas\,(A)$$
$$p\varphi v = \pi fn\,(C)$$

USAGE I. La formule A donnant $p.\pi :: afs.\, b\varphi r.$ fait voir en general que les preſſions totales p, π, des arcs circulaires a, b, de cylindres de rayons quelconques r, s, ſont toûjours entr'elles en raiſon composée de la réciproque de ces rayons r, s, & des directes tant des longueurs abſoluës a, b, des arcs comprimés, que des puiſſances f, φ, qui les compriment dans toutes ces longueurs a, b.

USAGE II. La formule C donnant $p.\pi :: fn.\, \varphi v.$ fait auſſi voir en general que ces mêmes preſſions p, π, des cylindres ſont de même en raiſon composée des directes des nombres n, v, des degrés compris dans les arcs comprimés, & des forces f, φ, qui les compriment dans toutes leurs longeurs a, b, quelles que ſoient ces longueurs abſoluës a, b, & les rayons r, s, de ces arcs, puiſque cette formule C, ne comprenant ni ces longueurs abſoluës, ni ces rayons, les laiſſe dans tels rapports qu'on voudra.

USAGE III. Si $\left\{\begin{array}{l} a = b \\ r = s \\ f = \varphi \end{array}\right\}$ la formule A donnera

$\left\{\begin{array}{l} p.\pi :: fs.\, \varphi r. \\ p.\pi :: af.\, b\varphi. \\ p.\pi :: as.\, br. \end{array}\right\}$ C'eſt-à-dire que

1°. Si les longueurs abſoluës a, b, des arcs circulaires comprimés, ſont égales entr'elles ; leurs preſſions totales p, π, ſeront entr'elles en raiſon composée de la directe des forces comprimantes f, φ, & de la réciproque des rayons r, s, de ces arcs.

2°. Si ces rayons r, s, des arcs comprimés, a, b, ſont égaux entr'eux ; les preſſions totales p, π, de ces arcs ſeront entr'elles en raiſon composée des directes des longueurs abſoluës a, b, de ces mêmes arcs, & des puiſſances, f, φ, qui

les compriment dans toutes ces longueurs.

3°. Si les puiſſances ou forces comprimantes f, φ, ſont égales entr'elles ; les preſſions totales p, π, qui en reſulteront aux arcs circulaires a, b, qu'elles compriment, ſeront entr'elles en raiſon compoſée de la directe des longueurs abſoluës a, b, de ces arcs, & de la réciproque de leurs rayons r, s : deſorte que ſi ces arcs a, b, étoient en raiſon de leurs rayons, & conſequemment ſemblables entre eux ; les preſſions totales p, π, qui leur reſulteroient alors des puiſſances comprimantes f, φ, qu'on ſuppoſe ici égales, ſeroient auſſi pour lors égales entr'elles.

USAGE IV. Si $\left\{\begin{array}{l} n = v \\ f = \varphi \end{array}\right\}$ la formule C donnera $\left\{\begin{array}{l} p.\pi :: f.\varphi. \\ p.\pi :: n.v. \end{array}\right\}$ C'eſt-à-dire que

1°. Si les nombres n, v, des degrés des arcs a, b, ſont égaux, c'eſt-à-dire (*lem.* 2. *cor.* 1.) ſi les longueurs abſoluës a, b, de ces arcs ſont en raiſon de leurs rayons r, s, & conſequemment ces arcs ſemblables entr'eux ; leurs preſſions totales p, π, ſeront alors entr'elles en raiſon des puiſſances f, φ, qui les compriment dans toutes leurs longueurs a, b.

2°. Si les puiſſances f, φ, qui compriment ces arcs dans toutes leurs longueurs a, b, ſont égales entr'elles ; les preſſions totales p, π, qui en reſulteront à ces mêmes arcs, ſeront alors entr'elles en raiſon des nombres n, v, de leurs degrés, quels que ſoient les rayons r, s, de ces arcs, & leurs longueurs abſoluës a, b.

USAGE V. Si $\left\{\begin{array}{l} a.b :: r.s. \\ a.b :: \varphi.f. \\ f.\varphi :: r.s. \end{array}\right\}$ ou ſi $\left\{\begin{array}{l} as = br \\ af = b\varphi \\ fs = \varphi r \end{array}\right\}$ la formule A donnera $\left\{\begin{array}{l} p.\pi :: f.\varphi. \\ p.\pi :: s.r. \\ p.\pi :: a.b. \end{array}\right\}$ C'eſt-à-dire que

1°. Si les arcs circulaires comprimés a, b, ſont ſemblables entre eux ; leurs preſſions totales p, π, ſeront alors entr'elles en raiſon des puiſſances f, φ, qui les compriment,

ment, ainsi que la formule C l'a déja fait voir dans le nomb. 1. de l'usage 4. de sorte que si ces puissances f, φ, sont égales entr'elles, les pressions totales qui en resulteront aux arcs semblables a, b, seront aussi pour lors égales entr'elles; & consequemment chaque partie quelconque du moindre de ces deux arcs également comprimés dans toutes leurs longueurs a, b, aura ici plus de pression à soutenir qu'une partie absolument égale du plus grand de ces deux arcs semblables.

2°. Si les longueurs absoluës a, b, des arcs comprimés dans toutes ces longueurs par les puissances f, φ, sont en raison réciproque de ces puissances; les pressions totales p, π, de ces arcs, seront alors en raison réciproque des rayons r, s, de ces mêmes arcs a, b; & consequemment la pression totale de celui de ces deux arcs qui aura le moindre rayon, sera la plus grande.

3°. Si les puissances f, φ, qui compriment les arcs circulaires quelconques a, b, sont entr'elles en raison des rayons r, s, de ces arcs; les pressions totales p, π, de ces mêmes arcs, seront entr'elles en raison de leurs longueurs absoluës a, b. Par consequent la pression totale du plus long de ces deux arcs comprimés dans toutes leurs longueurs absoluës a, b, sera pour lors la plus grande.

USAGE VI. Si $f. \varphi :: n. \nu = \frac{\varphi n}{f}$. La substitution de cette valeur de ν en sa place dans la formule C, la changera en $\pi f n = \frac{p \varphi \varphi n}{f}$, c'est-à-dire en $\pi f f = p \varphi \varphi$, & lui fera ainsi donner pour ce cas-ci $p. \pi :: ff. \varphi\varphi$. D'où l'on voit que lorsque les puissances f, φ, sont entr'elles en raison des nombres n, ν, des degrés des arcs qu'elles compriment dans toutes leurs longueurs a, b; les pressions totales p, π, de ces arcs, sont toûjours entr'elles en raison des quarrés de ces forces comprimantes f, φ, ou des quarrés des nombres n, ν, des degrés de ces mêmes arcs a, b.

USAGE VII. Si $p = \pi$, c'est-à-dire si les pressions totales p, π, des arcs circulaires a, b, sont égales entr'elles;

la formule A se changeant ici en $afs = b\varphi r$, y donnera $\left\{\begin{matrix} a.b :: \varphi r.fs. \\ r.s :: af.b\varphi. \\ f.\varphi :: br.as. \end{matrix}\right\}$ Donc alors, si de plus $\left\{\begin{matrix} a = b \\ r = s \\ f = \varphi \end{matrix}\right\}$, l'on aura $\left\{\begin{matrix} f.\varphi :: r.s. \\ f.\varphi :: b.a. \\ a.b :: r.s. \end{matrix}\right\}$ C'est-à-dire que:

1°. Si des arcs circulaires de longueurs absoluës égales a, b, soutiennent des pressions égales p, π, dans toutes leurs longueurs ; les puissances f, φ, qui les comprimeront, seront alors entr'elles en raison des rayons r, s, de ces arcs.

2°. Si des arcs a, b, de rayons égaux r, s, soutiennent de même dans toutes leurs longueurs des pressions totales égales p, π; les puissances f, φ, qui les comprimeront, seront alors entr'elles en raison réciproque des longueurs absoluës a, b, de ces arcs.

3°. Si des arcs circulaires a, b, comprimés par des puissances égales f, φ, soutiennent pareillement des pressions égales p, π, dans toutes leurs longueurs ; ces longueurs absoluës a, b, seront alors en raison de leurs rayons r, s de ces arcs ; & consequemment ces mêmes arcs seront alors semblables entr'eux.

USAGE VIII. Dans la même hypothese de $p = \pi$, sans se mettre en peine d'aucune autre, la formule C donnera $f.\varphi :: v.n.$ c'est-à-dire que lorsque les pressions totales p, π, des arcs circulaires quelconques a, b, sont égales entr'elles ; les puissances f, φ, qui les compriment dans toutes leurs longueurs a, b, sont toûjours entr'elles en raison réciproque des nombres n, v, des degrés de ces mêmes arcs, quelles qu'en soient les longueurs absoluës a, b, & les rayons r, s.

Les précedentes formules A, C, *pourroient encore fournir plusieurs autres usages ou corollaires selon plusieurs autres hypotheses qu'on y pourroit encore faire touchant les rapports des grandeurs qu'elles contiennent ; mais en voilà*

assez pour faire sentir la fecondité de ces deux formules generales. Il suffit ici de remarquer que tout ce qui précede, est réciproque à ce qui le donne ; c'est-à-dire que si l'on met en hypotheses ce que les précedentes viennent de donner, elles en deviendront réciproquement les consequences.

REMARQUE.

Les nombres n, v, des degrés des arcs comprimés a, b, n'étant point dans la formule A ; & la formule C ne contenant ni les longueurs absoluës a, b, de ces arcs, ni leurs rayons r, s : voici une troisiéme formule generale qui va contenir tout cela avec tout le reste compris dans ces deux-là. Pour la trouver il n'y a qu'à considerer que la formule A donne $a. b :: p\varphi r. \pi f s$. Et que le corol. 1. du Lem. 2. donne aussi $a. b :: nr. vs$. Puisqu'en multipliant par ordre deux à deux, les termes correspondants de ces deux analogies, elles donneront ensemble $aa. bb :: p\varphi nrr. \pi f v ss$. d'où resulte $p\varphi n bbrr = \pi f v aass$ (D) pour cette troisiéme formule generale des pressions p, π; des cylindres droits de rayons quelconques r, s ; dans laquelle formule se trouve tout ce qu'on voit dans les deux autres A, C.

Il est vrai que dans le détail cette troisiéme formule D ne donne que ce que donneroit chacune des deux autres A, C, pour les mêmes hypotheses, en y substituant successivement au lieu de n, v, pour A, & de a, b, r, s, pour C, les valeurs que le corol. 1. du Lem. 2. donne de ces grandeurs. Mais peut-être comptera-t-on pour quelque chose que cette troisiéme formule D suffise seule à ce que font ensemble les deux A, C, dont pourtant chacune par de pareilles substitutions rendroit aussi ce qui resulte de l'autre.

Voilà jusqu'ici pour les pressions des cylindres droits serrés dans des cordes roulées autour d'eux, & tirées par des puissances quelconques : voici presentement pour de pareilles pressions de Cones droits & de Spheroïdes quelconques.

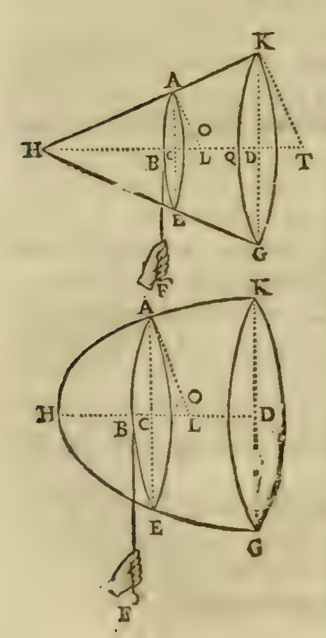
§ II.

Des Pressions des Cones & des Spheroïdes.

PROBLEME.

11 Juin 1717. *Soit une corde* EABF *attachée par un bout* E *à la surface convexe d'un cone droit ou d'un spheroïde quelconque* GHK, *autour duquel fixe cette corde soit roulée & tirée par une force ou puissance quelconque* F *qui le comprime en un arc quelconque* EAB *d'une section* EABE *perpendiculaire à son axe* HD; *laquelle section soit un des petits cercles du spheroïde comme du cone. On demande la Pression ou la force dont ce cone ou ce spheroïde sera ainsi comprimé en tout cet arc* EAB *par cette puissance* F *dirigée parallelement à la base de ce corps.*

SOLUTION.



I. Imaginons un cylindre droit qui d'axe sur *HD*, & de diametre *AE* perpendiculaire à cet axe, auroit la circonference circulaire *EABE* pour section commune de sa surface & de celle du cone ou du spheroïde *GHK* percé par ce cylindre suivant leur axe commun *HD* en cette section circulaire dont *C* est le centre.

II. Cela posé, si l'on appelle *p*, la force de la pression totale perpendiculaire que ce cylindre auroit à soutenir en l'arc *EAB* sur lequel la corde *EABF* tirée par la puissance *F*, lui est appliquée, c'est-à-dire, la pression totale de cet arc *EAB* vers son centre

C; le corol. 1. du Lem. 1. donnera ici $p.F :: EAB. AC$. Et conſequemment $p = F \times \frac{EAB}{AC}$ pour la preſſion totale de cet arc quelconque *EAB* de petit cercle vers ſon centre *C*: preſſion perpendiculaire à la ſurface du cylindre, & oblique à la ſurface tant du Spheroïde que du Cone.

III. Or ſi de tous les points *A* de cet arc circulaire quelconque *EAB* preſſé vers ſon centre *C* par la corde *EABF* que tire la puiſſance *F*, l'on conçoit autant de perpendiculaires *AL* à la ſurface tant du Cone que du Spheroïde *GHK*, leſquelles rencontrent en *L* ſon axe *HD*, & que du centre *C* de cet arc circulaire *EAB* l'on conçoive autant de perpendiculaires *CO* ſur les correſpondantes *AL*, chacune ſur chacune : on verra que la preſſion oblique (*art.* 2.) de la ſurface du Cone ou du Spheroïde *GHK* en chaque point *A* de cet arc *EAB*, ſuivant chacun de ſes rayons *AC*, eſt à ce qui en reſulte de perpendiculaire à cette ſurface ſuivant chaque correſpondante $AL :: AC. AO :: AL. AC$. Ainſi la raiſon de chaque *AL* à ſa correſpondante *AC* étant par-tout ici la même dans un même cercle *EABE*; la ſomme *p* (*art.* 2.) des preſſions ſuivant toutes les *AC* de l'arc *EAB* en tous ſes points *A* vers ſon centre *C*, ſera ici à la ſomme des preſſions perpendiculaires à la ſurface du Cone ou du Spheroïde *GHK* ſuivant toutes les *AL* en tous ces points *A*, comme chaque *AL* eſt à ſa correſpondante *AC*. Donc en appellant *m*, cette preſſion perpendiculaire totale de ce Cone ou de ce Spheroïde *GHK* ſuivant toutes les *AL* perpendiculaires à ſa ſurface en tout l'arc *EAB* que la corde preſſe ; l'on aura ici $p.m :: AL. AC$. Et conſequemment $p = m \times \frac{AL}{AC}$.

IV. Donc l'art. 2. venant de donner auſſi $p = F \times \frac{EAB}{AC}$, l'on aura ici $m \times \frac{AL}{AC} = F \times \frac{EAB}{AC}$; ce qui donne $m = F \times \frac{EAB}{AL}$. D'où l'on voit que la preſſion totale perpendiculaire *m*, tant du cone que du ſpheroïde *GHK* en l'arc

EAB en qui on le ſuppoſe comprimé par la puiſſance *F*, eſt à cette puiſſance comprimante *F*, comme cet arc *EAB* eſt à *AL* perpendiculaire à la ſurface de ce corps. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

L'arc *EAB* indéterminément pris ici pour une partie quelconque de la circonference du cercle *EABE*, pouvant ainſi être pris pour cette circonference entiere ; la formule $m = F \times \frac{EAB}{AL}$ du précedent art. 4. de la ſolut. fait voir que ſi le cone ou le ſpheroïde quelconque *GHK* étoit comprimé en cette circonference entiere *EABE* par une révolution entiere de la corde, & que l'on appellât μ tout ce que la puiſſance *F* qui tire cette corde y cauſeroit de preſſion perpendiculaire ſur lui ; cette preſſion y ſeroit alors $\mu = F \times \frac{EABE}{AL}$.

COROLLAIRE II.

FIG. I. On voit de-là pour le cone droit en particulier, que la fraction $\frac{EABE}{AL}$ y étant conſtante, en quelque nombre de cercles entiers inégaux *EABE* qu'il ſoit ſucceſſivement comprimé dans autant de tours entiers de la corde tirée par une même puiſſance quelconque *F* ; les preſſions perpendiculaires μ qui lui en reſulteront en chacun de ces cercles entiers, l'une aprés l'autre, ſeront toutes égales entr'elles, quelques inégaux que ces cercles ſoient entr'eux.

COROLLAIRE III.

Donc ſi cette puiſſance quelconque *F* comprime ce cone en pluſieurs cercles entiers à la fois par autant de révolutions entieres de ſa corde, aſſez ſerrées pour pouvoir paſſer toutes pour circulaires, & qu'on prenne *n* pour le nombre de ces cercles ou de ces révolutions completes ; l'on aura (*cor. 1.*) $n\mu = F \times \frac{n \times EABE}{AL}$ pour tout ce qui en reſultera de preſſion perpendiculaire à la ſurface de ce cone

en tous ces cercles entiers inégaux & contigus. Ainsi ce qu'il en soutient de plus en l'arc EAB d'un nouveau cercle contigu commencé en E, & au point B duquel les révolutions de la corde finissent, étant (*solut. art. 4.*) $m = F \times \frac{EAB}{AL}$; l'on aura ici $n\mu + m = F \times \frac{n \times EABE + EAB}{AL}$ pour toute la pression perpendiculaire que toutes les revolutions contiguës de la corde tirée par la puissance F parallelement à la base du cone, causeront à la surface de ce cone GHK.

COROLLAIRE IV.

Soient presentement en la base $GKQG$ de ce cone la droite KT perpendiculaire à sa surface convexe, comme AL l'est (*hyp.*) à cette même surface; & de plus l'arc GKQ semblable à l'arc EAB. Cette construction (en prenant par tout ici $GKQG$ pour la circonference entiere de la base du cone, comme l'on y prend $EABE$ pour chacune des circonferences entieres des cercles comprimés par autant de révolutions complettes & contiguës de la corde que tire la puissance F) donnera par-tout $\frac{EABE}{AL} = \frac{GKQG}{KT}$ avec $\frac{EAB}{AL} = \frac{GKQ}{KT}$; & consequemment $F \times \frac{n \times EABE + EAB}{AL} = F \times \frac{n \times GKQG + GKQ}{KT}$. Donc en prenant ici $P = n\mu + m$, l'on aura aussi (*cor. 3.*) $P = F \times \frac{n \times GKQG + GKQ}{KT}$ pour toute la pression perpendiculaire que toutes les révolutions circulaires contiguës de la corde tirée par la puissance F parallelement à la base du cone, causeront ici à la surface de ce cone GHK.

COROLLAIRE V.

La formule $m = F \times \frac{EAB}{AL}$ de l'art. 4. de la solut. fait encore voir pour ce cone droit, que les pressions (m) qu'il auroit à soutenir en des arcs semblables EAB de cercles $EABE$ comprimés séparément ou à la fois par une même puissance quelconque F, y seroient toutes éga-

les entr'elles ; puiſque la reſſemblance de ces arcs *EAB* y rendroit la fraction $\frac{EAB}{AL}$ auſſi conſtante que l'eſt (*hyp.*) cette puiſſance *F.* Ce qui prouve encore, & étend même le corol. 2. les circonferences circulaires entieres étant toutes ſemblables entr'elles.

COROLLAIRE VI.

FIG. II. Quant au ſpheroïde quelconque de la Fig. 2. le même art. 4. de la ſolut. donnant auſſi $m = F \times \frac{EAB}{AL}$ pour la preſſion totale perpendiculaire de ce corps faite en ſon arc circulaire *EAB* par une puiſſance quelconque *F ;* l'on voit que ſi ce ſpheroïde eſt ſpherique, ayant alors *AL* pour le rayon de cette ſphere, & conſequemment $\frac{F}{AL}$ pour une fraction conſtante ; les preſſions perpendiculaires (m) cauſées à cette ſphere en des arcs circulaires *EAB* ſi grands ou ſi petits qu'on voudra, ſeront par-tout comme les longueurs abſoluës de ces differents arcs, c'eſt-à-dire, comme les longueurs de ce qu'il y aura de corde employée autour d'eux en tant & en auſſi peu de révolutions qu'on voudra, aſſés ſerrées pour pouvoir paſſer toutes pour circulaires.

COROLLAIRE VII.

Dans cette indétermination de l'arc circulaire *EAB* à être plus grand, égal, ou plus petit que tant ou auſſi peu de circonferences entieres de cercles contigus de la ſphere, c'eſt-à-dire, à être égal à tant ou à auſſi peu qu'on voudra de révolutions complettes ou incomplettes paralleles & contiguës de la corde autour de lui ou de cette ſphere ; la précedente formule $m = F \times \frac{EAB}{AL}$ de l'art. 4. de la ſolut. donnant ici $m . F :: EAB . AL .$ pour des preſſions totales perpendiculaires m de cette ſphere quelconque en des arcs circulaires auſſi quelconques *EAB*, fait voir que la preſſion totale de cette ſphere en un arc quelconque *EAB*, eſt toûjours à la puiſſance ou à la force conſtante *F* qui la comprime de

de la maniere ici ſuppoſée, comme la longueur abſoluë *EAB* de cet arc, ou de ce qu'il y a de corde autour de lui, eſt au rayon *AL* de cette même ſphere.

COROLLAIRE VIII.

I. Cela étant, pour comparer entr'elles les preſſions totales perpendiculaires que des forces ou des puiſſances differentes doivent cauſer à des ſpheres differentes en les ſerrant dans des cordes roulées autour d'elles,

Soient:
- r, s, les Rayons des deux Spheres differentes;
- a, b, les longueurs abſoluës de leurs arcs comprimés, ou de ce qu'il y a de corde roulée ſur chacun d'eux;
- m, μ, les preſſions totales perpendiculaires de ces ſpheres en ces arcs circulaires quelconques;
- f, φ, les forces ou puiſſances qui les compriment par le moyen des cordes roulées autour d'eux.

Suivant ces noms le précedent corol. 7. donnera ici $\left\{ \begin{array}{l} m . f :: a . r . \\ \varphi . \mu :: s . b . \end{array} \right\}$ Donc (en multipliant par ordre) $m\varphi . \mu f :: as . br$. pour toutes ſortes de ſpheres comprimées comme juſqu'ici. D'où reſulte

Formule Generale des Preſſions des Spheres.

$$m \varphi b r = \mu f a s \quad (Q).$$

II. Cette formule Q donnant $m . \mu :: fas . \varphi br$. fait voir en general que les preſſions totales perpendiculaires m, μ, des ſpheres de rayons quelconques r, s, ſont toûjours entr'elles en raiſon compoſée de la réciproque de ces rayons r, s, & des directes tant des forces ou puiſſances comprimantes f, φ, que des longueurs a, b, de ce que leurs cordes ont de roulé autour de ces ſpheres en cercles contigus, ou des longueurs abſoluës des arcs circulaires en qui ces ſpheres ſont comprimées par ces cordes.

REMARQUE.

I. On voit que la précedente formule $m \varphi b r = \mu f a s$ (Q) des preſſions perpendiculaires m, μ, des ſpheres, ne differe de la premiere $p \varphi b r = \pi f a s$ (A) des preſſions perpendiculaires p, π, des cylindres droits, qu'en ce que dans cette formule A les rayons r, s, le ſont non ſeulement des cylindres, mais auſſi de leurs arcs comprimés a, b, tous de cercles égaux en chacun de ces cylindres; au lieu que les rayons r, s, compris dans l'autre formule Q, ne le ſont que des ſpheres comprimées en des arcs de cercle inégaux de chacune de ces ſpheres, & d'autant plus petits qu'ils ſont plus éloignés de ſon centre.

II. Quant aux noms m, μ, qu'on donne ici aux preſſions des ſpheres dans la formule Q, on ne les a pris differents de ceux p, π, qu'on a donnés aux preſſions des cylindres dans la formule A, que pour empêcher que la reſſemblance totale des lettres de ces deux formules ne les fit prendre pour la même : outre que les noms p, π, dans la formule A, y expriment des preſſions vers les centres des arcs a, b, comprimés; & que les noms m, μ, dans la formule Q, n'y expriment que des preſſions dérivées de celles-là vers le centre de chacune des ſpheres comprimées en ces arcs a, b, comme ils n'expriment par-tout ici dans les Cones & les Spheroïdes que des preſſions ainſi dérivées perpendiculairement à leurs ſurfaces; leſquelles preſſions ſont toutes vers le centre de la ſphere, lorſque le ſpheroïde en eſt une.

Le détail de cette formule Q *des preſſions des ſpheres ſe fera comme l'on a fait celui des formules* A, C, *des preſſions des cylindres dans le §. 1. Ainſi l'on ne s'arrêtera pas ici davantage.*



DESCRIPTION D'UNE VALVULE SINGULIERE DE LA VEINE-CAVE INFERIEURE,

A l'occasion de laquelle on propose un sentiment nouveau sur la fameuse question du TROU OVALE *qui semble également appuyé par les preuves favorables aux deux opinions contraires.*

Par M. WINSLOW.

IL y a plus d'un siecle & demi qu'Eustachius, celebre Anatomiste Romain, a donné la description & la figure d'une Valvule trés singuliere, située à l'embouchure du tronc de la Veine-cave inferieure. Il ne l'appelle pas Valvule, mais seulement une Membrane d'un artifice merveilleux, laquelle couvre l'orifice de cette Veine. Cette Valvule étoit devenuë par la suite aussi inconnuë que les opuscules de l'Auteur étoient devenus rares, jusqu'à ce que M. Boerhaave, sçavant Professeur de Leyde, les ait remis au jour par une nouvelle édition : cependant Gaspar Bauhin en avoit fait mention dans son Theatre Anatomique, & il en avoit donné la figure dans son Appendice avec toutes les Tables des opuscules du même Auteur. L'illustre M. Lancisi, premier Medecin de Sa Sainteté, à qui le Public a l'obligation d'avoir recouvré les autres Tables d'Eustachius, si estimées, & qu'on avoit cru perduës, a parlé en particulier de cette Valvule dans son explication de la 16e. Table, où aprés avoir renvoyé à la 8e. qui represente aussi la même figure avec l'explication de l'Auteur, il ajoûte que cette Valvule empesche que le sang qui descend des Veines jugulaires par la cave 7 Avril 1717.

ſuperieure, ne heurte avec trop d'impetuoſité contre le ſang qui monte par la Veine-cave inferieure. Euſtachius lui-même n'a rien dit de ſa fonction : il a ſeulement marqué qu'il en donnoit la deſcription, afin que quelqu'un en cherchât l'uſage.

Il y a long-temps que j'ai cherché cette Valvule dans l'homme & dans les animaux ; non pas que je ſçuſſe qu'Euſtachius en avoit parlé, mais uniquement parce que j'avois lû que Riolan dans ſon diſcours des Valvules dit qu'il n'a jamais pû obſerver dans la Veine-cave les Valvules dont Sylvius & Charles Etienne, tous deux Medecins de Paris, ont fait mention. J'en trouvois bien dans le Mouton, mais ſeulement aux ouvertures des groſſes branches hepatiques, de la même maniere qu'on en trouve ordinairement aux embouchures des petites veines dans les gros rameaux. Ces Valvules ou Membranes ſont apparemment celles dont parle Charles Etienne, qui en déſigne pluſieurs, mais Sylvius paroît en avoir eû en vûë une autre particuliere : il faut remarquer en paſſant qu'il étoit avant Euſtachius.

Je ne me laſſois point de la chercher dans l'homme, profitant de toutes les occaſions que je pouvois avoir, d'autant plus que je ne voyois aucune Valvule dans tout le tronc de la Veine-cave inferieure, & que je n'étois nullement content du raiſonnement ordinaire ſur le confluant des deux Veines-caves. Dans cette recherche il m'a paru tantôt que le tronc de la Veine-cave, à l'endroit où elle eſt comme nichée dans le Foye, étoit plus étroit qu'au deſſus & au deſſous, tantôt qu'il y avoit un replis circulaire dans ſa capacité preſque ſemblable au Pylore, environ à l'endroit où le tronc traverſe le Diaphragme. Ce retreciſſement & ce replis me donnoient beaucoup de courage, mais auſſi me trouvois-je preſque découragé, quand trés ſouvent je n'en voyois plus. A la fin je remarquai le 11 Octobre 1714 dans un Enfant d'environ un an quelques inégalités fibreuſes & membraneuſes ſur la

ſurface interne du tronc de la Veine-cave, un peu au deſſous de la partie inferieure de l'Oreillete droite, mais plus lateralement. Je fis reflexion en même temps ſur ce que ces inégalités étoient placées comme vis-à-vis le cul de ſac de cette Oreillete, & à l'endroit où le tronc de la cave eſt exterieurement garni de beaucoup de fibres charnuës. Mais toutes ces belles apparences ne ſe rencontroient pas toutes les fois que je cherchois; je veux dire ni le retreciſſement, ni le replis circulaire, ni ces franges ou ces inégalités fibreuſes. A l'égard des deux premiers, peut-être que les differentes manieres dont je m'y ſuis pris en diſſequant, les ont fait paroître ou diſparoître : car tantôt je détournois le Foye ou en haut ou vers le côté pour découvrir la Veine-cave, ce qui ne ſe peut faire ſans la tirailler; tantôt ayant peur de déranger la moindre choſe, je fendois le Foye par devant, j'y faiſois differentes coupes, & j'emportois de ſa ſubſtance le plus doucement que je pouvois, pour parvenir au tronc de la cave ſans rien déplacer de la ſituation naturelle. Mais je ne peux pas me ſouvenir laquelle de ces manieres m'a donné lieu de voir le retreciſſement & le plis circulaire; car j'ai oublié de mettre cette circonſtance parmi mes remarques. Et comme on eſt trés ſouvent obligé de menager un ſujet pour l'examen de pluſieurs parties, ces ſortes de recherches reſtent en arriere, au grand préjudice de l'avancement de l'Anatomie. Ainſi n'ayant pas la commodité de renouveller mes experiences là-deſſus, je me ſuis cependant opiniâtrement attaché à ce que j'avois obſervé de fibreux ou frangé, & bien des fois encore ſans ſuccés, juſqu'à ce que je me fuſſe aviſé de prendre un chemin oppoſé à celui que j'avois ſuivi auparavant; ç'a été de fendre la Veine-cave par ſa partie poſterieure. Je rapporte tous ces évenements & toutes ces circonſtances exprés pour confirmer ce que j'avançai l'année paſſée touchant les recherches anatomiques & les attentions particulieres qu'il faut avoir pour y réüſſir, & pour ſurmonter les difficultés qui s'y rencontrent.

Ainſi je parvins à trouver ce que j'avois cherché tant de fois ; je veux dire,une Valvule trés conſiderable,d'une grande beauté, en partie membraneuſe, & en partie en forme de rezeau. Je la portai à l'Academie, & comme les Tables d'Euſtachius publiées par M. Lanciſi m'étoient venuës en main, je l'appellai du nom de cet Auteur, ajoutant le mot *reticulaire*, à cauſe de ſa forme, ſans en oſer déterminer l'uſage, ſoupçonnant que celui de M. Lanciſi ne renfermoit pas ſeul tout le myſtere. La Compagnie la regarda avec plaiſir, comme une choſe qui n'y avoit pas encore été démontrée depuis ſon établiſſement, & on ſouhaita que j'en donnaſſe un Memoire. Enſuite ayant trouvé les anciens opuſcules d'Euſtachius & vû dans ſon Traité de la Veine *azygos* une deſcription de cette Valvule plus étenduë que celle qui ſe trouve avec la figure dans ſon Traité des Reins, je ne ſongeai plus à en donner un Memoire, quoi que ſon uſage me tînt en inquietude. Au reſte je fus content non ſeulement de l'avoir trouvée & démontrée, mais auſſi d'avoir découvert la cauſe de tous les mauvais ſuccés que j'avois eûs avant d'y parvenir ; ſçavoir, qu'ayant toûjours fendu la Veine-cave par ſa partie anterieure j'avois détruit cette Valvule en la coupant en deux, de ſorte que ſes moitiés ou ſes lambeaux s'étoient retirés & derangés de côté & d'autre, d'une maniere à ne pas donner lieu d'y faire attention. Et c'eſt peut-être cette inadvertance qui a fait douter premierement de ſon exiſtence, & qui l'a fait tomber enſuite dans un entier oubli. Ceci m'obligea de me remettre de nouveau à rechercher pour découvrir la raiſon de cette varieté, & par le même moyen quelque uſage particulier de la Valvule.

Des obſervations réïterées m'ont appris que nôtre Valvule eſt diſpoſée à peu-prés comme celles des veines, en maniere de croiſſant, dont la concavité eſt en haut, & la convexité en bas. Une de ſes cornes ſe termine entre l'orifice de la veine Coronaire & l'extremité anterieure de l'arcade charnuë de la cloiſon des Oreilletes, laquelle ar-

cade forme en partie l'ouverture appellée *trou ovale* dans le Fœtus; l'autre corne aboutit entre l'extremité posterieure de cette arcade & le bord voisin de l'Oreillete droite. Le reste de la Valvule est presque demi-circulaire & attaché interieurement à la parois anterieure de la Veine-cave inferieure. Elle n'est pas toute membraneuse quand elle est dans son entier, car depuis environ les deux tiers de sa largeur jusqu'au bord qui flotte, elle devient comme fibreuse, & forme un beau rezeau, ce qui m'avoit donné occasion de l'appeller *reticulaire.* Elle est fort étenduë, de sorte qu'étant voutée, elle s'applique sur la cloison des Oreilletes prés la base du Cœur, & ainsi couvre l'orifice de la Veine-cave inferieure.

Cette description s'accorde en plusieurs choses, quoique non pas en toutes, avec celle d'Eustachius, qui ajoûte à la fin de la sienne que cette Valvule, qu'il appelle seulement Membrane, n'a pas quelquefois ce tissu de fibres, & ressemble pour lors à un croissant comme celle qu'il avoit trouvée à l'embouchure de la veine Coronaire, & qu'elle est quelquefois si retrecie, qu'à moins que d'y faire attention, on passera là-dessus comme s'il n'y avoit rien. C'est ce que nous allons examiner dans un moment.

La figure qu'il en a donnée ne répond pas assés ni à sa beauté, ni à sa vraye conformation; & il est trés difficile d'en donner une figure exacte, à moins que d'en faire la démonstration ou la representation dans un vaisseau avec de l'eau claire, dans laquelle elle puisse flotter & s'étendre comme je l'ai démontrée à la Compagnie. Certainement c'est le moyen le plus sûr pour avoir une exacte connoissance des parties qui flottent naturellement: car sans cela, elles sont toûjours plissées en differentes manieres, étant fraîches; & étant séches elles diminüent toûjours d'étenduë, & perdent leur conformation naturelle.

Mais depuis que j'ai découvert la maniere de trouver cette Valvule, il m'est arrivé plusieurs fois, comme à Eustachius, de la chercher avec toutes les précautions que je

ſçavois être neceſſaires, ſans en rencontrer aucun veſtige, ou d'en rencontrer ſeulement quelques portions plus ou moins grandes. Ce fut encore un nouvel embarras, & qui m'engagea à une nouvelle recherche, dont les obſervations ſuivantes furent le fruit. Je remarquai que je ne l'avois pas trouvée d'abord dans les adultes; quoi-que j'en euſſe vû quelques traces, mais que je l'avois ſouvent obſervée dans les jeunes ſujets avec quelque difference de plus ou de moins; que toutes les fois que je ne l'ai pas trouvée dans ſon entier, c'étoit la partie reticulaire qui manquoit le plus, de ſorte qu'il n'y avoit ſouvent qu'un croiſſant membraneux fort étroit avec quelque peu de filets, & enfin que je trouvois cette Valvule dans ſon entier dans les plus petits Enfants, & fort diminuée dans ceux qui étoient plus avancés. De plus ſa diminution me paroiſſoit proportionnée à celle du trou ovale, & s'effacer à meſure que ce trou ſe ferme; & quand je l'ai trouvée dans les adultes, j'y ai auſſi trouvé la cloiſon des Oreilletes percée. Voilà bien des circonſtances particulieres que ni Euſtachius ni perſonne, que je ſçache, n'ont remarquées: c'en étoit aſſés, ce me ſemble, pour me porter à penſer que cette varieté n'eſt pas un jeu indifferent de la nature, ou une ſingularité perſonnelle, mais qu'elle pourroit dépendre de l'âge. Enfin il n'étoit pas poſſible de n'être point frappé de la grande conformité qui eſt entr'elle & le trou ovale dans leur accroiſſement & leur diminution; & il étoit bien naturel de ſoupçonner que cette Valvule pouvoit avoir du rapport à la circulation particuliere du ſang dans le Fœtus, & par conſequent que c'étoit ici principalement qu'il falloit chercher ou placer ſon uſage. Ce ſoupçon paroît même favoriſé par ſa diſpoſition, puiſque lorſqu'elle eſt voutée contre le bas de la cloiſon des Oreilletes, elle forme une cavité, ou une eſpece de cul de ſac dont l'ouverture regarde celle qu'on nomme communement *Trou ovale*; & qu'étant ainſi appliquée, elle peut non ſeulement empêcher le ſang de la Veine-cave ſuperieure de trop heurter contre celui

celui de l'inferieure, comme M. Lancisi l'a fort bien remarqué, mais qu'elle peut encore empêcher le même sang aussi-bien que celui de la veine Coronaire, & celui qui pourroit s'échapper par le Trou ovale dont je parlerai aprés, d'entrer dans la Veine-cave inferieure; & enfin, ce qui merite le plus d'attention, celui de cette derniere veine d'y retomber, quand il a passé la Valvule.

Pour rendre raison de ma pensée sur l'usage de cette Valvule par rapport au Fœtus, il faudroit auparavant rapporter les observations & les remarques que cette Valvule m'a donné occasion de faire sur les autres organes particuliers au Fœtus, principalement sur celui qui regarde la circulation du sang; mais comme elles peuvent seules faire un Memoire assés étendu, je me contenterai de parler de l'ouverture qui est entre les deux Oreilletes du Cœur, appellée communement Trou ovale & de sa membrane nommée Valvule de ce trou.

Avant d'entrer en matiere, je proteste que je n'ai nulle envie de renouveller la fameuse contestation qui, aprés avoir si long-temps exercé tant de celebres Anatomistes, a paru à la fin assoupie en quelque maniere par l'entremise de la Compagnie. Mes recherches & mes observations là-dessus à l'occasion de la Valvule d'Eustachius m'ont conduit presque necessairement à un sentiment nouveau, qui m'a semblé d'autant plus heureux, qu'il est appuyé par les raisons favorables aux deux partis opposés, qu'il fait sentir l'obligation que nous avons aux travaux & à la constance de l'un & de l'autre parti, & enfin que ce nouveau sentiment fait voir en même temps la sage conduite de l'Academie, qui recüeille les faits avec soin, les examine avec justesse, & n'en tire aucune consequence décisive, tandis qu'il reste la moindre difficulté. Ceci servira aussi de réponse à la censure de M. Manget sur le jugement de l'Academie, inferée dans sa dissertation contre M. Mery, qui se trouve dans son Theatre Anatomique, & à la fin du second tome de l'Anatomie de Verheyen de l'édition de Geneve.

Mais pour revenir à nôtre ſujet, j'avoüe que l'ancien ſyſtême du paſſage du ſang par cette ouverture m'avoit parû abſolument inconteſtable pendant plus de quinze ans, non pas tant à cauſe du grand nombre de ſes habiles défenſeurs que par rapport à mes propres experiences. C'eſt Galien qui en eſt proprement l'Auteur ; car c'eſt lui qui ſans avoir eû égard à la circulation qu'il ne ſçavoit pas, a écrit fort diſtinctement, qu'il y a un trou de communication dans le cœur du Fœtus, & que la nature y a fabriqué une membrane en maniere de couvercle, laquelle ſe renverſe facilement dans le vaiſſeau pulmonaire, afin de ceder au ſang qui vient avec impetuoſité de la Veine-cave, & d'empêcher auſſi qu'il n'y retourne. Il a encore parlé du Canal arteriel dont il n'eſt pas queſtion dans ce Memoire. Tous les Anatomiſtes depuis lui juſqu'à la découverte de la circulation, ont ſuivi la même idée, parmi leſquels il paroît que c'eſt Carcanus, éleve de Fallope, qui en a écrit le plus diſtinctement depuis Veſale, qui a dit le premier que la figure de ce trou eſt ovale. Harvée n'y a rien ajoûté ni changé, ſinon qu'il l'a accommodée à celle de la circulation.

Aprés Harvée on eſt demeuré dans une grande tranquillité ſur cet article, je veux dire ſur le paſſage du ſang par ce trou de droit à gauche & ſur l'empêchement de ſon retour par la membrane qui dans la ſuite a été nommée Valvule du trou ovale. Louver a ajouté que c'eſt la plus grande partie du ſang de la Veine-cave qui paſſe par ce trou. Stenon dans ſon Anatomie de la Raye avoit donné lieu d'attendre de lui quelque choſe de particulier là-deſſus ; mais ſes Opuſcules poſthumes que j'eſpere donner au public font voir qu'il n'avoit que l'ancienne opinion. A la fin du dernier ſiecle, M. Mery publia un ſyſtême tout contraire ; ſçavoir, qu'il paſſe une portion du ſang pulmonaire par ce trou dans l'Oreillete droite, qu'il n'y a point de Valvule, & qu'il n'y paſſe point de ſang de droit à gauche. Il s'eſt attiré ſur les bras

presque tous les Anatomistes de l'Europe, il s'est défendu vigoureusement de la maniere que l'on voit dans les Memoires de l'Academie, mais la question est demeurée indécise, & peu d'Anatomistes se déclarent pour lui.

Il y a environ six ans que j'eus pour la premiere fois une conversation assés longue avec lui là-dessus. J'étois pour lors si prevenu de l'ancien systême, que ni son discours ni la démonstration de ses pieces préparées ne firent aucune impression sur moi. Dans la suite ayant eu plusieurs fois occasion de l'entendre parler à d'autres sur la même matiere, j'y trouvois de plus en plus quelque chose qui attiroit mon attention; neantmoins tout me paroissoit toûjours fort obscur. C'est l'idée du rapport de la Valvule d'Eustachius avec le trou ovale, qui m'a engagé de m'en instruire à fonds, d'autant plus que depuis quelque temps je n'avois plus osé m'opposer au nouveau systême. Mais à mesure que je travaillois, je rencontrois des difficultés par-tout, & il me paroissoit que l'un & l'autre systême s'éloignoient d'un certain milieu que chacun en particulier donnoit lieu d'envisager, en ce que les défenseurs de chaque systême étoient d'accord sur quelques articles, & que les uns passoient aux autres certains points, sans prendre garde qu'ils favorisoient le sentiment contraire & combattoient le leur.

On convient de part & d'autre que le Fœtus ne respire pas, & que ses Poumons sont sans cette fonction. On est d'accord, qu'au défaut de l'usage de cet organe, il faut que quelque chose y supplée pour entrenir les qualités du sang necessaires à la circulation. Et on croit de part & d'autre l'avoir trouvé dans le sang qui revient par la veine ombilicale. C'est par rapport à cela qu'on avoüe aussi qu'il faut que le chemin de la circulation dans le Fœtus soit abregé.

A l'égard du premier de ces points, qui est de suppléer au défaut de respiration, les uns & les autres ont été assés embarrassés malgré leur aveu commun. Verheyen,

un des plus zelés défenseurs de l'ancien systême, a trouvé que le nouveau systême prive tout-à-fait la tête & les autres parties superieures de cet avantage, en ce qu'elles ne recevroient qu'un sang qui a déja passé par les Poumons sans être renouvellé, au lieu que les parties inferieures recevroient continuellement un sang ranimé par celui de la Veine ombilicale. Et lui-même soutenant toûjours l'ancien systême, étoit neantmoins contraint d'abandonner la plus grande partie de cet avantage aux parties inferieures, en ce que, selon lui, le sang qui tombe dans le ventricule droit, est seulement mêlé avec celui de la Veine-cave superieure, au lieu que le sang qui entre dans le gauche, outre ce mêlange est encore affoibli par le sang pulmonaire ; ce qui ne s'accorde guere avec ce que cet Auteur avoit avancé un peu auparavant ; sçavoir, que le sang qui monte vers les parties superieures en doit être mieux pourvû pour plusieurs raisons.

Quant à l'autre point, qui est d'abreger le chemin de la circulation dans le Fœtus, il me sembloit que selon le nouveau systême le Canal arteriel auroit suffi sans le trou, & que selon l'ancien, ce Canal auroit été inutile, & le Trou seul auroit pû satisfaire, comme j'expliquerai dans la suite.

Ces inconvenients, & beaucoup d'autres, qui m'embarassoient d'autant plus, que je ne trouvois ni dans l'un ni dans l'autre systême le moyen d'y remedier, me firent prendre le parti de les laisser tous deux, & de chercher, comme si je n'avois jamais oüi parler de l'usage de ces organes particuliers du Fœtus. Ce nouveau travail me fit entrevoir qu'il y avoit quelque chose dans chaque systême dont la liaison pourroit resoudre toute la difficulté avec une grande simplicité, mais qu'il y avoit aussi dans l'un & dans l'autre un certain obstacle qui m'empêchoit d'y réüssir. En effet, j'en trouvai un principal de chaque côté ; sçavoir, que dans l'ancien systême on s'étoit trop attaché à con-

ſerver l'idée d'une Valvule, & que dans le nouveau on s'eſt auſſi trop attaché à la difference des vaiſſeaux, des ventricules & des oreilletes.

Je remettrai à une autre fois à dire de quelle maniere j'ai ſurmonté le dernier obſtacle. A l'égard du premier, voici comme je m'y ſuis pris, & comme je crois avoir trouvé le dénoüement de tout le myſtere. M. Mery a fort combattu cette Valvule dans le Fœtus humain, ſoit par rapport à ſon étenduë, ſoit par rapport à ſa conformation, à quoi il a encore ajoûté l'injection & le ſouffle. En effet, je vis clairement que quoi-qu'elle paroiſſe plus grande dans le veau Fœtus que dans le Fœtus humain, principalement quand on l'examine en la faiſant flotter dans l'eau, ou quand on la ſouleve en ſoufflant de droit à gauche, & quoi-qu'elle paroiſſe pour lors en quelque maniere avoir la forme de valvule, neantmoins elle n'eſt pas diſpoſée pour faire la fonction des vrayes valvules, leſquelles ſont toutes ſituées de maniere, que pour s'oppoſer au retour du ſang, elles s'écartent des parois auxquelles elles ſont attachées, & reſiſtent à ce retour par leur concavité. Et quoi qu'on la puiſſe étendre un peu ſur l'ouverture, l'y tenir par une certaine maniere de ſouffler, quand rien ne s'y oppoſe de l'autre côté, neantmoins pour peu qu'on remuë la piece, on voit que cette experience ne réüſſit plus. Par-là on comprend bien que cela n'a point de lieu dans le vivant, où cette partie flotte en quelque maniere dans le ſang, en étant environnée de côté & d'autre, & où elle eſt expoſée à un mouvement continuel. Deſorte que je fus convaincu que, quoi-que cette membrane paroiſſe un peu plus étenduë dans le Veau Fœtus que dans le Fœtus humain, elle ne fait pas pour cela davantage la fonction de valvule pour empêcher le paſſage du ſang de gauche à droit dans l'un & dans l'autre.

Voilà ce que les experiences de M. Mery avoient à la fin gagné ſur moi; ſçavoir, d'abandonner mon attache-

ment à la Valvule. Mais cela n'étoit pas capable de me faire adopter ſon ſyſtême de la circulation dans le Fœtus. Car les défenſeurs de l'ancien ſyſtême avoient auſſi par leurs experiences ſi vigoureuſement ſoutenu le paſſage du ſang de droit à gauche, qu'à la fin M. Mery a avoüé lui-même que les liqueurs ſeringuées & l'air ſoufflé paſſent également de part & d'autre dans le Fœtus, & dit que ces experiences étoient inutiles pour décider le cours du ſang dans le Fœtus vivant: de plus il a même aſſeuré qu'il eſt impoſſible de faire des experiences convenables pour cela dans l'animal vivant. Ainſi le tout bien conſideré, ces faits & ces experiences ne prouvent autre choſe à mon égard que la liberté réciproque du paſſage du ſang. La conſequence que chacun tire à ſa façon des capacités, des puiſſances, des reſiſtances, des viteſſes, &c. ſont enveloppées de trop de difficultés pour engager ceux qui veulent voir clair de prendre un parti preferablement à l'autre.

L'Academie Royale des Sciences a bien obſervé ce dernier point dans ſes jugements. Elle a permis l'impreſſion de M. Mery l'an *1699.* ſur le rapport que Meſſieurs les Examinateurs avoient fait; ſçavoir, que les conſequences qu'il en tire meritoient d'être propoſées au public. Dans l'Hiſtoire de 1701. dont M. Mery rapporte un Extrait dans le Memoire de 1703. elle dit poſitivement que les deux ſyſtêmes ne roulent que ſur des conſequences, & quoi-qu'elle ajoûte que celui de M. Mery ſe trouva victorieux dans un cas qui étoit extraordinaire, elle n'a pas pour cela donné une déciſion generale ni une approbation de ſon ſyſtême; c'eſt ce que l'on voit aſſez clairement dans l'Hiſtoire de la même année 1703. où en citant l'Hiſtoire de *1699.* elle rapporte un autre cas extraordinaire d'un Fœtus, en qui elle dit en termes exprés, que la circulation ſe faiſoit certainement contre l'opinion de M. Mery. Elle dit encore au même endroit qu'il paroîtroit aſſés étrange que les deux ſyſtêmes contraires puſ-

ſent être vrais en même temps, que cependant il n'y a peut-être pas d'impoſſibilité, & le reſte qui merite attention & qui finit par ces termes : En cas que la na- « ture fit prendre au ſang tantôt une route tantôt l'autre, « quand même l'une des deux ſeroit la plus communément « uſitée, il n'y auroit pas lieu de s'étonner que cette queſ- « tion eût long-temps partagé les Anatomiſtes, & eût fourni » aux deux partis des armes aſſés égales. «

Je rapporte ceci pour deux raiſons. Premierement, pour faire connoître que cette Compagnie n'a pris aucun parti dans cette diſpute, bien-loin d'avoir eû aucune prévention ou mauvaiſe complaiſance, comme M. Manget l'en accuſe avec une eſpece d'étonnement dans ſa diſſertation, où il répond auſſi à l'obſervation de M. Littre de 1701. En ſecond lieu, parce que ce trait de l'Hiſtoire de l'Academie m'a fait naître cette nouvelle idée, aprés que la Valvule d'Euſtachius m'eût engagé à m'inſtruire plus à fond ſur cette matiere. Voici mon ſentiment.

Je conſidere les deux Oreilletes du Cœur du Fœtus, comme une ſeule par rapport au Trou de communication, & les deux ventricules comme un par rapport au Canal arteriel. Il faut ici, avant que d'aller plus loin, rendre juſtice à Harvée, qu'il a eû d'abord cette penſée, mais il l'a abandonnée auſſi-tôt pour s'être attaché à l'idée d'une Valvule. Je ſuis encore plus étonné de voir que Verheyen, dans ſon Traité poſthume, ait avancé qu'il ne faut pas croire que la Valvule ferme jamais le trou dans le Fœtus, mais qu'elle nage entre le ſang de la Veine-cave & le Pulmonaire : & qu'aprés cela il diſpute le paſſage du ſang de gauche à droit, & établit celui de droit à gauche comme une verité inconteſtable ; tant il étoit préoccupé de l'ancienne opinion.

Il me ſemble donc naturel de regarder les Poumons du Fœtus par rapport à la circulation du ſang comme un autre viſcere, dont j'ignore l'uſage dans cet état, me contentant de ſçavoir que celui qu'il a dans l'adulte

eſt nul ici de l'aveu de tout le monde. Ainſi ce trou de communication entre les deux Oreilletes, étant toûjours ouvert, ſuivant les experiences de l'un & de l'autre parti, il me paroît trés naturel & trés ſimple que le ſang pulmonaire & celui des Veines-caves ſe rencontrent ſans impetuoſité dans les Oreilletes, s'y mêlent réciproquement dans leur diaſtole, & par-là deviennent une maſſe uniforme & également ranimée de ce que le Placenta a fourni; que cette maſſe ainſi mixtionnée ſe partage dans la ſyſtole des Oreilletes, ſelon la proportion quelconque des capacités, pour être pouſſée par les deux ventricules comme par un ſeul, & pour être uniformément diſtribuée par l'artere pulmonaire, par le canal de communication & par l'Aorte comme par un ſeul tronc arteriel à toutes les parties en general. Par-là on n'a pas beſoin de ſe tourmenter ſur le calcul des capacités, des puiſſances, des reſiſtances, des vîteſſes, &c. car cette idée s'accommode à tout, ſoit que ces choſes ou ces circonſtances ſe trouvent plus à droit, ſoit qu'elles ſe trouvent plus à gauche, ou enfin ſoit qu'elles ſoient égales de côté & d'autre; elle eſt conforme à la ſtructure naturelle & aux experiences des deux partis, & par conſequent elle ne doit choquer perſonne, elle leve ſans peine les difficultés mentionnées ci-deſſus; elle eſt toute ſimple, & enfin elle revient le plus au jugement de l'Academie, auquel neantmoins je la ſoumets de tout mon cœur. A quoi ſert donc la membrane flottante, & pour ainſi dire valviforme ? Ce n'eſt pas pour s'oppoſer au retour du ſang dans le Fœtus, mais uniquement pour fermer le paſſage & former une cloiſon entiere aprés la naiſſance. C'eſt ce que M. Mery a fort bien remarqué aprés Veſale, qui avant que l'idée de la circulation fût en vogue, l'avoit déja inſinué dans ſon Examen des Obſervations de Fallope, où il parle auſſi d'une membrane orbiculaire dans l'orifice du canal arteriel, de laquelle je rendrai compte dans la ſuite.

Mais pour revenir à l'uſage de la Valvule d'Euſtachius, attendu

attendu qu'elle se trouve avec son étenduë entiere dans le Fœtus & dans les petits Enfants plus ordinairement à proportion que dans les grands & avancés en âge, elle paroît être necessaire pour empêcher que le sang des deux Oreilletes étant si bien mêlé de la maniere que je viens de proposer, ne regorge dans la Veine-cave inferieure, d'où il pourroit arriver deux inconvenients ; sçavoir, l'affoiblissement de ce mêlange, & le reflux du sang ombilical dans le Placenta, par le défaut de Valvules dans la Veine ombilicale, & cela au préjudice de l'avantage que le Fœtus doit tirer du Placenta. On pourra m'objecter que cette Valvule se trouvant aussi dans les adultes, son usage ne doit pas être restreint au Fœtus. J'y répondrai dans la suite de ce Memoire, où je parlerai de l'ouverture du trou ovale dans les adultes, & d'autres ouvertures particulieres que j'ai trouvées dans la Veine-cave superieure, qui communiquent avec la grosse branche superieure des Veines pulmonaires droites, aussi-bien que du défaut du trou ovale dans le Fœtus, observé par M. Vieussens, & par la même occasion de ce qu'il avance en particulier dans son dernier Traité du Cœur, sur le changement de forme de la prétenduë Valvule par la systole & la diastole des Oreilletes. J'y rendrai raison de la situation de cette membrane valviforme à gauche, & de la disposition que l'on observe dans la cloison des Oreilletes de se vouter à droit ; & j'y ajouterai quelques observations sur le passage du sang ombilical au travers de la Veine-porte, lequel merite beaucoup d'attention, & peut-être demande un Memoire exprés.



DU CHANGEMENT DES SELS acides en Sels alkalis volatiles urineux.

Par M. GEOFFROY l'Aîné.

3 Juillet 1717. LES sels auxquels les Chimistes ont donné le nom de *sels alkalis* sont de deux sortes, ou fixes ou volatiles. Les sels fixes sont ceux qui resistent à la violence du feu sans pouvoir être enlevés au moins sensiblement. Les volatiles au contraire sont ceux qui s'élevent à la moindre chaleur. Ils ont encore donné le nom de *sels lixiviels* aux alkalis fixes qu'ils tiroient par la lessive des cendres des Plantes brûlées, & le nom de *sels urineux* à ceux qui dans les distillations des Plantes & des Animaux s'élevent avec les autres principes volatiles du mixte, & rendent une odeur forte & penetrante, telle qu'elle exhale de l'urine échauffée ou fermentée.

L'un & l'autre de ces sels sont les produits du feu, non pas toûjours à la verité du feu grossier de nos fourneaux, mais du feu principe, ou de la matiere subtile qui excite dans les corps mixtes la fermentation & la pourriture. Car, outre les sels alkalis fixes ou volatiles qu'on retire des differentes parties des Plantes & des Animaux par le moyen du feu, nous voyons souvent les substances du regne vegetal & du regne animal se fermenter jusqu'au point de découvrir par leur odeur penetrante & leur goût piquant le sel volatile qu'elles contiennent; telle est, par exemple, dans le regne vegetal l'*Isatis*, ou Pastel, qui fournit sans feu par la seule force de la fermentation du sel volatile : telles sont la plupart des liqueurs des animaux qui en pourrissant deviennent trés acres au goût & d'une odeur trés penetrante, donnant toutes les marques d'alkalis urineux trés puissants. Je dis que les sels alkalis tant fixes

que volatiles ſont les produits de la matiere du feu, parce qu'avant l'action du feu ces ſubſtances n'exiſtoient point dans ces mixtes telles qu'elles paroiſſent enſuite.

Ces ſels alkalis ne ſont autre choſe que des ſels acides concentrés dans quelques molecules de terre & unis avec quelques parties d'huile par l'entremiſe du feu, ſoit dans la fermentation, ſoit dans la déflagration : c'eſt ce que l'experience fait voir.

La difference des ſels alkalis volatiles d'avec les ſels alkalis fixes dépend principalement de la quantité de terre plus ou moins grande, qui ſe trouve unie avec les acides & les ſoufres. Dans les ſels fixes il y a beaucoup de terre qui leur ſert de baſe, & dans laquelle les acides ſont engagés avec quelque peu d'huile. Dans les ſels volatiles au contraire il y a trés peu de terre & beaucoup d'huile qui donnent corps aux acides.

Le regne vegetal nous fournit une fort grande quantité de ſel alkali fixe & peu de ſel alkali volatile : & au contraire le regne animal produit beaucoup de ſel alkali volatile & peu de fixe. Le regne mineral nous donne quelque peu de ſel alkali fixe naturel : tels ſont le *Natrum* d'Egypte, & les ſels tirés par la leſſive de quelques terres ſalines qui ſe ramaſſent dans certains temps autour de Smyrne & dans pluſieurs endroits de l'Orient. La Chimie a auſſi trouvé moyen de convertir le Salpêtre en ſel alkali fixe. Mais juſques ici on n'avoit point encore fait voir de ſel alkali volatile produit par les acides du regne mineral. Cependant ſi les ſels acides du regne vegetal ſont capables de ſe transformer en ſels alkalis ſoit fixes ſoit volatiles, pourquoi ceux du regne mineral ne seront-ils pas ſuſceptibles des mêmes changements ? puiſqu'ils ne ſont pas fort differents des acides vegetaux, comme je l'ai fait voir ailleurs. Je ne puis mieux prouver la poſſibilité de cette tranſmutation, qu'en faiſant voir par experience differents acides mineraux changés en ſels volatiles urineux. C'eſt ce que je vais faire dans ce Memoire.

Mais auparavant il eſt à propos de démontrer de quelle maniere dans les regnes vegetal & animal les acides s'y transforment en ſels alkalis à l'aide de la fermentation ou de la déflagration, afin que par l'expoſition que je ferai de ce qui ſe paſſe dans la production de ces ſels dans ces deux regnes, on puiſſe juger plus facilement de ce qui ſe paſſe dans nos operations ſur le regne mineral.

C'eſt une choſe connuë de tous les Chymiſtes, que ſi aprés avoir tiré le ſuc de quelque Plante, & ſur-tout des Plantes acides, on le laiſſe pendant quelque temps en repos dans un lieu frais, il s'y forme des criſtaux qui s'attachent aux côtés & au fonds du vaiſſeau où ce ſuc eſt contenu, & ces criſtaux ſont acides au goût. On donne à ce ſel le nom de *ſel eſſentiel*, à cauſe qu'il contient en lui à peu prés les mêmes principes dont la Plante eſt compoſée. C'eſt le ſel acide contenu dans le ſuc de la Plante, concentré dans un peu de terre, de parties huileuſes & d'eau.

Si au lieu de tenir ce ſuc dans un lieu frais, on le laiſſe expoſé à l'air chaud, il fermente, & en boüillonnant il pouſſe en écume & en lie à ſa circonference toutes les parties groſſieres & terreſtres répanduës dans la liqueur : pour lors la plus grande partie des acides débaraſſés de leur terre, étendus dans les parties d'eau, attenués par la matiere ſubtile qui agite la liqueur, rarefiés par les parties d'huile qui ſe mêlent entre eux, compoſent une liqueur vineuſe, qui piquant doucement la langue, n'y cauſe qu'un chatoüillement agreable.

Si on laiſſe aller la fermentation ſans l'interrompre, en laiſſant la liqueur dans le même lieu expoſée à l'air chaud, la matiere ſubtile ne ceſſant point d'agiter cette liqueur, en ſubtiliſe les parties huileuſes à un tel point qu'elles s'exhalent & abandonnent les parties ſalines avec leſquelles elles étoient entremêlées. Les ſels acides reſtant pour lors preſque à nud agiſſent ſur la langue plus vivement qu'auparavant. Tel eſt l'effet du Vinaigre ou des liqueurs aigries.

Jusques-ici nous n'appercevons que de l'acide ou en forme liquide dans les liqueurs vineuses & aigres, ou en forme solide dans les sels essentiels & dans le Tartre du Vin, c'est-à-dire, étendu dans l'eau dans ceux-là, & concentré par un peu de terre dans ceux-ci: & l'on n'y sçauroit découvrir de sel alkali soit fixe soit volatile qu'à l'aide du feu, ou par le moyen de la fermentation outrée & poussée jusques à pourriture.

Ainsi au lieu d'exprimer le suc de ces herbes, si on le laisse sur le marc dans un lieu temperé, non seulement la matiere s'aigrit promptement, mais encore les parties salines acides rencontrant beaucoup de terre & d'huile grossiere dans le marc de ces herbes, elles se concentrent dans ces parties huileuses, & se changent bientôt avec elles en sel volatile mêlé d'huile grossiere & à demi exaltée, ce qui fait l'odeur penetrante, mais puante & desagreable des fumiers d'herbes pourries.

Si on expose au feu les liqueurs vineuses ou le Vinaigre pour les distiller, le feu à la fin de la distillation y développe ou plustôt y produit quelque peu de sel volatile qui ne se manifeste que par une grande violence de feu. Au contraire les fumiers d'herbes pourries donnent plus de sel volatile, & cela presque dés le commencement de la distillation avec un feu trés moderé.

Il en est à peu prés de même du Tartre & des autres sels essentiels. Ces sels avant que de passer par le feu ne donnent aucune marque d'alkali. En les distillant ils fournissent beaucoup de liqueur acide & d'huile grossiere : ensuite le feu pousse de l'esprit urineux & du sel volatile. Il reste dans les cendres beaucoup de sel fixe.

Au contraire si, pour joindre la fermentation à l'action du feu, on humecte le Tartre d'un peu d'eau, & qu'on le laisse dans un lieu temperé se fermenter jusqu'à pourrir, il donnera pour lors beaucoup moins de sel fixe & une beaucoup plus grande quantité de sel volatile & plus promptement.

Dans ces operations le sel acide débarassé par le secours du feu ou de la fermentation de la terre grossiere avec laquelle il étoit uni, se joignant aux parties huileuses, se change avec elles & avec les parties de feu dont elles sont penetrées en un sel urineux.

Il est vrai que quelques-uns ont pensé que ces sels urineux étoient déja dans le mixte avant l'action du feu, qu'ils y étoient absorbés par la grande quantité d'acides, desorte qu'ils n'étoient point capables de s'y manifester par aucun signe. Il ne seroit pas même aisé de les convaincre du contraire, si nous n'avions pas d'autres experiences pour démontrer la production des sels alkalis par des mêlanges de matieres qui n'en contiennent point. C'est ce que nous allons voir par le changement des sels acides mineraux en sels alkalis.

La premiere de ces operations est connuë de tous les Chymistes : c'est la préparation du Nitre fixé, par laquelle on voit naître ce sel alkali fixe du mêlange du Salpêtre & du Charbon dans le feu en cette maniere.

On prend une livre de Salpêtre qu'on fait fondre dans un creuset placé entre les charbons. On y jette peu à peu de la poudre de charbon, il se fait aussi-tôt une forte détonation avec flamme. Lorsque la fulmination est passée, qui ne cesse que lorsque le charbon est consumé, on y rejette de nouveau charbon, ce que l'on continuë jusqu'à ce qu'il ne se fasse plus de fulmination. On retire pour lors la matiere du feu, & on trouve dans le creuset un sel fixe qui donne toutes les marques de sel alkali.

On ne peut pas dire que ce sel fixe vienne du charbon, puisqu'on n'employe quelquefois dans cette operation que trois ou quatre onces de charbon, & qu'on retire jusqu'à dix ou douze onces de sel fixe purifié, & qu'une livre entiere de charbon ne donne que quelques gros de cendres & quelques grains de sel fixe.

Quelques-uns pourroient croire que ce sel existeroit tel que nous le voyons dans le Salpêtre où il seroit ab-

ſorbé par l'acide nitreux, comme nous voyons que l'on compoſe du ſalpêtre avec l'acide du Nitre joint au ſel alkali du Tartre.

Il ne me ſeroit peut-être pas bien difficile de faire voir que le ſel de Tartre ſe décompoſe dans l'action de ces deux ſels l'un ſur l'autre, & qu'il ne reſte de ce ſel que ſa terre jointe à l'acide nitreux pour former le Salpêtre artificiel, ou, comme parlent les Chymiſtes, le *Nitre reſſuſcité.* Ce ſera une choſe à examiner dans un autre temps. Mais pour ce qui eſt du Salpêtre, c'eſt un ſel ſalé compoſé de l'acide nitreux uni trés étroitement avec une terre ſubtile aſſez ſemblable à la craye ou à la terre de la Chaux, & à laquelle les Chymiſtes ont donné le nom de terre alkaline ou abſorbante, parce qu'elle fermente avec les acides, & que s'uniſſant à eux elle en reprime l'action. J'eſtime que dans une livre de Salpêtre rafiné & criſtalliſé il peut y avoir moitié d'eau, un quart de terre & autant de ſel acide.

Ce que je preſume de ce qu'en diſtillant le Salpêtre avec un intermede convenable & propre à ſéparer l'acide nitreux de ſa terre, on retire de chaque livre de Salpêtre douze ou quatorze onces de bon eſprit acide qui s'éleve en vapeurs rouges & qui ſe condenſe en une liqueur jaunâtre acide trés corroſive & qui fume continuellement. La terre reſte dans la cornuë unie à l'intermede, & dont on ne peut retirer aucun ſel alkali par la leſſive.

Cet eſprit contient environ quatre onces de ſel acide, puiſqu'une once de cet eſprit verſé ſur une once de ſel de Tartre bien deſſeché aprés une nouvelle exſiccation du mêlange qui a enlevé tout le phlegme qui étoit joint à l'acide, en a augmenté le poids de deux dragmes & demie. Par conſequent les quatorze onces d'eſprit contiennent environ quatre onces d'acide qui nagent dans dix onces de phlegme.

Tout ce phlegme ne vient pas à la verité du Salpêtre, il en vient un peu de l'intermede pour bien deſſeché qu'il

puiſſe être. Une livre de Salpêtre purifié, tel qu'on le vend ordinairement, contient pour l'ordinaire moitié d'eau, c'eſt-à-dire environ huit onces ; ce qu'on peut reconnoître ſi on prend du Salpêtre rafiné, & ſi on le fait fondre dans un creuſet juſqu'à ce qu'il ne boüillonne plus, & qu'il reſte en une fonte tranquille, qui eſt une marque qu'il n'y a plus d'humidité ſuperfluë. Si on peſe enſuite la maſſe ſaline reſtante, lorſqu'elle ſera refroidie & figée, on trouvera ſon poids diminué de prés de moitié. Si on la fait diſſoudre enſuite dans l'eau, & ſi on la criſtalliſe, on trouvera qu'elle aura repris à peu prés ſa premiere peſanteur, en abſorbant preſque ſon poids égal d'eau.

Y ayant donc dans une livre de Salpêtre environ demi-livre d'eau, & quatre onces de ſel acide, il ne peut y avoir guere plus de quatre onces de terre abſorbante ou alkaline.

Comment donc une livre de Salpêtre fournira-t'elle juſqu'à dix & douze onces de ſel alkali fixe, ſur-tout en faiſant l'operation dans des vaiſſeaux fermés, s'il n'y a dans le Salpêtre que quatre ou cinq onces au plus d'alkali fixe, & ſi le charbon n'en donne que quelques grains. Il faut convenir neceſſairement qu'il s'y eſt formé du mêlange des autres principes du Salpêtre & du charbon. Il faut, dis-je, qu'une bonne partie de l'acide du Salpêtre ſoit demeurée concentrée dans cette terre avec la terre du charbon & quelque portion de ſes ſoufres pour compoſer cette maſſe ſaline par l'entremiſe de la matiere du feu.

Si ces preuves ne ſuffiſoient pas pour démontrer la tranſmutation de l'acide du Salpêtre en ſel alkali, on en ſeroit encore pleinement convaincu, en conſiderant ce qui ſe paſſe dans cette operation de la fixation du Salpêtre. Une partie du Salpêtre y eſt enlevée & ſe diſſipe en flamme & en fumée, & une autre partie beaucoup plus conſiderable s'y fixe en ſel alkali. On ne découvre dans tout cela aucune marque d'acide, & ce ſel paroît y être entierement changé de nature. Tout le phlegme qui en-

troit

troit dans la compoſition du Salpêtre, ſe diſſipe en vapeurs, & ces vapeurs ſont blanches, au lieu que celles de l'eſprit acide ſont trés rouges : une portion de l'acide nitreux agiſſant avec le feu ſur les ſoufres groſſiers du charbon, ſe diſſipe avec eux en flamme, & il s'éleve avec eux quelque peu de la terre tant du Salpêtre que du charbon qui ſe mêle avec les vapeurs du phlegme. En même temps une autre portion de l'acide nitreux ſe concentre dans le reſte de la terre du Salpêtre & dans celle du charbon, où quelques parties ſulphureuſes & la matiere du feu l'engagent & le joignent trés étroitement. Il réſulte enfin de ce mêlange un compoſé tout different de ce qu'étoit le Salpêtre, un ſel alkali au lieu d'un ſel ſalé, & nulle marque de ſel acide.

Cette operation nous fait voir trés manifeſtement la tranſmutation de l'acide nitreux en un ſel alkali fixe, peu different du ſel fixe du Tartre & des autres ſels qu'on retire des cendres des Plantes par la leſſive.

Juſques ici la Chimie ne nous fournit que cet exemple de la transformation du ſel acide en ſel alkali fixe dans le regne mineral. Mais ayant fait reflexion ſur ce qui ſe paſſoit dans cette operation, & conſiderant qu'il y avoit là les mêmes principes qui nous donnoient le ſel volatile urineux dans la diſtillation du Tartre & des Plantes, je crûs qu'il ſe pourroit bien faire que la même operation donnât du ſel volatile urineux, & que ce ſel trop rarefié dans la grande quantité de vapeurs que produit cette fulmination ſe diſſipât ſans le faire ſentir. Je reſolus donc d'examiner avec plus de préciſion ce qui ſe paſſoit dans cette operation, en ramaſſant autant qu'il me ſeroit poſſible les vapeurs qui ſe perdoient, car il n'y a pas moyen de faire cette operation dans des vaiſſeaux exactement fermés, à cauſe de la violente fulmination du Salpêtre avec le charbon qui creveroit tout.

Pour cela, aprés avoir mêlé égales parties de Salpêtre rafiné & de charbon (augmentant la quantité du char-

bon, afin de moderer l'action du Salpêtre) je plaçai dans un fourneau de reverbere une cornuë tubulée, à laquelle j'adaptai plusieurs récipients à deux becs, afin de donner plus d'étenduë & de liberté aux vapeurs pour circuler & se condenser. Aprés avoir échauffé cette cornuë jusqu'à en rougir le fonds, j'y jettai par petites portions le mêlange. Je me suis apperçû dans le cours de l'operation que les vapeurs qui s'élevoient par l'ouverture superieure de la cornuë, lorsque je la débouchois, avoient une odeur urineuse trés penetrante, & que les dernieres vapeurs qui sortoient par les ouvertures que j'avois laissées entre les deux derniers ballons n'en avoient qu'une foible mêlée de quelque odeur d'huile empyreumatique trés legere : ce qui faisoit que cette odeur n'étoit pas desagreable.

Toutes les projections étant faites, j'ai poussé le feu pour chasser le reste des vapeurs qui auroient pû s'arrêter dans la cornuë : & à la fin de l'operation j'ai trouvé dans les récipients une liqueur d'une odeur urineuse penetrante, d'un goût salé. Elle étoit claire, mais elle avoit été obscurcie par quelques fuliginosités & par un peu de la poussiere même du charbon qui s'étoit élevée & qui avoit passé avec les vapeurs dans le temps de la déflagration, l'ayant laissée reposer quelque temps, elle est restée fort claire.

Cette liqueur outre son odeur a encore donné toutes les marques d'un sel volatile alkali urineux. Elle a fermenté vivement avec les acides, elle a donné la couleur verte au Sirop violat, la couleur bleuë à la dissolution du Cuivre, & elle a caillé, & ensuite précipité en blanc la solution du sublimé corrosif, sans donner aucune marque d'acide.

Pour m'assurer si cet esprit volatile urineux ne venoit point du charbon, j'en ai mis dans une cornuë au feu de reverbere, & je l'y ai laissé pendant plusieurs heures. J'en ai tiré un phlegme d'une odeur empyreumatique qui ne donnoit aucune marque d'acide ni d'alkali. Ayant retiré

enſuite ce charbon tel que je l'y avois mis, je m'en ſuis ſervi pour faire la fixation du Nitre qui m'a fourni le même eſprit urineux.

On ne peut donc pas dire que cet eſprit urineux vienne du charbon. Il ne ſort pas non plus du Salpêtre, qui avant cette operation ne donnoit aucune marque d'alkali. Cet eſprit n'étoit donc contenu ni dans l'une ni dans l'autre de ces matieres tel que nous le voyons; il a ſans doute été formé de la réünion de quelques-uns des principes de ces deux ſubſtances: & il eſt à preſumer que comme dans le regne vegetal le ſel urineux paroît être formé de l'union de l'acide avec l'huile & un peu de terre par le ſecours du feu. Dans le regne mineral pareillement & particulierement dans cette operation l'acide nitreux joint avec l'huile du charbon & quelque peu de terre par l'entremiſe du feu, produiſent le ſel urineux contenu dans cet eſprit, ce qui paroît d'autant plus évident que nous n'avons que ces trois ſubſtances qui puiſſent compoſer ce ſel dans cette occaſion.

Cette experience m'ayant engagé à faire pluſieurs tentatives ſur les autres acides du regne mineral pour les convertir en ſel volatile urineux de même que l'acide du Salpêtre, j'en ſuis venu à bout avec l'acide vitriolique de cette maniere.

J'ai pris une partie de fleurs de ſoufre & deux parties de ſel de Tartre, j'ai mêlé exactement ces deux matieres, j'en ai fait la projection dans un creuſet rougi entre les charbons: à meſure que les matieres ſe mettoient en fonte elles boüillonnoient & exhaloient une vapeur fort differente pour l'odeur de la vapeur acide du ſoufre quoi-que trés penetrante. Elle étoit urineuſe & un peu bitumineuſe, comme elle s'éleveroit d'un mêlange d'eſprit volatile de ſel ammoniac mêlé de Petrole ou d'huile de Succin. Ce mêlange eſt long-temps ſur le feu dans le creuſet rougi ſans s'enflammer, encore même ne s'enflamme-t-il que trés foiblement à la fin, de ſorte qu'on n'apperçoit cette

lueur que dans l'obſcurité & pluſtôt au dehors du creuſet qu'au dedans.

J'ai fait la même operation dans une cornuë de verre, à laquelle j'avois adapté un récipient pour ramaſſer cette vapeur, & j'en ai retiré par la diſtillation une liqueur d'une odeur forte & deſagreable ſemblable à celle des œufs pourris ou du magiſtere de ſoufre. Cette liqueur d'ailleurs étoit chargée de ſel volatile urineux, elle précipitoit en blanc la ſolution du ſublimé corroſif, fermentoit avec les acides, verdiſſoit le Sirop violat, & donnoit une teinture bleuë à la ſolution de Cuivre par le Vinaigre.

Il eſt vrai que cette liqueur étoit en trés petite quantité. Mais ſi on la veut avoir en plus grande abondance, il faut prendre égales parties de ſel de Tartre & de ſoufre, les fondre enſemble dans un creuſet, retirer la maſſe & la fondre dans une ſuffiſante quantité d'eau, la laiſſer dans un matras dans un lieu moderement chaud, elle y acquerera une odeur trés puante. En diſtillant cette liqueur on en retirera une bonne quantité d'eſprit volatile urineux trés fœtide.

Dans ces operations une partie de l'acide vitriolique contenu dans le ſoufre ſe joint avec le ſel alkali du Tartre, & forme avec lui un ſel neutre qui eſt le Tartre vitriolé, & qui reſte fixe au fonds du vaiſſeau, pendant qu'une autre partie de cet acide joint avec toute l'huile bitumineuſe du ſoufre rarefiée par le feu, s'éleve en vapeurs, & produit par le nouvel arrangement de leurs parties ce nouveau ſel volatile urineux.

Pendant que je travaillois ſur cette matiere je trouvai dans l'Hiſtoire Latine de l'Academie Royale des Sciences écrite par M. du Hamel une experience fort ſinguliere faite par M. Bourdelin, qui peut ſervir de preuve à tout ce que je viens d'avancer touchant la compoſition des ſels alkalis urineux.

Ce ſçavant Academicien prit de la limaille de Fer, il l'imbiba d'une quantité d'eau ſuffiſante pour en faire une

pâte. Ayant laiſſé ſécher la maſſe, il l'imbiba d'eau de nouveau; comme il peſoit la limaille à chaque imbibition, il remarqua qu'elle augmentoit de poids. Il continua de l'humecter juſqu'à ce qu'il s'apperçût que ſa peſanteur n'augmentoit plus. Pour lors il fit diſtiller cette limaille dans une cornuë, & il en retira une liqueur urineuſe ou chargée de ſel alkali volatile en aſſés bonne quantité.

Il arrive dans cette occaſion à peu prés la même choſe que dans l'operation précedente. Le Fer contient beaucoup d'huile bitumineuſe & de ſels vitrioliques. Lorſqu'on l'humecte avec un peu d'eau, cette limaille s'échauffe trés conſiderablement, fume & rend une odeur un peu ſulphureuſe. Dans cette occaſion les ſels vitrioliques contenus dans le Fer, étant diſſouts & mis en mouvement par l'eau, agiſſent ſur la partie terreſtre du Fer. En même temps la matiere ſubtile ou la matiere du feu excitée par cette premiere action des ſels ſur la terre rarefie l'huile bitumineuſe du metal, & avec elle quelques ſels acides. Ces trois matieres s'uniſſent enſemble de maniere qu'elles forment un nouveau compoſé qui eſt le ſel volatile urineux.

Cette derniere experience deſabuſera ceux qui auroient pû croire que dans les operations précedentes il ſe feroit moins un changement de l'acide du Salpêtre ou du ſoufre en ſel volatile urineux, qu'une volatiliſation du ſel alkali fixe du Tartre ou du Nitre fixé, puiſqu'il ne ſe rencontre point de ſel fixe dans celle-ci.

On peut conclure de toutes ces experiences, qu'il n'y a pas moins de difference eſſentielle entre les ſels alkalis volatiles qu'il y en a entre les ſels alkalis fixes, contre le ſentiment de quelques Chimiſtes, qui ont penſé que tous les ſels alkalis volatiles étoient homogenes lorſqu'ils étoient bien dépurés, & qu'il en étoit de même des ſels alkalis fixes. J'ai fait voir dans un autre Memoire que les ſels alkalis fixes tirés des cendres des Plantes, étoient fort differents, & qu'ils gardoient toûjours le caractere des ſels acides qui les avoient formés. Et l'on voit par ceci que

les sels volatiles urineux doivent aussi differer essentiellement l'un de l'autre, l'un étant formé d'un acide nitreux, l'autre d'un acide vitriolique, &c. que ces sels doivent avoir des proprietés trés differentes, & que par consequent il n'est pas à propos de les employer l'un pour l'autre indifferemment, comme quelques Chymistes le presument.

CONSTRUCTION D'UNE HORLOGE qui marque le Tems vrai avec le moyen.

Par M. DE LA HIRE.

PREPARATION ET DEMONSTRATION.

28 Aoust 1717. SOIT tirée une ligne droite *MYG* qui represente la ligne de l'apogée du Soleil, & sur cette ligne soit pris le point *M* pour la Terre. Si sur le centre *M* on décrit un cercle *YOPO* dont le diametre soit *MY*, & qu'on prenne *MC* égale à la trentiéme partie de *MY*, laquelle soit divisée en deux également en *Z*. Sur le centre *C* ayant décrit un autre cercle *GE* égal au cercle *YOP*, si du point *Z* on tire quelque ligne *ZE* qui rencontre le cercle *YOP* en *L* & *GE* en *E*, ayant aussi mené les lignes *CE*, *ML* qui se rencontrent en *S*, il est démontré que le point *S* sera sur un Ellipse dont *ZG* sera le demi-axe, & les points *C* & *M* en seront les foyers.

Et comme *MC* a été prise égale à la double excentricité du Soleil, le point *S* sera le vrai lieu du Soleil vû de la Terre en *M*, donc l'angle *YCS* est celui du moyen mouvement, & l'angle *YMS* est celui du vrai depuis l'apogée en *G*, ce qui s'ensuit du systême elliptique du Soleil.

On pourra donc par ce moyen diviser le cercle *YOLP* qui a son centre en *M* dans tous les arcs comme *YL* du

vrai lieu du Soleil par rapport aux arcs *GE* du cercle *GE* égal au cercle *YOL*, lesquels representeront le moyen mouvement du Soleil.

Maintenant si l'on prend sur le cercle *YOP* l'arc *YO* égal à la distance de l'apogée du Soleil depuis le premier point du Cancer qui est de 8 degrés $\frac{1}{4}$ dans ce tems-ci; & l'apogée étant en *Y*, on tirera la ligne *OMD* qui doit representer le colure des Solstices sur ce même plan, & sur lequel le cercle *YOLP* representera l'Equateur. Ayant donc élevé du point *M* la ligne *KMP* perpendiculairement à la ligne *OMD* jusqu'à ce cercle en *P* & *K*, le point *P* nous representera le Pole du Monde dans le colure élevé perpendiculairement sur *OMO*. C'est pourquoi si l'on prend l'arc *PQ* de $23^{\circ}\ 29'$, la ligne *KQ* rencontrera *OM* en *T* qui representera le Pole de l'Ecliptique.

Enfin si l'on prend sur le cercle *OPO* les arcs *OX*, *OV* chacun égaux à l'arc *PQ*, & que du point *K* on tire les lignes *KX*, *KV* qui rencontrent *OMO* en *I* & en *D*, ayant divisé *ID* en deux également en *F*, & du centre *F* & du demi-diametre *IF* ayant décrit le cercle *IPDK*, il representera l'Ecliptique dont les points *I* & *D* seront les commencements des signes du Cancer & du Capricorne. Tout ceci est évident, car ce n'est que la projection de la Sphere sur un plan qu'on appelle communement l'Astrolabe Polaire, l'œil étant placé en *K*.

On connoît dans cette espece de projection que si du point *T* on mene des lignes comme *TL* à tous les points *L* de l'Equateur, lesquelles rencontrent l'Ecliptique aux points *H*, tous ces points *H* donneront sur l'Ecliptique des divisions semblables à celles de l'Equateur. Par exemple, si l'arc *OL* de l'Equateur est de 30° de ce cercle, l'arc *IH* de l'Ecliptique representera aussi dans cette projection 30°. de l'Ecliptique.

Mais comme nous avons trouvé sur le cercle *OLP*, sans considerer que ce fût l'Equateur, tous les points *V*

qui marquoient les vrais lieux du Soleil par rapport à des lieux ou à des tems moyens, nous aurons aussi sur l'Ecliptique les points *H* qui representeront les mêmes vrais lieux du Soleil.

Mais ce n'est pas encore assés, il faut marquer sur cette projection l'ascension droite de ces vrais lieux du Soleil qui sont placés sur l'Ecliptique, ce que les lignes *MHN* détermineront, puisque le point *M* represente le Pole, & que les ascensions droites sont déterminées par des cercles meridiens qui sont ici representés par les lignes droites *MHN*, & par les arcs de l'Equateur qui en donnent la quantité.

Enfin il resulte de-là que si par le point *M* on mene la ligne *MB* parallele à *CE*, elle marquera le moyen lieu du Soleil, & que *MHN* marquera l'ascension droite du vrai qui répond à ce moyen, & ces lieux seront marqués sur le même cercle *OLP* qui a son centre en *M*.

Voici maintenant de quelle maniere on peut construire une machine fort simple qui donnera la position des lieux moyens & vrais du Soleil, sans y employer aucune courbe ni même de cercle.

Soit une Aiguille *CE* comme sont celles du Cadran d'une Montre ordinaire, laquelle soit mobile sur le point *C*, & dont la longueur *CE* soit égale au rayon *CG* ou *MO* du cercle *OLP*, & que cette aiguille porte à son extremité *E* une petite cheville *E*. Soit encore une autre aiguille égale à la premiere & mobile sur le point *M* avec sa cheville en *L*. De plus soit une regle *ZE* mobile au point *Z* & plus longue que *ZE*, & que cette regle ait vers son extremité une petite fente, laquelle soit faite dans la ligne de foi qui vient de son centre *Z*, laquelle fente puisse recevoir justement les chevilles *E* & *L* des deux aiguilles précedentes pour s'y engager justement, & que les deux aiguilles & la regle puissent couler l'une sur l'autre sans s'y accrocher.

Il est évident que dans cet état, ces trois pieces se mouvant

mouvant enſemble comme elles ſont engagées l'une avec l'autre, détermineront toûjours les poſitions des points *E* & *L* comme elles ſont dans la figure dans toutes les poſitions qu'elles pourront prendre autour des points *C* & *M*, dont l'une *CE* marquera le moyen mouvement du Soleil, & l'autre *ML* le vrai, comme on l'a expliqué ci-devant.

Enfin qu'il y ait encore une troiſiéme aiguille *FH* mobile ſur le point *F*, & qui ſoit de la longueur *FI* du rayon de l'Ecliptique, laquelle porte à ſon extremité une cheville *H* qui lui ſoit attachée comme les autres. Dans le mouvement de cette aiguille, la cheville *H* décrira l'Ecliptique *IHD*. Mais qu'il y ait auſſi une regle *THL* mobile au point *T*, & qui ait une fente dans ſa ligne de foi *TH* qui puiſſe recevoir juſtement la cheville *H* de l'aiguille précédente *FH* & la cheville *L* de l'aiguille *ML*; enſorte que les trois premieres pieces que j'ai décrites, ſeront engagées avec ces deux dernieres, & ne pourront point ſe mouvoir les unes ſans les autres.

Il doit encore y avoir une régle *MN* mobile ſur le point *M*, & qui ait une fente dans ſa ligne de foi pour recevoir auſſi la cheville *H* de la régle *FH*.

Je ne dis point comment ces régles & ces aiguilles avec leurs chevilles pourront ſe mouvoir en paſſant les unes ſur les autres, puiſque quelques-unes de ces chevilles peuvent être en deſſus, & les autres en deſſous, & en ſe ſervant de quelques canons au centre de leur mouvement, comme les Horlogeurs le pratiquent ordinairement.

On pourra enfin appliquer des rouës & des pignons aux endroits où ces pieces ſe meuvent, pour augmenter tant qu'on voudra l'apparence de leurs mouvements qui ſe réduiſent à la ligne *CE* du moyen mouvement ou de ſa parallele *MB*, & à la ligne *MHN* de l'aſcenſion droite du vrai mouvement du Soleil qui marque le temps vrai.

SECONDE METHODE.

On peut faire marquer le vrai tems à une Pendule qui montre le tems moyen en minutes sans rien changer à son mouvement ni sans y rien ajoûter, mais seulement par le moyen d'une aiguille qui marquera ce tems vrai sur les mêmes divisions du Cadran des minutes, & d'une maniere trés simple.

Les Pendules ordinaires qui marquent les minutes ont un Cadran particulier qui est divisé en ses 60 minutes, & je demande ici un espace circulaire de 6 lignes environ de largeur au dehors ou au dedans de ce Cadran. Dans cet espace, je décrits une courbe ondée comme elle est representée dans la figure suivante, & par la regle que je vais expliquer. Cette courbe doit être tracée le plus proche qu'il sera possible du Cadran des minutes, & qu'il y ait seulement entre deux & entre ses circonvolutions autant d'espace qu'il est necessaire pour y écrire les jours des mois.

On commence à tracer cette courbe au premier point de la division du Cadran des minutes; sur ce point de la courbe je marque le premier jour de Novembre, & je continuë à décrire cette courbe & sur laquelle je marque en retrogradant les jours des mois autant eloignés les uns des autres que demande l'équation des jours, ou la difference entre le moyen & le vrai mouvement du Soleil en temps pour ces jours-là; ces jours seront marqués sur la courbe par le moyen d'une ligne droite tirée du centre du Cadran des minutes jusqu'à ce Cadran, mais de peur de confusion je marque seulement les divisions de 5 en 5 jours, ou de 10 en 10, suivant que l'espace entre les divisions le peut permettre. Ainsi cette courbe sera divisée par l'équation des jours pour toute l'année, où l'on remarquera qu'elle va tantôt en retrogradant comme au commencement, & tantôt directement comme vers la fin, suivant la nature de l'équation; & enfin cette courbe

ſe termine à la ligne tirée du centre au point de la diviſion des minutes où elle a commencé : cette courbe a dû être en onde à cauſe que l'équation du temps eſt tantôt additive & tantôt ſouſtractive.

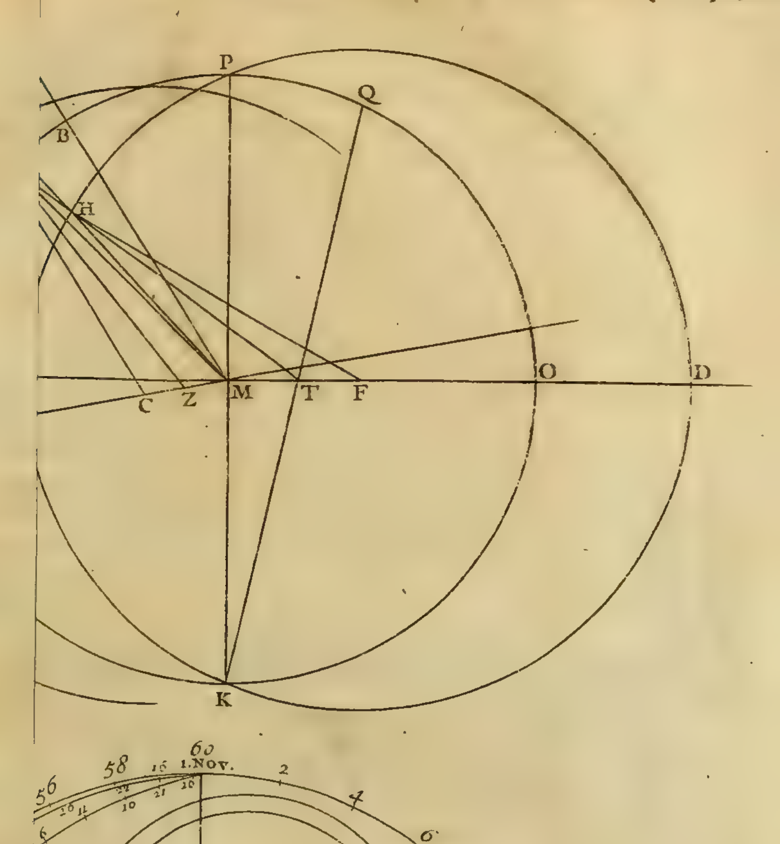
Cette diviſion étant faite, on prendra une autre aiguille outre celle qui ſert pour les minutes, laquelle doit ſe mouvoir ſur le même centre de la premiere, & cette aiguille doit être auſſi longue que l'autre, & même plus, ſi la courbe a été décrite au dehors du Cadran des minutes, & on la doit dorer par ſon extremité pour la diſtinguer de l'autre qui eſt bleuë, & l'on pourra auſſi lui ajoûter vers ſon extremité un petit bouton plat ou un petit Soleil doré, pour faire connoître que c'eſt elle qui marque le temps vrai.

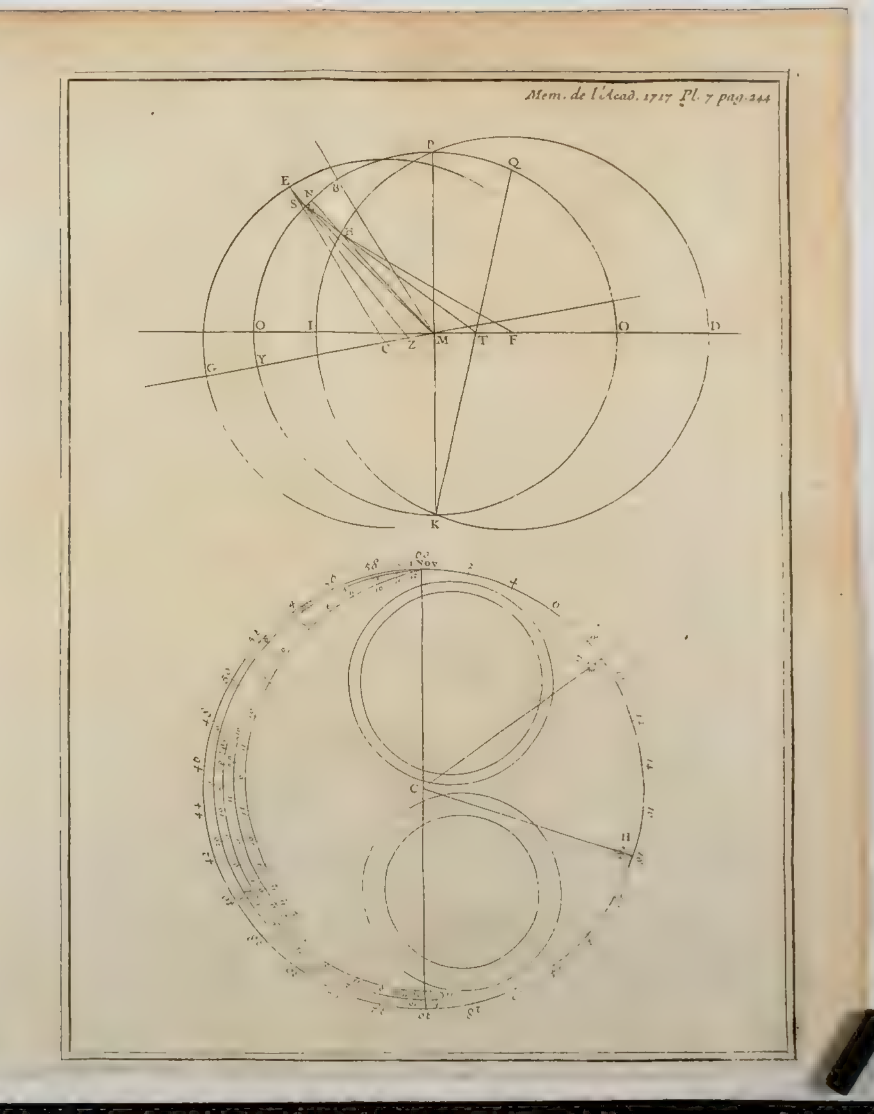
Je ſuppoſe maintenant que l'Horloge eſt bien reglée ſur le temps moyen, & par conſequent que l'aiguille bleuë des minutes marque exactement ce temps; mais pour mettre l'aiguille dorée du temps vrai au lieu qui lui convient, on attendra à une ou deux heures devant ou aprés midi, que l'aiguille bleuë ſoit arrivée au point de 60', & dans le même temps on placera l'aiguille dorée en la faiſant paſſer par le jour où l'on eſt, lequel eſt marqué ſur la courbe, ayant égard au jour qu'il ſera, & qui devroit être marqué entre les diviſions de 5 & 5, ſi la diſtance ſur la courbe eſt aſſés grande pour faire cette attention. On voit donc qu'il faudra que l'aiguille dorée puiſſe ſe mouvoir librement pour lui faire changer de place, ſans alterer le mouvement de l'autre. Enſuite on les laiſſera mouvoir toutes deux du mouvement de l'Horloge, & l'aiguille bleuë montrera le temps moyen, pendant que l'aiguille dorée montrera le temps vrai ſur le même Cadran des minutes de l'autre.

Par exemple, en conſiderant la figure ſuivante le 21 Septembre à quelque heure vers midi, l'aiguille bleuë *CH* du moyen mouvement étant arrivée au point de 60 minutes ſur ſon Cadran, dans ce moment on placera l'ai-

guille dorée *CS* enforte qu'elle paffe par le point du 21 Septembre marqué fur la courbe ; les deux aiguilles étant donc emportées par le mouvement de l'Horloge, fi aprés quelque heure de ce jour l'aiguille bleuë *CH* marque 18' fur le Cadran des minutes, il fera alors 18' de temps moyen aprés l'heure marquée par le Cadran des heures, mais alors l'aiguille dorée *CS* ne marquant que 9' fur le même Cadran, on fçaura qu'il n'eft encore que 9' de temps vrai aprés l'heure de l'Horloge; & l'on doit remarquer que lorfque l'aiguille dorée fe trouvera placée dans fon mouvement, enforte qu'elle marque plus de minutes que l'aiguille bleuë, alors il faudra imputer la minute marquée par l'aiguille dorée à l'heure qui précede celle qui eft marquée par l'Horloge. Par exemple, dans la difpofition où font ces aiguilles dans la Figure, fi l'aiguille bleuë *CH* ne marquoit que 4' aprés 10 heures qui feroient de temps moyen, l'aiguille *CS* marqueroit 55', ce qui fignifieroit qu'il feroit 55' aprés 9^h de temps vrai.

On voit donc par ce qui a été dit ci-devant, qu'il faut bien placer d'abord l'aiguille *CS* du vrai mouvement par rapport à celle du moyen *CH*, & lorfque les jours fur la courbe occupent un efpace confiderable, il faudroit recommencer à faire fouvent la même operation, mais l'Horloge étant bien reglée fur le moyen mouvement, lorfque l'aiguille *CS* aura été mife à fa place pour quel jour on voudra, fuivant ce qu'on a enfeigné ci-devant, il fera affés facile de juger de quelle quantité il faudra l'avancer ou la reculer pour les jours fuivants fans avoir égard à l'aiguille *CH*. Par exemple, on voit que fi du centre *C* on tiroit deux lignes par les points du 11 & du 16 Decembre jufqu'au Cadran des minutes, ces lignes intercepteroient 1' $\frac{1}{3}$ à peu prés pour la difference de ces 5 jours entre le 11 & le 16, ce qui donneroit pour chaque jour un peu plus d'un quart de minute dont il faudra faire retrograder l'aiguille *CS* pour un jour fans s'affujettir à l'aiguille *CH*, je dis retrograder, car alors le vrai temps s'éloigne


P
Q
B
H
M
T
F
O
D
C
Z
K
60
58
56
1. Nov.
2
4
6
15
24
21
20
26
11
10
6


P
Q
E
N
B
S
H
O
I
O
D
C
Z
M
T
F
G
Y
K
1 Nov
2
4
6
58
56
54
52
50
48
46
44
42
C
H
18

du moyen, comme on le voit par l'ordre des jours marqués ſur la courbe.

On pourra par cette même methode prendre ou regler le temps vrai avec le moyen en quel jour on voudra de l'année comme au commencement de chaque mois. Car ſi l'on place l'aiguille du moyen mouvement *CH* ſur le commencement de ce mois à midi, & que l'aiguille *CS* du vrai lieu lui ſoit jointe, ces deux aiguilles marqueront alors enſemble le moyen & le vrai temps, mais comme dans les jours ſuivants il faudra changer l'aiguille du vrai *CS* de place, ce qui ſe fera lorſque l'aiguille *CH* du moyen ſera venuë ſur le premier jour du mois, l'aiguille *CS* marquera ſucceſſivement le vrai temps par rapport à l'aiguille du moyen qui ira toûjours ſelon le mouvement moyen, & cela juſqu'à la fin du mois, où l'on verra l'écart du vrai d'avec le moyen, où il faudra avoir égard ſi en changeant l'aiguille *CS* on l'a avancée, ou ſi on l'a reculée; car ſi elle a été avancée, le temps vrai ſera toûjours plus grand que le temps moyen, & au contraire ſi elle a été reculée.

Enfin ſi l'on a auſſi un bon Cadran ſolaire, ou une ligne meridienne tracée exactement, on pourra regler un Pendule ſur le moyen mouvement, en ſe ſervant de cette machine. Car ſi dans quelque jour on place les deux aiguilles l'une ſur l'autre, & qu'on les mette ſur l'heure marquée par le Soleil, & que quelques jours aprés, quand ces aiguilles ſeront venuës au jour de la courbe où on les avoit miſes d'abord, ſi l'on en écarte l'aiguille du vrai ſur la courbe de la quantité des jours entre les obſervations, il faudra, lorſque le Soleil marquera le même temps qu'il marquoit la premiere fois quand les deux aiguilles étoient enſemble, que l'aiguille du vrai marque auſſi ce même temps, ſinon l'Horloge ne ſera pas bien reglée au moyen mouvement, & il faudra l'avancer ou la retarder pour la faire convenir ſelon qu'elle retardera ou avancera.

Par exemple, le 11 Decembre on met les deux aiguil-

les ensemble, & on les place à midi au commencement de la division du Cadran des minutes lorsqu'il est midi au Soleil, & dix jours aprés lorsque ces aiguilles seront revenuës ensemble à la division du 11 Decembre sur la courbe, ayant avancé celle du vrai sur la courbe jusqu'au 21 Decembre, il faudra, lorsque le Soleil sur le Cadran solaire ou à la Meridienne marquera midi, que l'aiguille du vrai temps marque aussi midi, sinon l'Horloge n'est pas reglée sur le moyen mouvement, car alors l'aiguille du moyen qui emporte celle du vrai, & qui doit montrer l'équation de l'Horloge par rapport à celle du vrai pour ces dix jours, sera trop ou trop peu avancée; il faudra donc retarder ou avancer l'Horloge, en abbaissant ou élevant le poids du Pendule, tant qu'on trouve, comme on vient d'expliquer, que l'aiguille du vrai s'accorde avec le Soleil. Mais on a des moyens fort commodes & fort justes par les observations des Etoiles fixes pour regler les Pendules sur le moyen mouvement du Soleil jusqu'aux secondes.

On doit bien remarquer, comme j'ai dit ci-devant, que lorsqu'on fait mouvoir l'aiguille du vrai mouvement, il ne faut pas avancer ni retarder l'aiguille du moyen.

SUR LA VOLATILISATION vraye ou apparente des Sels fixes.

Par M. LEMERY.

14 Juillet 1717.

DANS le dernier Memoire que j'ai eu l'honneur de lire à la Compagnie, j'ai avancé que les Sels alkalis tant fixes que volatiles n'étoient point tels, c'est-à-dire, alkalis dans la plante ou dans l'animal dont on les retire; mais qu'ils y habitoient sous la forme d'un Sel salé ou acide concret, & qu'ils ne devenoient ensuite alkalis que par les moyens mêmes dont on se sert pour les retirer, & qui en leur enlevant une portion de leurs acides, les met-

toient par-là en état d'admettre autant de nouveaux acides qu'ils en avoient perdu d'anciens; qu'enfin ces Sels alkalis étoient, à proprement parler, des Sels à demi décomposés, & qu'il étoit facile de recomposer ou de rétablir dans leur premier état, en leur restituant les mêmes acides qu'on leur avoit ôté: par exemple, dans l'opération du Nitre fixé par les charbons, on chasse des pores de la matrice terreuse du Salpêtre une grande quantité d'acides nitreux, ce qui donne une forme alkaline à ce Sel; & en y versant ensuite de l'Esprit de Nitre, on le recompose de maniere qu'on lui fait perdre sa forme alkaline, & qu'il redevient parfaitement tel qu'il étoit avant l'opération, c'est-à-dire, un veritable Salpêtre.

Quant à la volatilité des Sels, j'ai dit dans le même Memoire, que c'étoit l'ouvrage de la fermentation, qui dans les animaux, par exemple, volatilisoit le même Sel, qui un peu auparavant étoit fixe dans la plante où il habitoit, & qu'il arrivoit souvent aussi que ce qui étoit volatile dans l'animal redevenoit fixe dans la plante, & tout cela suivant que le corps volatile s'associoit à des parties terreuses qui le fixoient, ou que le corps fixe déposoit une portion de ses parties terreuses, & recevoit en place des parties huileuses qui le rendoient plus leger & plus facile à être emporté en l'air. Ces parties huileuses se manifestent assés dans les Sels volatiles par le goût & l'odeur d'huile brûlée & fœtide que répandent ceux qui ont été tirés des plantes & des animaux.

Pour prouver la maniere dont je suppose que les Sels se volatilisent, je n'ai point allegué une experience de Mr. Homberg qui favorise parfaitement mon opinion, & qui se trouve à la fin de ses Essais de Chimie donnés en 1702. Je ne me suis point étendu non plus sur la maniere dont les Sels salés ou acides concrets deviennent alkalis, parce que ce détail m'auroit trop détourné de mon objet principal que je ne voulois point perdre de veûë; & je me suis engagé à traiter une autre fois cette matiere,

en examinant quelle eſt la matrice veritable du Salpêtre & du Sel armoniac nitreux.

Cependant j'avois en main depuis fort long temps une Experience curieuſe, dans laquelle on pourroit dire que le Sel fixe & alkali du Tartre qu'on y employe devient volatile par le moyen du Soufre du Fer, & peut-être auſſi d'un acide nitreux & vitriolique qui ſe trouve dans le mêlange : & comme Mr. Geoffroy vient de nous donner une Experience dans laquelle il paroît auſſi avoir fait un Sel volatile par un autre procedé, & avec des ingredients differents; ſçavoir avec le charbon & le Salpêtre; de plus, comme il nous a donné ſon ſentiment ſur la nature & la formation des Sels alkalis, j'ai crû que par la raiſon que nous avions parlé en même temps ſur le même ſujet, je devois auſſi rapporter dans le même temps mon obſervation ſur la volatiliſation des Sels; mais je ne le fais aujourd'hui que pour prendre datte, d'autant que mon experience meritant bien d'être ſuivie, viendra encore dans la ſuite accompagnée de pluſieurs autres qui n'ont été imaginées qu'à ſon occaſion.

Deux ou trois aſſemblées avant celle où le Czar nous honora de ſa preſence, je rapportai à l'Academie une Obſervation que j'avois faite ſur le Fer diſſout par pluſieurs ſortes d'Eaux fortes & d'Eſprit de Nitre; c'eſt que quand la liqueur eſt autant chargée de Fer qu'elle le peut être, ce qu'on reconnoît parce qu'elle eſt devenuë d'un rouge foncé, qu'elle a acquis une conſiſtance ſirupeuſe, & qu'elle ne fermente plus ou trés peu avec de nouveau Fer; ſi on la paſſe alors par un papier gris, il reſte ordinairement enſuite ſur le filtre une eſpece de marc rougeâtre, & ce marc lavé en y verſant de l'eau pure, laiſſe paſſer une liqueur quelquefois un peu rougeâtre, d'autre fois ou jaunâtre ou verdâtre, ce qui forme une ſeconde liqueur ou diſſolution de fer qui ſe trouve aſſés ſouvent trés différente de la premiere qui étoit trés rouge, & qui a paſſé d'abord ſans le ſecours de l'eau; car au lieu que l'huile de

de Tartre versée sur la premiere dissolution ne détruit point sa couleur rouge, & ne forme qu'une espece de coagulum de la même couleur, avec lequel on peut faire de belles végétations; l'huile de Tartre versée sur la seconde liqueur forme à l'instant même un coagulum verdâtre & trés abondant, avec lequel je n'ai jamais pû faire de végétations; ce qui m'a donné lieu de conjecturer que l'Eau n'emportoit alors qu'un Vitriol ordinaire, ou un Fer dissout par un acide vitriolique, & cela d'autant mieux que le Vitriol vert ordinaire fondu dans l'Eau & mêlé avec un Sel fixe forme à l'instant un coagulum verdâtre & parfaitement semblable à celui de nôtre dissolution: nous verifierons plus particulierement dans la suite cette conjecture.

Je remarquai encore que quoi-que les acides du Salpêtre fassent la base de l'Eau forte & de l'esprit de Nitre, & même que plusieurs Chimistes n'imaginent pas qu'il y ait dans ces deux liqueurs d'autres acides que ceux dont on vient de parler, il y a cependant tout lieu de croire que ces deux liqueurs contiennent réellement aussi des acides vitrioliques, & quelquefois en une quantité fort considerable, comme les effets que je rapporterai en leur lieu, le dénotent trés clairement.

Enfin, comme je n'avois en vûë pour lors que de faire sentir à la Compagnie qu'il se pourroit bien faire que dans la distillation de l'Eau forte & de l'esprit de Nitre, outre les acides nitreux qui s'élevent du Salpêtre employé dans ces deux operations, il s'élevoit aussi des acides vitrioliques fournis par la terre grasse ou le Vitriol employés aussi dans ces operations, je ne fis remarquer autre chose que la couleur verdâtre du coagulum qui se formoit par le mélange de l'huile de Tartre, & de nôtre seconde dissolution du Fer, & je tû une autre circonstance que je n'avois pû m'empêcher de remarquer un grand nombre de fois, mais que je ne voulois point publier que je n'eusse fait à cette occasion plusieurs autres experiences pour m'assurer plus parfaitement de la vérité du

fait; & comme j'étois alors occupé à un autre travail, j'avois remis à un autre tems l'examen dont il s'agit.

La circonstance que j'avois passé sous silence, c'est que quand on verse du sel de Tartre sur nôtre seconde dissolution du Fer qui produit un coagulum verdâtre, il s'éleve aussi-tôt du mêlange une forte odeur d'urine ou de sel volatile, qui augmente à mesure qu'on augmente la dose du sel de Tartre. Il y a environ deux mois qu'en faisant ce mêlange en presence de quelques gens pour leur faire voir la couleur du coagulum dont il a été parlé, ils furent frappés en même tems les uns & les autres, sans que je leur en parlasse, de l'odeur urineuse de la liqueur; & l'un d'eux prit le mêlange dans le dessein de verifier si c'étoit veritablement à des sels volatiles qu'étoit dûë l'odeur urineuse, ne le pouvant faire moi-même alors par les raisons qui ont été dites; mais je n'ai point appris depuis que cette experience eut été executée, & effectivement elle ne l'a point été; & Samedi dernier ayant promis, à l'occasion du Memoire dernier de M. Geoffroy, que j'apporterois à la Compagnie l'experience dont il s'agit, je l'ai refaite depuis, & je l'ai en quelque sorte rachevée en faisant distiller le mêlange.

Je mêlai donc Lundi dernier dans une petite cucurbite, une bonne quantité d'huile de Tartre avec nôtre seconde dissolution de Fer, & il s'éleva aussi-tôt une grande quantité de vapeurs urineuses; je couvris la cucurbite de son chapiteau; & soit parce qu'elle étoit dans un lieu où le Soleil donnoit de temps en temps, soit par la seule fermentation du mêlange, il monta une si grande quantité d'esprits volatiles urineux au chapiteau, que l'ayant ôté de dessus la cucurbite, & y ayant porté le nés, j'en fus vigoureusement frappé & obligé même de me reculer promptement, parce qu'il ne m'étoit pas possible de soutenir l'effort des parties spiritueuses qui s'en exhaloient.

Le lendemain, aprés avoir bien luté les jointures, je fis distiller la liqueur, d'abord à un petit feu, & peu de temps

aprés je voulus voir ce qui étoit monté dans le récipient, & qui devoit être la portion la plus chargée de sels volatiles : je trouvai en effet qu'elle portoit fortement au nés comme font les sels volatiles, & qu'elle avoit une saveur trés piquante ; il me parut même trés sensiblement qu'elle ne differoit point, quant à l'odeur, d'un esprit volatile ammoniac assez fort, & l'ayant senti d'assez prés, j'en fus surpris & incommodé de la même maniere : enfin j'en mêlai avec la solution du sublimé corrosif, ce qui fit un précipité trés blanc & trés abondant, & ce qui ne me laissa aucun lieu de douter que je n'eusse retiré par cette voye un veritable sel volatile alkali.

La seconde portion qui est venuë ensuite par une chaleur un peu plus forte, avoit une odeur d'urine moins considerable, mais quand on en mettoit sur la langue, elle la piquoit vivement, & saisissoit en même temps le nés. Elle a fait un précipité trés blanc & trés abondant avec le sublimé corrosif.

La troisiéme & la quatriéme portion, pour lesquelles on avoit encore augmenté le feu, avoient une odeur & un goût fade ; cependant elles ont fait avec le sublimé un lait moins chargé à la verité que les deux premieres portions.

La matiere restée dans la cucurbite aprés la distillation y étoit sous la forme d'une masse calcinée qui tenoit au fond du vaisseau. Pour l'en détacher, j'y ai versé de l'Eau qui en a dissout toute la partie saline, & il est resté au dessous de la liqueur une poudre verdâtre ou noirâtre qui teignoit le liquide de la même couleur, quand on agitoit & qu'on broüilloit le tout ; aprés quoi la poudre se précipitoit au fond comme auparavant ; la dissolution saline dont on vient de parler, mêlée avec le sublimé corrosif, a fait un jaune foncé ; & la poudre verdâtre séparée de la liqueur qui nageoit dessus, est devenuë ensuite fort jaune : il me reste quelques autres experiences à faire sur la masse restée au fond de la cucurbite aprés la distillation.

Il m'en reste encore d'autres à faire sur la solution du

Vitriol ordinaire comparée à nôtre seconde dissolution du Fer, & sur un grand nombre de dissolutions de Fer faites par differents acides. Tout ce qui m'a paru jusqu'ici, c'est que quand on verse de l'huile de Tartre sur la premiere portion de nôtre dissolution de Fer faite avec l'esprit de Nitre ordinaire, on n'apperçoit point d'odeur urineuse, ou si elle en fait sentir, ce qui est fort rare, c'est toûjours trés peu de chose en comparaison de ce que produit la seconde portion qui verdit avec l'huile de Tartre comme il a été dit. Je suivrai plus particulierement toutes ces experiences, & j'en rendrai compte à la Compagnie.

Au reste, quoi-qu'il paroisse trés vrai-semblable que M. Geoffroy & moi nous ayons trouvé le secret de faire un veritable sel volatile qui n'existoit point, quant à sa forme, avant nos experiences, & qui pour cela même devroit être consideré comme un sel volatile de nôtre façon, ou comme une production de l'art, cependant il me reste encore des doutes & des scrupules sur la formation de ce sel, & quelques épreuves que je medite pour la verification de ces doutes pourroient bien nous ôter à l'un & à l'autre la gloire d'avoir fait un sel volatile, & ne nous laisser que celle d'avoir développé & fait paroître un sel volatile caché auparavant, & comme enseveli dans une matiere où communément on ne s'avisoit point de le soupçonner : mais enfin quoi-qu'il en soit nous gagnerons toûjours beaucoup tous deux en découvrant la verité.

J'ajoûterai ici une reflexion que l'amour de la verité ne me permet pas de passer sous silence, c'est que soit que par les procedés & avec les matieres dont nous nous sommes servis, nous ayons effectivement donné lieu à la formation d'un veritable sel volatile alkali ; soit que nous n'ayons fait autre chose par nos procedés que de dégager un sel qui étoit auparavant tout formé, toûjours est-il vrai de dire que d'autres avant nous avoient déja fait la même chose par des procedés particuliers & avec des matieres semblables aux nôtres, c'est-à-dire, qu'on ne soupçonnoit

guere de contenir des sels volatiles, & pour en être convaincu, il n'y a d'abord qu'à lire la seconde édition des Secrets du feu sieur Rousseau, p. 56 & 57, on y verra que le Vitriol de Venus donne par la distillation un veritable sel volatile, & qu'on retire un sel de la même espece, en redistillant & poussant par un dernier degré de feu le *caput mortuum* de tous les Vitriols, qui a été auparavant exposé à l'air.

Dans la seconde édition de l'Histoire Latine de l'Academie faite par M. du Hamel, on voit p. 219, que M. Bourdelin, aprés avoir humecté & desseché ensuite & à differentes reprises de la limaille d'Acier, de maniere qu'elle ne se chargeoit plus de nouvelle eau, & qu'elle avoit beaucoup augmenté de poids, en avoit retiré en cet état par la distillation une liqueur chargée de sel volatile, & qui fermentoit vigoureusement avec l'esprit de sel. Cette experience s'accorde parfaitement avec celles du feu Sr. Rousseau; car si le Fer donne si aisément un sel volatile, comme ce metal sert de base à une grande quantité de Vitriols naturels, il n'est pas étonnant que ces mêmes Vitriols donnent aussi du sel volatile; & ce qui confirme encore ces mêmes experiences, c'est que du Vitriol artificiel fait avec du Fer, fournit aussi un sel volatile, comme il paroît par l'experience de ma façon que j'ai rapportée, & qui fait le sujet de ce Memoire.

Nous ne parlerons point ici de ce que M. Homberg a donné dans les Memoires de l'Academie de 1702 & de 1714 pour la volatilisation des sels, car ce ne sont point de sels volatiles alkalis, mais de sels salés dont il s'agit dans ces Memoires; nous rapporterons seulement une Experience curieuse du même M. Homberg qui se trouve dans la seconde édition de l'Histoire Latine de l'Academie Royale des Sciences.

Il jette une partie d'Alun & deux parties de sel de Tartre dans une cornuë à laquelle il applique un vaste récipient, & la matiere poussée par un feu gradué, donne

d'abord un esprit urineux, puis un sel volatile trés beau & trés penetrant. Il recommande de faire l'operation en grande quantité, c'est-à-dire, de mettre au moins dans la cornuë quatre livres & demie de matiere, sans quoi l'operation ne réüssiroit pas; & cela, parce qu'une petite quantité de sel étenduë dans un grand récipient pourroit à peine être reconnoissable & recueillie.

M. Homberg ne s'attribuë point la formation du sel volatile dont il s'agit, il croit qu'il étoit tout formé & contenu dans l'une des deux matieres qu'il avoit employées, mais il ne pense pas que ce fut dans l'Alun, où il ne reconnoît qu'un acide vitriolique & une terre. C'est donc dans le sel de Tartre qu'il prétend que le sel volatile en question est engagé & arrêté, & il suppose que ce sel volatile se débarasse & s'éleve par le secours de l'acide de l'Alun, qui se joignant au sel fixe, l'oblige par-là à lâcher & laisser partir le sel volatile.

Mais on ne voit pas trop par quel endroit deux sels alkalis se trouvent si étroitement unis ensemble; ce qu'on sçait, & ce que j'ai déja remarqué dans un autre Memoire, c'est que les parties integrantes des sels alkalis sont si peu propres à s'unir qu'elles ne se cristallisent point ou presque point, & qu'on les sépare les unes des autres avec la derniere facilité.

On conçoit encore moins comment le sel volatile que M. Homberg suppose joint avec le sel fixe du Tartre, & auquel on ne peut refuser par sa nature de sel volatile une disposition trés grande à s'envoler, comment, dis-je, ce sel volatile a été assez fortement arrêté par le sel fixe pour avoir resisté en cet état à l'action du feu de calcination qu'on a coutume d'employer dans l'operation ordinaire du sel de Tartre, & en general de tous les sels fixes.

On trouve donc plus vrai-semblable de supposer ou que le sel volatile dont il s'agit est artificiel & de la façon de M. Homberg, ou qu'il habitoit réellement dans l'Alun; & en effet le Vitriol qui ne differe de l'Alun que par sa matrice, & qui contient aussi-bien que lui une grande quan-

tité de la même espece d'acide ; le Vitriol, dis-je, sans le secours & le mêlange du sel de Tartre donne par la distillation un sel volatile, comme il a déja été dit : de plus on sçait qu'il entre de l'urine dans la fabrique ordinaire de l'Alun, de maniere qu'il paroîtroit en quelque sorte qu'il y a réellement du sel volatile dans le Fer, & peut-être même dans d'autres matieres metalliques ; que c'est de-là que les Vitriols naturels & artificiels empruntent celui qu'ils donnent par la distillation ; que celui qu'on retire de l'Alun lui a aussi été apporté ou par sa matrice ou par l'urine dont on se sert dans la fabrique de ce sel ; que le sel volatile dans l'Alun & dans le Vitriol se trouve joint avec l'acide vitriolique dont ces sels sont composés ; qu'il y forme une espece de sel ammoniac, & que le feu venant à agir sur ce composé, oblige le sel volatile à se desunir de l'acide qui ne peut s'élever aussi haut ni aussi promptement que lui. On pourroit dire encore que quand on mêle un sel fixe alkali avec le Vitriol ou l'Alun, ce sel fixe ne fait en cette occasion que s'unir à l'acide vitriolique qui tenoit au sel volatile, & donner lieu par-là à une plus grande quantité de sel volatile de se dégager & de s'élever sous la forme ordinaire & avec les proprietés de cette espece de sel. Ce qu'il y a de vrai, c'est que la promptitude avec laquelle le sel volatile s'éleve du Vitriol artificiel de nôtre experience, dés que ce Vitriol a été touché par le sel de Tartre, que cette promptitude, dis-je, est une espece de préjugé contre la production artificielle du sel volatile qui sembleroit demander un temps plus considerable pour sa formation. De plus on sçait que quand le sel ammoniac ordinaire a été humecté & mêlé avec un sel fixe alkali, le sel volatile que contient le sel ammoniac s'en dégage aussi-tôt & s'éleve avec la même promptitude & dans les mêmes circonstances que dans nôtre experience, ce qui sembleroit favoriser encore l'idée d'un simple développement : & s'il ne se passe pas autre chose dans nôtre experience, il est aisé de prouver trés clairement que toutes les autres, sans en excepter

aucune, sont précisément dans le même cas; c'est ce que nous trouverons peut-être occasion de verifier plus particulierement dans la suite.

DE LA GRANDEUR DES ETOILES FIXES; ET DE LEUR DISTANCE A LA TERRE.

Par M. CASSINI.

13 Novembre 1717.

LES premiers qui ont consideré les Etoiles fixes, n'ont eu que des idées fort imparfaites de leur grandeur & de leur distance à la Terre.

Accoutumés à ne juger des objets que par l'impression qu'ils excitent sur les sens, ils se sont imaginés qu'elles étoient attachées fixement dans la concavité d'une voute celeste qui se terminoit à l'horison, qu'ils ont appellée *azurée*, à cause de sa couleur bleuë en apparence.

A peine l'élevation de cette voute surpassoit-elle celle des plus hautes Montagnes, si l'on en croit ce qui est rapporté par plusieurs anciens Auteurs d'Atlas qui soutenoit le Monde sur ses épaules.

On peut aussi juger de l'idée qu'ils avoient de la grandeur des Etoiles par les noms qu'ils ont attribué à des Constellations qui en renferment un grand nombre. Car pour ne point parler des personnages qui se sont signalés sur la Terre par de grandes actions, & que la flatterie a cru pouvoir immortaliser en les transportant dans le Ciel aprés leur mort, ils ont donné à quelques-unes de ces Constellations les noms de divers animaux, & même des plus vils & abjects tels que le Scorpion, qui n'a pas laissé d'être admis au nombre des Signes celestes, & d'occuper une des places des plus éclatantes du Ciel.

A me-

A mesure que nos connoissances augmenterent, à mesure les Etoiles parurent s'éloigner de nous. On rejetta l'opinion de ceux qui croyoient que le Soleil se couchoit tous les jours dans la Mer oceane, & qui, au rapport de Possidene cité par Strabon, asseuroient que vers les Côtes d'Espagne on entendoit le bruit qu'il faisoit en se plongeant dans la Mer, & on plaça le Soleil à une distance de la Terre assés grande pour qu'il ne fût point sujet à de pareils accidents.

Ayant ensuite consideré le mouvement des autres Planetes, dont trois furent reconnuës être au dessous du Soleil & trois au dessus, on attribua à chacune de ces Planetes une Sphere particuliere à laquelle on donna une certaine épaisseur, afin qu'elles ne se fissent point d'obstacle les unes aux autres dans leurs révolutions, & on plaça au dessus une huitiéme Sphere qui enveloppoit les autres, & fut destinée pour les Etoiles fixes.

L'Astronomie s'étant ensuite perfectionnée, on trouva la méthode de déterminer exactement la distance de la Terre à la Lune, qui est la plus proche de toutes les Etoiles, puisqu'elle les éclipse par sa rencontre. Les Etoiles fixes se trouverent par-là encore plus éloignées qu'on ne l'avoit crû jusqu'alors; mais telle est la force des préjugés qu'ils n'oserent leur assigner des limites aussi étenduës que celles qui resultoient de leurs Observations.

Il leur paroissoit absurde que la Terre qu'ils croyoient fixe au centre du Monde, & autour de laquelle ils prétendoient que tous les Astres faisoient leurs révolutions, fût cependant plus petite que la pluspart de ces Etoiles, & qu'on pût s'imaginer, par exemple, que le Soleil la surpassât un million de fois en grandeur.

Pour nous qui ne reconnoissons point de bornes à l'immensité des ouvrages de Dieu, qui nous a appris par son Prophete que les Cieux & le Firmament nous faisoient connoître sa gloire & l'excellence de ses ouvrages, nous examinerons sans aucun préjugé quelle est la grandeur

des Etoiles fixes qui resulte de nos Observations.

On ne peut guere séparer la consideration de la grandeur des Etoiles fixes de celle de leurs distances, puisque ces deux connoissances sont si étroitement unies ensemble, que l'une étant déterminée, l'autre en resulte necessairement.

En effet, la Geometrie nous apprend qu'ayant déterminé la grandeur apparente d'un objet éloigné & sa distance, on sçait sa grandeur veritable, & que réciproquement connoissant la grandeur apparente de cet objet & sa grandeur veritable, on peut déterminer sa distance.

A l'égard de la grandeur apparente des Etoiles fixes, il est difficile de la connoître exactement, à cause que les rayons qu'elles jettent de toutes parts & la vivacité de la lumiere qui les environne, empêchent de distinguer le terme de leur circonference.

Entre les méthodes qu'on peut employer pour la déterminer, nous avons preferé celle qui resulte de la comparaison de leur grandeur à celle des autres Planetes qui est connuë assés exactement.

Nous avons choisi pour cette recherche Sirius dans le grand Chien, qui est la plus belle & la plus éclatante des Etoiles fixes qui paroissent sur nôtre horison.

Pour diminuer la vivacité de sa lumiere, nous avons appliqué au Verre objectif d'une Lunette excellente de 34 pieds un Carton qui couvroit la plus grande partie de ce Verre, & ne laissoit qu'une ouverture ronde d'un pouce & demi de diametre.

La Lunette étant ainsi préparée, nous l'avons dirigée à Sirius dont le disque nous a paru assés bien terminé & dépoüillé de la plusspart des rayons étincellents qui l'environnent ordinairement.

Jupiter étant alors sur l'horison, nous l'avons observé avec la même Lunette, & l'ayant comparé avec Sirius, nous avons trouvé que son diametre étoit dix fois plus grand que celui de cette Etoile.

Le diametre apparent de Jupiter étoit alors de 50 se-

condes, d'où il resulte que celui de Sirius étoit d'environ 5 secondes.

Si l'on pouvoit presentement connoître la distance de cette Etoile à la Terre, on auroit sa grandeur veritable, mais il faut avoüer qu'on ne peut pas assigner de limites exactes à la distance des Etoiles fixes. Tout ce que l'on en sçait de certain, & qui est generalement reçu de tous les Astronomes, est que leur distance à la Terre surpasse celle de toutes les Planetes, dont la plus éloignée de nous, qui est Saturne, l'est d'au moins 100 mille diametres de la Terre ou 300 millions de lieuës.

Supposant cette distance & le diametre apparent de Sirius de 5 secondes, tel que nous venons de le déterminer, si l'on fait comme le sinus total est au sinus de 5 secondes, ainsi 100 mille diametres de la Terre sont à un quatriéme nombre, on aura la grandeur du diametre de cette Etoile de deux diametres & un tiers de la Terre, ou de 7000 lieuës, & cela dans la supposition que la distance de Sirius à la Terre n'est pas plus grande que celle de Saturne, ce qui est la moindre étenduë qu'on puisse lui assigner, car on a lieu de conjecturer que cette Etoile est à une distance beaucoup plus grande, comme on le verra dans la suite de ce discours.

Si l'on suppose avec quelques Philosophes que les Etoiles fixes sont autant de Soleils, & qu'étant de la même nature & également lumineuses en elles mêmes, elles sont aussi à peu prés de la même grandeur, la distance du Soleil à la Terre étant pour le moins de 10 mille diametres de la Terre, & le diametre apparent de Sirius étant à celui du Soleil comme 1 à 384, on aura la distance de Sirius à la Terre de trois millions 840 mille diametres de la Terre.

Pour ce qui regarde les autres Etoiles fixes, si on juge que plusieurs d'entre elles ont une grandeur uniforme, & qu'elles ne paroissent plus petites les unes que les autres que parce qu'elles sont plus éloignées, leur distance à la

Terre doit être presque incomprehensible. Car sans parler de celles que l'on apperçoit à la vûë simple, & qui sont trés petites par rapport aux Etoiles de la premiere grandeur, nous en distinguons encore une infinité d'autres par le secours de nos plus grandes Lunettes qui paroissent de la même grandeur que les plus petites que nous discernons à la vûë simple, & plus nous employons de grandes Lunettes, plus nous en découvrons, ensorte qu'il n'est pas possible d'en définir le nombre.

Quelques-unes des Lunettes que nous employons augmentent plus de 200 fois la grandeur des objets, ainsi si l'on suppose que le diametre apparent des plus petites Etoiles que l'on peut discerner à la vûë simple est six fois plus petit que celui des Etoiles de la premiere grandeur, on aura le diametre apparent de quelques-unes de celles que nous observons par nos Lunettes douze cent fois plus petit que celui des plus grandes Etoiles, & supposant leur grandeur uniforme, ces Etoiles seront douze cent fois plus éloignées de nous que Sirius, dont la distance a été trouvée de trois millions huit cent quarante mille diametres de la Terre.

Quelque prodigieux que soit cet éloignement, il doit être encore sans comparaison plus grand, si l'on considere la distance des Etoiles fixes à la Terre qui resulte de l'hypothese de Copernic, laquelle est la plus generalement reçûë des Philosophes à cause de sa merveilleuse simplicité.

Suivant ce systême le Soleil & les Etoiles sont fixes; la Terre fait une révolution autour de son axe en 24 heures, ce qui produit l'apparence du mouvement journalier des Planetes & de toutes les Etoiles.

Elle acheve aussi dans l'espace d'une année sa révolution autour du Soleil, en décrivant un cercle qu'on appelle Ecliptique ou Orbe annuel.

On attribuë même le mouvement apparent des Etoiles fixes à un mouvement presque insensible de l'axe de la Terre autour des poles de l'Ecliptique qui s'accomplit en 25000 années.

Il resulte de ce systême que la Terre parcourt dans l'espace de six mois la moitié de son Orbe, & est transportée par ce mouvement à l'opposite du lieu d'où elle étoit partie dont elle se trouve éloignée du double de sa distance au Soleil, c'est-à-dire, de plus de 20 mille diametres de la Terre.

Si donc l'on suppose une Etoile fixe placée à une distance quelconque, la Terre décrivant par son mouvement propre l'Orbe annuel, cette Etoile doit répondre à divers points du Ciel, à l'égard desquels elle forme un angle qu'on appelle parallaxe de l'Orbe annuel.

On peut se former une image sensible de cette parallaxe, en faisant attention à ce qui nous arrive dans les voyages où nous voyons de côté & d'autre du chemin deux Arbres, deux Clochers ou deux autres objets dont l'un est fort éloigné, se répondre en ligne droite. A mesure que nous avançons, l'objet le plus proche semble se détacher & s'éloigner de celui qui est le plus éloigné, à proportion de sa distance, & la Geometrie-pratique nous apprend à déterminer l'éloignement de ces objets, pourvû que nous connoissions le chemin que nous avons parcouru & les angles qu'ils ont formé à ses extremités.

Il resulte de-là que connoissant la distance du Soleil à la Terre, si l'on peut discerner dans la situation d'une Etoile fixe quelque variation d'une saison de l'année à l'autre causée par le mouvement de la Terre autour du Soleil, on aura la distance de cette Etoile à la Terre, & que connoissant son diametre apparent, on aura aussi sa grandeur veritable.

Cette recherche est d'autant plus importante, que si l'on pouvoit parvenir à établir la Parallaxe de l'Orbe annuel, on auroit une preuve solide du mouvement de la Terre, au lieu que cette Parallaxe étant nulle ou insensible, on en tire un des plus forts arguments contre ce mouvement, à cause de la prodigieuse distance des Etoiles fixes & de leur énorme grandeur qui en resulte.

C'eſt auſſi dans ce deſſein que divers Aſtronomes ont eſſayé de découvrir s'il y avoit quelques variations dans les Etoiles fixes qui pût favoriſer cette parallaxe.

Il eſt fait mention dans le voyage d'Uranibourg & dans les Memoires de l'Academie du 31 Juillet 1693 des Variations obſervées dans la hauteur de l'Etoile Polaire en differentes ſaiſons de l'année, mais comme elles ne s'accordoient pas toutes à ce qui devoit reſulter du mouvement de la Terre, & qu'il y en avoit même qui y étoient contraires, on n'en avoit pû tirer aucune conſequence qui ſervît à l'établir.

M. Flamſteed, celebre Aſtronome Anglois, crût être plus heureux dans ſes découvertes, & entreprit de prouver dans une Lettre qu'il écrivit à M. Wallis, & qui eſt inſerée dans le troiſiéme Tome de ſes Ouvrages, que les Variations qu'il avoit obſervées dans la hauteur de cette Etoile étoient cauſées par le mouvement de la Terre autour du Soleil; mais nous avons fait voir dans les Memoires de l'Academie de 1699 que l'on ne pouvoit rien conclure de ſes Obſervations qui ſavoriſât cette hypotheſe.

Il eſt ſouvent dangereux de ſe prévenir en faveur de quelque ſyſtême, on rejette comme abſurde tout ce qui y eſt contraire, on prend les moindres apparences pour des preuves ſolides, & c'eſt peut-être un des plus grands obſtacles pour faire de nouvelles découvertes.

Quoi que ces tentatives ſe ſoient trouvées inutiles, nous n'avons pas laiſſé d'examiner ſi les Variations que l'on a obſervées depuis dans la ſituation de quelques autres Etoiles fixes pouvoient être favorables au mouvement de la Terre; & comme il y avoit à craindre que les alterations que les inſtruments peuvent ſoufrir en diverſes ſaiſons de l'année n'en fuſſent en partie la cauſe, nous reſolumes de faire de nouvelles Obſervations avec toutes les précautions qu'il eſt poſſible de prendre.

Nous choiſimes pour cette recherche Sirius, que pluſieurs raiſons nous firent preferer aux autres Etoiles fixes.

La premiere eſt que ſa lumiere étant plus vive & plus éclatante que celle de toutes les autres qui paroiſſent ſur nôtre horiſon, on peut l'obſerver tous les jours à ſon paſſage par le Meridien, & choiſir les temps où ſa Parallaxe doit être la plus ſenſible, car on l'apperçoit aiſément avec des Lunettes de deux ou trois pieds même en la preſence du Soleil, lorſque ces deux Aſtres paſſent en même temps par le Meridien, qui eſt le temps où la clarté du jour eſt la plus grande.

La ſeconde raiſon eſt que ſi l'on ſuppoſe que les Etoiles ſont à peu-prés égales entre elles, & que les plus petites ne le paroiſſent ainſi que parce qu'elles ſont à une plus grande diſtance, Sirius doit être une des plus prés de nous, & par conſequent des plus propres pour diſcerner s'il y a quelque parallaxe.

La troiſiéme raiſon eſt qu'elle eſt ſituée proche du colure des Solſtices, lequel paſſe par le Pole de la Terre, ſa longitude étant au dixiéme degré de l'Ecreviſſe, d'où il reſulte que les variations que le mouvement de la Terre doit cauſer dans la latitude de cette Etoile ſont à peu-prés égales à celles que l'on doit appercevoir dans ſa déclinaiſon, tout au contraire de ce qui arrive dans l'Etoile polaire dont M. Flamſteed s'étoit ſervi pour chercher la Parallaxe.

Enfin la quatriéme & derniere raiſon eſt que ſa déclinaiſon ne varie que de deux ſecondes 25 tierces dans l'eſpace d'une année, de ſorte qu'ayant déterminé la ſituation de cette Etoile par rapport à un point fixe dans le Ciel, on doit y diſtinguer plus facilement toute la variation qui y eſt cauſée par la parallaxe.

Pour faire les Obſervations de cette Etoile avec toute l'exactitude poſſible, nous y employâmes une Lunette de trois pieds dont le tuyau eſt de Cuivre, dans laquelle on avoit placé au foyer commun des deux Verres quatre fils qui ſe croiſoient au centre & faiſoient entre eux des angles de 45 degrés.

Le tuyau de cette Lunette qui étoit rond entroit vers ſes extremités dans deux quarrés de Cuivre de 20 lignes de diametre & de deux lignes d'épaiſſeur auxquels il étoit ſoudé. Ces deux quarrés de Cuivre étoient poſés ſur une alidade ou regle de Fer à laquelle ils étoient attachés par le moyen de quelque vis.

Cette Lunette étant ainſi préparée, nous l'appuyâmes ſur un quart de cercle de ſix pieds de rayon qui eſt dans la Tour occidentale de l'Obſervatoire, & qui eſt ſcellé dans le mur depuis plus de 30 années.

Nous la dirigeâmes à Sirius au commencement d'Avril de l'année 1714, de telle ſorte que cette Etoile paſſa exactement à ſon Meridien par le centre de la Lunette, & nous l'arrêtames en cette ſituation par le moyen de deux vis qui entroient dans les extremités de l'alidade & & du quart de Cercle mural.

Nous avions choiſi ce quart de Cercle pour y attacher nôtre Lunette à cauſe de ſa grande ſolidité qui eſt moins ſujette à ébranlement, & parce qu'ayant été ſcellé depuis long-temps, il y avoit à preſumer qu'il n'y arriveroit point d'alteration ſenſible dans l'eſpace d'une année, joint à ce que l'on pouvoit verifier par les Obſervations journalieres, ſi le quart de Cercle étoit toûjours dans le même état.

En examinant toutes les Obſervations que nous avons faites de cette Etoile, on voit que le 20 Avril 1714 elle a raſé le bord ſuperieur du fil horiſontal de cette Lunette; qu'elle a paſſé le 15 Mai & le 6 Juin par ſon centre; qu'elle a paru un peu au deſſous le 27 Juin, & que le 9 Juillet on l'a vû raſer la partie inferieure de ce fil; qu'elle a paſſé le 5 Octobre par le centre, & que le 29 Decembre elle a raſé la partie ſuperieure de ce fil; que le 18 Janvier 1715, jour du plus grand froid de l'Hiver, elle paſſa par le centre; que le 27 Mars & le premier Avril elle raſa la partie ſuperieure du fil horiſontal dont elle parut un peu détachée; que le 7 Juin elle paſſa un peu au deſſous du centre, & que le 29 Juin elle parut

raſer

raser le bord inferieur de ce fil, desorte que dans le cours d'une année il n'y a eu d'autre variation dans la hauteur Meridienne de Sirius que celle de l'épaisseur du fil horisontal de la Lunette qui paroissoit à peu-prés égale au diametre de cette Etoile qu'on a jugé de 5 ou 6 secondes.

Pour examiner presentement s'il y a quelques-unes de ces variations qu'on puisse attribuer au mouvement de la Terre autour du Soleil, il faut considerer que la déclinaison Meridionale de Sirius qui étoit au mois d'Avril 1714 de $16^d\ 21'\ 23''$ devoit être un an aprés à la fin de Mars 1715 de $16^d\ 21'\ 25'\ 55''$, & qu'ainsi la hauteur Meridienne de cette Etoile devoit paroître plus petite à la vûë simple, & plus grande dans une Lunette à deux Verres qui renverse les objets telle que sont celles dont nous nous servons dans nos Observations.

Ainsi cette Etoile qui au commencement d'Avril de l'année 1714 passoit exactement par le centre de la Lunette, devoit à la fin de Mars & au commencement d'Avril 1715 paroître un peu au dessus du centre, conformement à l'Observation où on l'a vû raser la partie superieure du fil horisontal dont elle paroissoit un peu détachée, ce qui est une preuve que la Lunette n'avoit point souffert d'alteration sensible dans l'espace d'une année.

Dans les autres Observations la déclinaison de Sirius augmentant, cette Etoile devoit paroître s'élever peu à peu au dessus du centre de la Lunette, au lieu qu'elle a paru quelquefois au dessous, comme on l'a remarqué à la fin de Juin des années 1714 & 1715.

Il faut donc examiner si cette déclinaison qui a paru dans Sirius plus petite au mois de Juin que dans les autres temps de l'année est conforme à ce que demande la parallaxe annuelle & le mouvement de la Terre.

Pour donner une idée de la Methode geometrique que nous avons employée à cette recherche, nous considererons le Soleil immobile au centre de nôtre Tourbillon, & de la Sphere celeste dans laquelle est placé Sirius.

Si l'on prolonge jusqu'à cette Sphere celeste les axes de la Terre qui passent par les Poles de l'Ecliptique & ceux de l'Equateur, la Terre faisant sa révolution autour du Soleil dans l'espace d'une année, ces deux axes ainsi prolongés forment par leurs révolutions des Cercles égaux à ceux de l'Orbe annuel, d'où il resulte qu'une Etoile étant supposée fixe & invariable, les Poles de l'Ecliptique & de l'Equateur s'en trouvent tantôt plus prés tantôt plus éloignés.

Dans l'exemple proposé de Sirius dont la longitude est au dixiéme degré de l'Ecrevisse, & la latitude Meridionale de 39^d $33'$, la Terre étant à la fin de Juin à l'opposite du Soleil, c'est-à-dire, au commencement du Capricorne, l'angle que le Pole apparent de l'Ecliptique fait au centre de la Terre avec cette Etoile est plus petit qu'à la fin de Decembre où la Terre répond au commencement de l'Ecrevisse. La latitude Meridionale de cette Etoile & sa déclinaison qui suit la même regle (comme on l'a dit ci-dessus) a donc dû paroître plus petite à la fin de Juin qu'à la fin de Decembre, conformement aux Observations & principalement à celle du mois de Juin 1715 où le mouvement de cette Etoile en déclinaison auroit dû la faire paroître plus grande.

Il reste presentement à considerer si ces variations que nous venons de trouver conformes à celles qui doivent resulter du mouvement de la Terre ne peuvent point être attribuées à l'effet des refractions, & l'on remarquera pour cela que s'il y a quelque inégalité dans les refractions d'une saison de l'année à l'autre, elles doivent être plus grandes en Hiver où l'air est plus condensé qu'en Eté où ce même air est plus dilaté.

Nous en avons même un exemple dans l'Observation de Sirius du 18 Janvier 1715, où le froid étant le plus grand de l'année, la hauteur Meridienne de cette Etoile fut observée plus grande qu'à la fin de Decembre de l'année précedente, ce qui ne peut être attribué qu'à l'effet d'une refraction extraordinaire.

Ayant donc observé au commencement d'Avril de l'année 1714 que Sirius passoit par le centre de la Lunette fixe, la refraction qui devoit être moindre en Eté auroit dû faire paroître cet Astre moins élevé à la fin de Juin des années 1714 & 1715 tout au contraire de l'Observation.

Par la même raison la refraction étant plus grande en Hiver qu'en Eté, la hauteur Meridienne de Sirius auroit dû paroître plus grande à la fin de Decembre qu'à la fin de Juin tout au contraire de ce qui a été observé.

On ne peut donc point attribuer les Variations que nous avons observées dans la hauteur Meridienne de Sirius aux differentes refractions de l'Eté à l'Hiver, qui bien-loin d'avoir causé celles que l'on a remarquées, auroient dû faire un effet contraire, & détruire en tout ou en partie l'apparence causée par la parallaxe de l'Orbe annuel, car supposant ces refractions plus grandes en Hiver qu'en Eté d'une certaine quantité, la parallaxe de l'Orbe annuel que nous avons remarquée seroit augmentée de toute cette quantité, ce qui seroit favorable au mouvement de la Terre si l'on pouvoit être assuré qu'il n'y ait point eu dans l'air quelque cause extraordinaire qui ait produit ces effets.

Si l'on veut presentement trouver quelle est la distance de la Terre à Sirius qui resulte de ces Variations, & quelle doit être la grandeur de cette Etoile, on fera comme le sinus de la parallaxe observée de 6 secondes est au sinus de la latitude Meridionale de Sirius qui est de $39^d\ 33'$; ainsi le diametre de l'Orbe annuel qui est au moins de 20000 diametres de la Terre est à la distance de la Terre à Sirius qu'on trouvera de 437 millons 800 mille diametres de la Terre.

La distance de la Terre à Sirius étant ainsi connuë, & son diametre apparent de 5 secondes, on trouvera la grandeur de son diametre veritable de 10612 diametres de la Terre. Le diametre de la Terre est à celui du Soleil environ comme 1 à 100, donc le diametre de Sirius suivant ces Observations surpasse de cent fois celui du Soleil

de même que le diametre du Soleil ſurpaſſe de cent fois celui de la Terre, & la ſolidité de cette Etoile eſt un million de fois plus grande que celle du Soleil, de même que la ſolidité du Soleil eſt un million de fois plus grande que celle de la Terre.

On peut avec beaucoup de raiſon appliquer à la pluſpart des Etoiles fixes ce que l'on vient de remarquer de Sirius, & juger par-là de leur grandeur énorme & de leur prodigieuſe diſtance à la Terre qui eſt tout-à-fait ſurprenante, mais qui n'eſt pas incomprehenſible à ceux qui ſont accoutumés à conſiderer l'immenſité des Ouvrages de Dieu.

DESCRIPTION

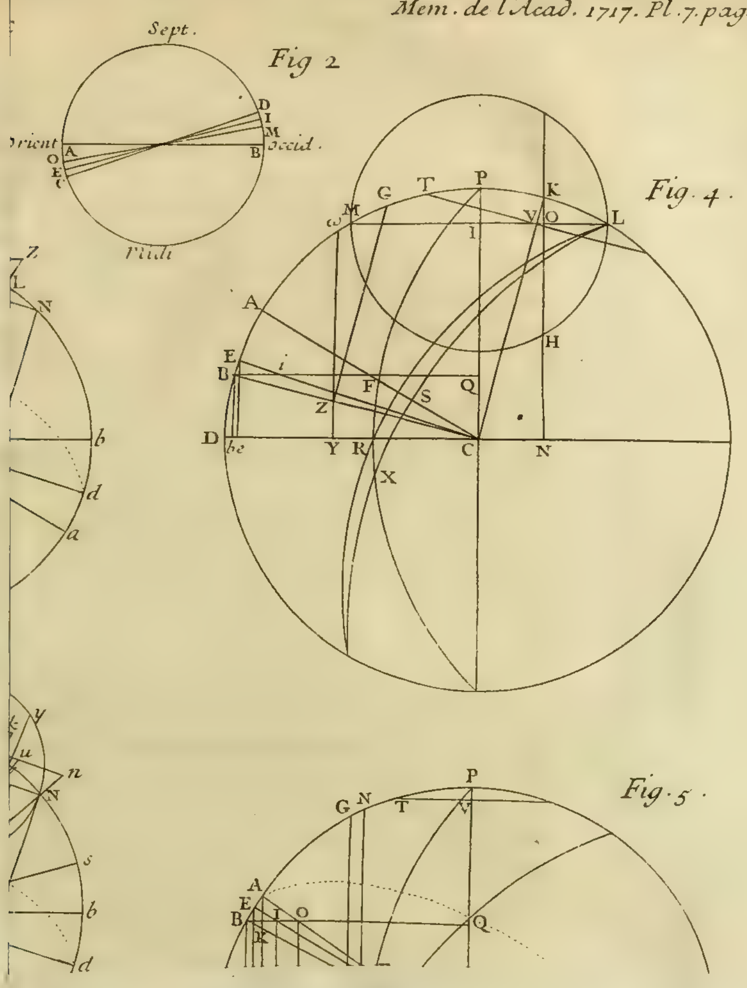
De deux nouvelles Eſpeces de LAMIUM, *cultivées au Jardin du Roy.*

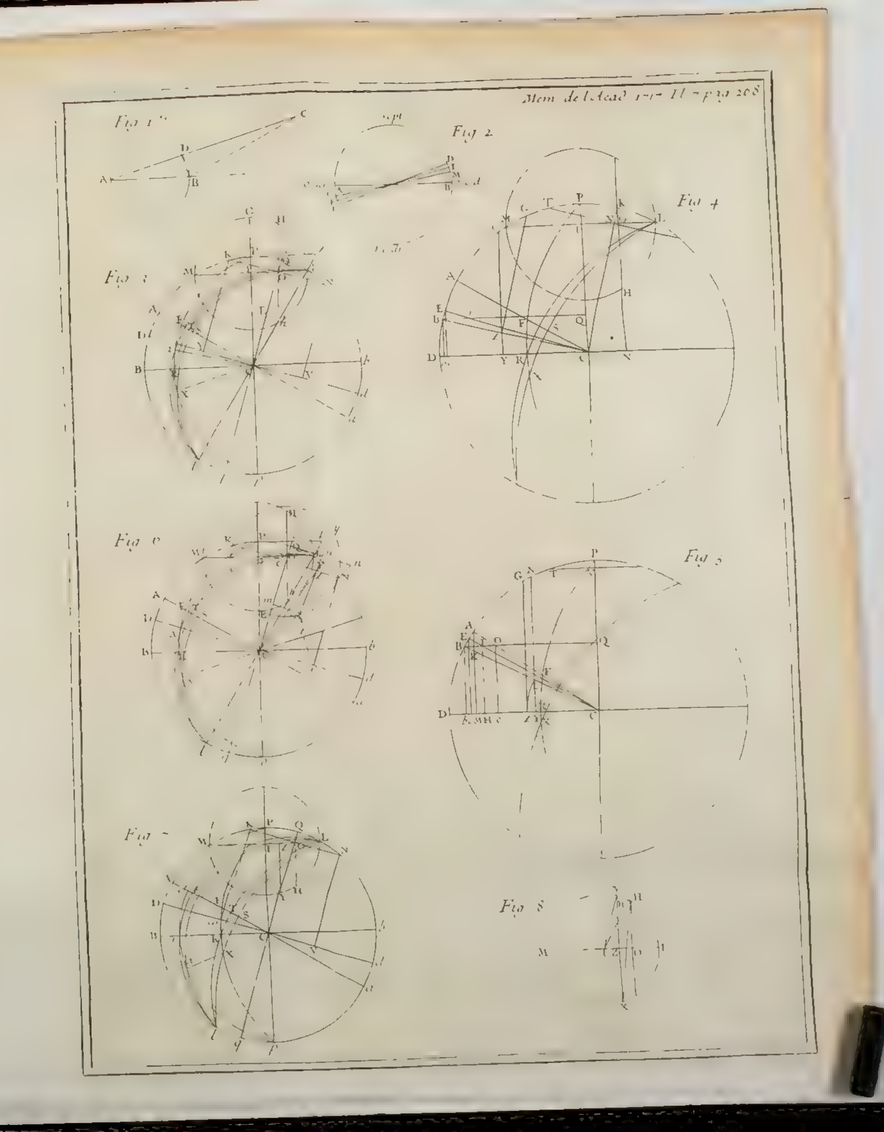
Par M. DANTY D'ISNARD.

18 Decembre 1717.

LE grand nombre de Plantes connuës aujourd'hui, & les nouvelles découvertes que l'on en fait tous les jours enrichiſſent conſiderablement la ſcience de la Botanique; cette multitude de Plantes pourroit par la ſuite apporter quelque confuſion dans cette vaſte ſcience, également utile & neceſſaire, ſi pour l'éviter les ſçavants & éclairés Botaniſtes qui s'y appliquent ſerieuſement ne ſe donnoient dorênavant le ſoin de faire graver de bonnes figures de celles qu'ils découvriront, & de les décrire avec tant d'exactitude, qu'en évitant la trop grande brieveté, ils rapportent toutes les circonſtances neceſſaires dans leurs deſcriptions, afin qu'on ne puiſſe les confondre avec d'autres Plantes.

Il ſeroit à ſouhaiter que quelques-uns des Auteurs de


Fig 2
Sept.
Orient
Occid.
Midi
D
I
M
A
B
O
E
C
Fig. 4.
P
G
T
K
M
V
O
L
I
A
H
E
B
i
F
Q
S
Z
D
Y
R
C
N
X
Fig. 5.
P
G
N
T
V
A
E
B
I
O
Q
K
Z
L
N
b
d
a
y
u
n
N
s
b
d



Botanique qui nous ont précedé, & qui nous ont donné leurs ouvrages ſur les Plantes, les euſſent travaillé conformement à cette idée : car combien ſe trouve-t-il de ces ouvrages, dans leſquels les Auteurs rapportent des Plantes comme nouvelles, qu'ils nomment ſeulement ſans en donner de deſcription ni de figure qui peut-être ſont déja décrites & figurées; mais comment s'en aſſurer?

Que ſi pluſieurs d'entre eux ont donné des deſcriptions de ces Plantes, il eſt arrivé quelques fois qu'ils les ont décrites, ou negligemment, ou d'une maniere ſi courte, qu'ils ont obmis beaucoup de circonſtances neceſſaires, ce qui rend ces deſcriptions ſi obſcures & ſi imparfaites qu'il en naît continuellement des doutes qui embarraſſent les plus habiles Botaniſtes qui conſultent les ouvrages de ces Auteurs.

On ſent de quelle conſequence il eſt d'éviter ces deffauts : pour m'en écarter, j'ai tâché de décrire & de faire graver avec le plus de ſoin & d'exactitude dont j'ai été capable les Plantes dont je vais vous faire l'hiſtoire, qui n'ont été décrites ni gravées, que je ſçache, par aucun Auteur.

PREMIERE ESPECE.

Lamium Italicum, maximum, flore amplo purpureo.

Lâmium d'Italie, trés grand, à grande fleur couleur de pourpre.

La racine *I* de cette Plante eſt une touffe de fibres diviſées & ſubdiviſées en pluſieurs rameaux garnis de chevelu, dont les plus groſſes ont une ligne de diametre, & les plus longues ont ſix à ſept pouces : l'écorce de ces fibres eſt blanc ſale, elle recouvre un corps blanc & ligneux.

Cette racine pouſſe pluſieurs tiges *A* quarrées, longues de trois pieds; chacune de ces quatre faces ont trois lignes d'épaiſſeur prés du collet, laquelle diminuë juſqu'à l'extremité des tiges : elles ſont noüeuſes d'eſpace en eſ-

pace, leurs angles ſont colorés de purpurin aux environs des nœuds, glabres (c'eſt-à-dire ſans poils) & branchuës, ſes branches ſont oppoſées, elles prennent naiſſance des aiſſelles des feüilles.

Si on coupe tranſverſalement ces tiges, on les trouvera creuſes en dedans, & on reconnoîtra qu'elles ſont tapiſſées interieurement de trés peu de moële blanchâtre.

Les tiges ſont accompagnées de feüilles dont les plus grandes ſont longues de trois pouces & demi ſur deux pouces quatre lignes de largeur. Ces feüilles repreſentent en quelque maniere un cœur, elles ſont échancrées dans l'endroit où s'inſere la queuë, dentelées en dents de ſcie ſur les bords. On remarque trés peu de poils ſur les bords des feüilles & ſur les côtes arrondies qui ſont au deſſous de la feüille. Ces feüilles ſont colorées d'un verd brun en deſſus, & d'un verd plus clair en deſſous; elles ſont oppoſées par paires, & ſont attachées aux nœuds des tiges par une queuë qui aux plus grandes feüilles eſt longue de deux pouces & large d'une ligne, & aux plus petites elle eſt longue de trois lignes & large d'un tiers de ligne. Cette queuë eſt creuſée en deſſus d'un ſillon aſſés profond, & arrondie en deſſous.

A la hauteur d'environ quinze pouces de la ſommité, la tige eſt ornée à chaque nœud de pluſieurs fleurs qui partent des aiſſelles des feüilles.

Chaque fleur *B*, *C*, *D*, eſt d'une ſeule piece en gueule, longue de ſeize lignes; cette fleur eſt un tuyau *D* ouvert dans ſon fond; ce tuyau juſqu'à l'endroit où il s'évaſe eſt long de ſix lignes, blanc dehors, rayé dedans de quelques lignes purpurines, enſuite ce tuyau s'élargit en maniere d'une groſſe gorge, qui a quatre lignes de long & autant de large; au deſſus de cette gorge ce tuyau eſt découpé en deux levres, dont l'une eſt ſuperieure & relevée, & l'autre eſt inferieure & rabatuë, la levre ſuperieure eſt creuſée en cuilleron, elle eſt crenelée & garnie de poils, ſa partie convexe eſt couleur de pourpre, & ſa partie con-

cave eſt d'un pourpre plus pâle; la levre inferieure eſt rabatuë, échancrée en cœur dans ſon milieu, dont chacun des côtés eſt crenelé ſur les bords, creuſé, marqué de points & rayé de lignes purpurines.

Cette fleur contient dans ſa cavité quatre étamines blanches, deux deſquelles ont ſix lignes de long, & les deux autres n'en ont que quatre; les ſommets ſont jaunes, longs d'une ligne.

Le calice *E*, *F*, *G*, de cette fleur eſt verd, d'une ſeule piece, qui a quatre lignes & demie à cinq lignes de long, dont le pavillon *G* eſt découpé en cinq parties qui ſe terminent en pointes; la plus longue de ces découpures eſt relevée, elle a deux lignes de long, les deux laterales ont une ligne trois quarts, & les deux inferieures ſe rabattent & ont une ligne & demie de long.

Du fond de ce calice *F* s'éleve un placenta dont le bord eſt relevé d'un petit cercle membraneux qui reçoit le bas de la fleur. Du centre de la même ſuperficie s'éleve un filet *E*, *F*, fourchu par ſon extremité, long de quatorze lignes; ce filet eſt blanc dans ſa partie ſuperieure & lavé d'un peu de purpurin dans ſa partie inferieure. La baſe de ce filet *F* eſt entourée de quatre embrions de ſemences qui portent ſur le placenta. Quelques-uns ont donné à ce filet le nom de *ſtile;* quelques autres ne le diſtinguant point des embrions & du placenta, appellent le tout enſemble *piſtile*, & le ſçavant M. Malpighi donne judicieuſement à cette même partie le nom de *trompe*. Ce filet, conjointement avec les embrions, s'emboëtent dans le trou poſterieur de la fleur *D*.

Ces embrions deviennent autant de ſemences *H* griſes, luiſantes, triangulaires, arrondies ſur le dos, applaties par les côtés qui ſe touchent, longues d'une ligne & un quart, larges de deux tiers de ligne dans leur partie ſuperieure, ſe terminant dans leur partie inferieure par une petite pointe qui eſt d'une couleur griſe beaucoup plus claire que le reſte de la graine. Elles meuriſſent dans le calice

& en tombent aiſément lorſqu'elles ſont meures.

Ce *Lamium* eſt vivace, il fleurit en Mai & en Juin.

Cette Plante a une odeur trés-puante ; j'ai mâché ſa racine, elle m'a laiſſé dans la bouche une ſaveur un peu acre, ſon goût approche de celui de la Rave.

Ses feüilles mâchées ſont deſagreables, un peu ameres, & piquent foiblement la langue.

Les fleurs ont trés peu d'odeur; étant mâchées elles font encore moins d'impreſſion ſur la langue que les feüilles.

Ses racines, ſes feüilles & ſes fleurs rougiſſent le papier bleu.

M. Michaël, Botaniſte du Grand Duc de Florence, a découvert cette Plante en Italie.

SECONDE ESPECE.

Lamium villoſum, Catariæ folio, flore dilutè purpuraſcente.

Lamium velu, à feüilles de Cataire, dont la fleur eſt couleur de chair.

Ce *Lamium* differe du précedent.

1°. Par ſes tiges & ſes feüilles qui ſont chargées d'un velu cendré ou blanchâtre.

2°. Par ſes tiges *L* longues d'un pied & demi, qui ſont quarrées comme celles du précedent, mais chacune de leurs faces n'a que deux lignes d'épaiſſeur prés du collet.

3°. Par ſes feüilles dont les plus grandes ſont longues de deux pouces, larges d'un pouce & demi, ridées & un peu ondées ſur les bords: les queuës de ces plus grandes feüilles ont un pouce & demi de long ſur trois quarts de ligne de large.

4°. Par ſes fleurs *M*, *N*, *O*, d'une couleur de chair ſi pâle, qu'elles paroiſſent preſque blanches; la partie convexe du cuilleron de la levre ſuperieure eſt d'une couleur de chair

de chair plus vive, elles font auffi marquées en quelques endroits de points, foüettées & rayées de lignes de couleur de chair affés vive, ces fleurs ornent le haut de la tige de la longueur de fept pouces.

Il eft vivace comme le précedent, il lui reffemble par fa racine *K*, & il fleurit peu de temps avant lui.

Il n'en differe pas par fon odeur qui eft fort puante, ni par celle de fa fleur qui en a trés peu.

Ses racines, fes feüilles & fes fleurs rougiffent le papier bleu.

Ce *Lamium* croît fur le Mont Gargan, qu'on nomme auffi Mont de Saint-Ange, fitué fous le quarante-deuxiéme degré de latitude dans la Capitanate, Province du Royaume de Naples. M. Michaël en a pareillement fait la découverte.

Il y a bien de l'apparence que ces deux Plantes ont les mêmes vertus que le *Lamium vulgare, album, five Archangelica, flore albo.* Park. Theat. 604. & le *Galeopfis procerior, fœtida fpicata.* I. R. H. 185. puifqu'elles en ont à peu prés le goût & l'odeur.

L'illuftre M. Sherard, ci-devant Conful pour la Nation Angloife à Smyrne, auffi verfé dans l'étude de la Botanique qu'il l'eft dans celle des Belles-Lettres & de l'Antiquité, a remarqué qu'il n'y a guere de meilleur fondant pour la guerifon des tumeurs, que l'on appelle *froides*, ou *fcrophuleufes*, que l'infufion à froid dans de l'eau commune des feüilles & des fleurs du *Lamium vulgare, album, five Archangelica flore albo.* Park. Theat. 604. on la prend pour boiffon ordinaire, dont on continuë l'ufage jufqu'à une entiere guerifon; il a cité plufieurs exemples de perfonnes qui ont été parfaitement gueries par l'ufage de ce remede.

Le celebre M. Vaillant, un des Profeffeurs des Plantes du Jardin du Roy, Affocié de cette Academie, un des plus habiles Botaniftes de ce temps, s'eft affuré par de longues experiences, que le *Galeopfis procerior, fœtida*

ſpicata. I. R. H. 185. eſt un trés excellent fondant & un puiſſant reſolutif, il s'en eſt ſervi autrefois fort utilement pour reſoudre de trés groſſes tumeurs; il faiſoit piler toute la Plante fraîchement cüeillie, dont on formoit un cataplaſme de l'épaiſſeur d'un doigt, que l'on appliquoit ſur la tumeur, lequel on renouvelloit deux fois par jour.

Je ne connois guere de meilleur remede pour la piqueure, ou la bleſſure des tendons, & pour les ulceres, que l'huile où cette derniere Plante a infuſé au Soleil.

EXPLICATION DES FIGURES

qui repreſentent les differentes parties de deux Eſpeces de Lamium.

Premiere Eſpece.

A, une tige diminuée dans toutes ſes parties.

Les parties ſuivantes ſont grandes comme nature.

B, une fleur enchaſſée dans ſon calice vûë en devant.
C, une fleur contenuë dans ſon calice vûë de profil.
D, une fleur ſéparée de ſon calice vûë de profil.
E, le calice vû de côté, d'où il ſort un filet fourchu.
F, le calice ouvert en devant, dans lequel on voit les embrions des graines ſurmontés du filet fourchu.
G, le calice vû de côté.
H, les ſemences vûës de front des deux côtés & de profil.
I, la racine qui pouſſe pluſieurs tiges.

Seconde Eſpece.

K, la racine qui pouſſe pluſieurs tiges.
L, une tige diminuée dans toutes ſes parties.

Les parties ſuivantes ſont grandes comme nature.

M, une fleur enchaſſée dans ſon calice vûë en devant.
N, une fleur contenuë dans ſon calice vûë de profil.


C
D
E
F
I
A


Mem. de l'Acad. 1717 Pl. 8 pag. 274
B
C
D
E
F
G
H
I
A
Ph. Simonneau filius F.


N
O
P
Q
K
L


M
N
O
P
Q
K
R
S
L

O, une fleur ſéparée de ſon calice vûë de profil.

P, le calice vû de côté, d'où il ſort un filet fourchu.

Q, le calice ouvert en devant, dans lequel on voit les embrions des graines ſurmontés du filet fourchu.

R, le calice vû de côté.

S, les ſemences vûës de front des deux côtés & de profil.

REMARQUES SUR L'AIMAN.

Par M. DE LA HIRE.

ON ne peut pas ſe perſuader facilement comment un Aiman peut enlever à un autre Aiman qui eſt plus fort que lui un morceau de Fer qu'il tient ſuſpendu, car il ſemble que la vertu du plus fort doit toûjours l'emporter ſur celle du plus foible. Cependant on ne peut pas douter de l'experience, car je l'ai faite avec ſoin, pour voir ſi ce qu'en rapporte M. Rohault dans ſa Phiſique étoit bien certain. Il appelle cette experience une *belle difficulté*, & pour la reſoudre il n'en donne point d'autre raiſon, ſi ce n'eſt que *le Fer touche alors le plus foible Aiman en plus de parties qu'il ne touche l'autre.* Il faut remarquer que cette experience ne réüſſit pas toûjours, mais ſeulement quelquefois, comme le dit auſſi M. Rohault, & c'eſt ſans doute ce qui lui avoit donné lieu de conjecturer que cela ne venoit que des differents attouchements du Fer à l'Aiman, ce qui paroît fort probable, mais nous verrons dans la ſuite ſi cette raiſon peut generalement ſe ſoutenir, & d'où viennent ces differences. 11 Decembre 1717.

Je remarque d'abord que pour faire exactement l'experience dont il s'agit ici, il ne faut pas ſuſpendre un morceau de Fer à un Aiman, puiſque la peſanteur du Fer tendra toûjours à le ſéparer de l'Aiman ſuperieur : c'eſt pourquoi il vaut mieux placer l'Aiman enſorte que la li-

gne de ses poles soit horisontale, & que le Fer que je suppose être une petite verge qui sera appliqué à son pole le plus fort soit aussi horisontal dans sa longueur & posé sur un corps poli comme du verre pour y pouvoir glisser facilement, comme on le voit dans cette Figure, où *A* est le gros Aiman & le plus fort dont le pole *M* est le Meridional qu'on estime le plus vigoureux dans ces pays-ci, & contre lequel est appliqué la verge de Fer *F*, & l'Aiman *B* est le plus foible, dont on applique le pole Septentrional *ſ* à l'autre extremité de la verge *F*, & l'on observe que quand on éloigne l'Aiman *B* de l'Aiman *A* selon la direction de ses poles, quelquefois cet Aiman *B* arrache de l'Aiman *A* la verge de Fer *F*, & l'entraîne avec lui, demeurant toûjours appliquée à son pole *ſ*, & quelquefois l'Aiman *B* se sépare de la verge de Fer qui demeure jointe à l'Aiman *A*, comme il semble que cela devroit toûjours arriver.

Mais l'experience que l'on fait d'ordinaire pour reconnoître la direction des poles d'un Aiman, qui est de semer fort legerement de la limaille d'Acier sur un papier que l'on a placé au dessus d'une pierre d'Aiman & suivant ses poles à peu-prés, m'a fait soupçonner s'il n'y auroit point dans tous les Aimants quelques pores par où la matiere magnetique répanduë dans l'air s'y introduiroit bien plus facilement que dans d'autres; car on remarque toûjours que les petits grains de cette limaille se disposent en filets séparés les uns des autres & jamais autrement, si ce n'est hors de la sphere de la vertu de la pierre où cette limaille se voit semée indifferemment & sans aucun ordre regulier. C'est pourquoi il se pourroit faire que dans un Aiman qui ne paroît avoir que peu de force, il y auroit pourtant des pores qui recevroient plus de matiere ma-

gnetique, & qui par consequent pourroient faire un plus grand effet dans les experiences que plusieurs pores d'un Aiman plus gros & plus fort; & si cela étoit, il seroit facile de voir pourquoi un Aiman plus foible dans une certaine position avec une petite verge de Fer la retiendroit & l'arracheroit à un Aiman plus fort en general, & que dans d'autres positions l'Aiman plus fort retiendroit le Fer quand on en éloigneroit le plus foible. Mais comme ce que je viens de dire n'est qu'une conjecture, j'ai voulu voir si les experiences ne me pourroient point donner quelque lumiere sur ce sujet.

J'ai pris pour cet effet un gros Aiman qui pese environ 6 livres, & qui est assés fort, puisque sa sphere d'activité est sensible sur une éguille de boussole à 6 pieds loin de l'Aiman; cet Aiman est tout nud & sans armure, il est un peu irregulier, si ce n'est vers son pole Meridional qui se termine par trois faces, dont il y en a une qui est beaucoup plus grande que les autres, & c'est cette pointe qui a toûjours servi à toucher des aiguilles; & comme j'avois toûjours dans la pensée qu'une petite pierre d'Aiman qui ne paroît pas avoir beaucoup de force en la comparant à une autre qui fait de plus grands effets pourroit neantmoins être plus forte dans quelques-unes de ses parties, j'ai pris un petit morceau de Fer d'un pouce de long & de 3 lignes environ de grosseur, & l'ayant aimanté avec ma pierre, j'ai jugé que ce morceau de Fer ne pourroit jamais avoir autant de vertu que la pierre qui l'avoit aimanté, & comme ce Fer est devenu par l'attouchement en quelque façon une pierre d'Aiman, je m'en suis servi au lieu du foible Aiman *B* ci-dessus, pour en faire l'experience par rapport au gros Aiman.

C'est pourquoi j'ai appliqué contre le gros Aiman *A* une petite verge ou fil de Fer d'une ligne environ de grosseur, tel qu'est *F* dans la Figure précedente, & dont la longueur étoit d'un pouce & demi; ce fil de Fer s'est aimanté aussi-tôt & tenoit fortement à la pierre, & y de-

meuroit attaché horiſontalement ſuivant la poſition des poles de la pierre, & j'ai enſuite appliqué à l'autre extremité de ce fil de Fer *F* le morceau de Fer *B* qui avoit été aimanté d'abord, enſorte que les poles de vertu contraire ſe touchaſſent, c'eſt-à-dire, que le pole Septentrional *ſ* du Fer *B* touchât le pole Meridional du fil de Fer *F*, afin qu'ils fuſſent unis plus fortement enſemble & avec l'Aiman *A*, le tout étant poſé de niveau. Enſuite ayant retiré doucement le Fer *B*, le fil de Fer *F* lui eſt demeuré attaché & a quitté l'Aiman *A*, & cela eſt toûjours arrivé de même toutes les fois que j'ai réïteré cette experience, mais il eſt vrai que lorſque j'ai éloigné le Fer *B* de l'Aiman *A* de 2 ou 3 pouces environ, le fil de Fer *F* a quitté auſſi le Fer *B*.

J'ai voulu voir enſuite ce qui arriveroit ſi j'appliquois d'abord contre l'Aiman *A* le morceau de Fer aimanté *B*, & enſuite contre celui-ci le fil de Fer *F*, & toûjours les poles joints aux poles de differente dénomination, car alors le fil de Fer ne touchoit le Fer *B* que dans un petit endroit, & le Fer *B* touchoit l'Aiman *A* dans une place beaucoup plus large, car les extremités de ces Fers avoient été bien dreſſés à la lime, & j'ai remarqué avec un peu de ſurpriſe, & contre le penchant que je pouvois avoir pour la raiſon de M. Rohault, que le fil de Fer étant retiré en arriere emportoit avec lui le Fer *B* qui touchoit l'Aiman *A*, & cela toûjours de même dans la répetition de l'experience.

J'ai cru que je ne devois pas m'en tenir à ces ſeules experiences, & qu'il falloit encore en faire quelques autres pour tâcher de découvrir la veritable cauſe de l'effet dont nous parlons ici ; c'eſt pourquoi j'ai commencé à placer mon gros Aiman, enſorte que ſa grande face & ſes poles fuſſent dans une poſition horiſontale, & ayant mis deſſus un papier blanc, j'y ai ſemé de la limaille d'Acier à l'ordinaire, & j'y ai remarqué les poles & les ventres, comme on les appelle, du tourbillon de la matiere ma-

gnetique qui circule autour de cette pierre.

Ensuite ayant ôté le papier, & ayant placé la verge de Fer *F* contre l'Aiman *A*, & au bout de ce Fer le Fer *B*, la longueur de ces deux Fers étant dans la ligne des poles de l'Aiman, comme je les avois placés d'abord, j'ai remis le papier par dessus, & y ayant semé de la limaille j'ai observé, comme on le peut voir dans la Figure, que les filets de la matiere magnetique qui sortoient par le pole *M* de la pierre paroissoient se coucher au long de la verge *F* sans y entrer, & que du Fer *B* qui étoit appliqué à cette verge, il sortoit des filets presque perpendiculaires à la longueur de ce Fer, lesquels rencontrant ceux qui venoient du pole *M* de l'Aiman, les emportoient avec eux, & qu'à l'extremité de ce Fer *B* il se formoit une espece de pole ou tourbillon trés sensible qui s'étendoit au loin en se joignant à la matiere qui venoit du pole *M*, laquelle pouvoit retourner ensuite vers l'autre pole de l'Aiman. Ce que je dis de la matiere qui sort des poles de la pierre & des Fers se doit entendre de même de celle qui tendroit à y rentrer, ce qui est indifferent & qui feroit le même effet suivant le systême de M. Hugens. La même disposition des filets arrive aussi si l'on place le Fer *B* proche de l'Aiman & le Fer *F* au de-là.

Ces experiences pourroient persuader que le Fer ou l'Acier aimanté a plus de force que l'Aiman même qui l'a aimanté, & c'est aussi ce que nous voyons assés souvent qu'une verge ou une regle d'un certain Acier ayant été aimantée par un bon Aiman, soutient ou porte un poids bien plus pesant que ne fait l'Aiman même à nud & sans être armé. Il me semble qu'on pourroit dire encore que cela viendroit de ce que l'Acier ou le Fer étant un corps mou par rapport à l'Aiman, quoi qu'ils soient de même nature, a ses pores bien plus propres à recevoir l'impression de la matiere magnetique que non pas l'Aiman qui est un corps dur, puisque ce n'est qu'une pierre, aussi le Fer perd-t-il sa vertu tout d'un coup pour en prendre

une autre toute contraire, ce que ne peut pas faire facilement un Aiman, & ce qui pourroit ſeulement arriver dans quelques-unes de ſes parties qui ne ſeroient pas tout-à-fait pierre, auſſi il reprend peu à peu ſa premiere vertu aprés qu'elle a été changée ou alterée par un plus fort Aiman que lui, & par conſequent il pourra s'introduire dans l'Acier une plus grande quantité de matiere magnetique que dans l'Aiman même qui a dirigé & ouvert les pores de l'Acier pour recevoir cette matiere.

Ainſi les deux morceaux de Fer *B* & *F* qui ſe touchent, & dont l'un eſt appliqué contre l'Aiman *A* pourroient avoir une vertu bien plus forte que l'Aiman *A*, & principalement lorſqu'ils ſont peu éloignés de cet Aiman, dont ils peuvent recevoir une partie de la matiere magnetique de ſon tourbillon, laquelle ſe joint à celle qui eſt répanduë dans l'air. Auſſi lorſque ces deux Fers ſont à une diſtance un peu trop grande de l'Aiman *A* pour en recevoir de la matiere magnetique, ils diminüent conſiderablement de force, & c'eſt ce qu'on remarque ordinairement qu'un morceau de Fer aimanté a bien plus de force pour ſoutenir un poids en preſence de la pierre d'Aiman que quand il en eſt éloigné. Tout ceci ſe connoît viſiblement par la diſpoſition des filets de la limaille d'Acier.

On pourroit encore apporter pour une preuve de ce que j'ai avancé ci-devant, ſçavoir, qu'un Aiman peut communiquer à un morceau de Fer plus de force qu'il n'en a lui même. Car nous ne doutons point que la Terre ne ſoit un Aiman, mais un Aiman trés foible, à cauſe que la matiere magnetique qui l'environne eſt trop diſperſée autour de ſon globe, & qu'il n'y a que peu de ſes parties qui puiſſent rencontrer ce Fer, c'eſt pourquoi elle ne peut aimanter d'abord que foiblement une longue verge de Fer qu'on diſpoſe en l'air ſuivant le cours de cette matiere; cependant c'eſt cette même matiere qui à la longueur du temps en dirige & en ouvre tous les po-

res

res pour faire devenir ce Fer un fort bon Aiman, aprés qu'il a changé de nature par la roüille, & qu'il est devenu pierre, comme on l'a vû à Aix en Provence & à Chartres. Ce fût aussi ce qui m'engagea il y a 25 ou 30 ans à enfermer dans une pierre de la même nature que celle du Clocher de Chartres plusieurs fils de Fer suivant le cours de la matiere magnetique, & qui s'étant aimantés d'abord, se sont convertis en pierre en se roüillant & sont devenus des Aimans. La même chose est arrivée à un fil de Fer qui a été suspendu en l'air pendant un fort grand temps.

J'ai fait encore une Observation sur le cours de la matiere magnetique qui passe au travers d'une grosse pierre d'Aiman, ce qui est marqué distinctement par les filets de la limaille qu'on seme sur un papier posé sur l'Aiman, où l'on voit que vers les poles de la pierre il s'y amasse beaucoup de limaille qui forme l'origine d'un tourbillon dont les ventres sont entre les poles, & que la limaille est aussi en assez grande quantité vers les bords de la pierre, & dont les filets sortent presque perpendiculairement de ces bords ; mais il n'y a que trés peu de limaille dans le milieu qui a des directions differentes suivant les inégalités de la pierre, d'où l'on pourroit juger que la pierre n'auroit que trés peu de force dans son milieu. On remarque aussi la même chose à une verge de Fer aimantée. Ceci se trouve confirmé par l'experience que je fis autrefois sur un Anneau d'Acier de 3 pouces de diametre que j'avois aimanté en approchant seulement le pole de la pierre d'Aiman contre un endroit de cet Anneau, car je connus par la limaille d'acier semée sur un papier que j'avois placé au dessus de cet Anneau, les deux poles, l'un où il avoit été touché par la pierre, & l'autre à l'extremité du diametre de l'Anneau qui passoit par l'endroit où il avoit été touché. On y remarquoit aussi les ventres entre ces poles, mais il ne paroissoit rien de sensible dans le milieu de l'Anneau. Ce qui me fit connoître que la vertu de l'Ai-

man avoit paſſé d'un pole à l'autre, & s'étoit communiquée au long de l'Anneau, ſans que les ventres ſe confondiſſent.

Enfin les experiences que j'ai faites ſur le cours de la matiere magnetique, comme on a vû dans la Figure précedente, font connoître que lorſqu'on a joint à la pierre les deux morceaux de Fer, toute ſa vertu paſſe de ſon pole *S* le plus éloigné des Fers au pole *m* du Fer le plus éloigné de la pierre, & que vers le milieu, où eſt placé l'autre Fer, il n'y a que trés peu de force ; car la pierre & les deux Fers ne font plus enſemble que comme une ſeule pierre d'Aiman, & c'eſt ce que j'ai connu trés clairement ſur une excellente pierre qui étoit armée, où la matiere magnetique s'introduiſant toute dans les armures qui étoient appliquées contre les poles, ſe détournoit toute vers les têtes des armures pour leur faire ſoutenir un poids trés conſiderable, car alors les côtés des armures vis-à-vis les poles n'avoient plus aucune force ſenſible.

Il en feroit ici à peu-prés de même où toute la vertu de la pierre paſſant de ſon pole *S* au pole *m* du Fer le plus éloigné, ne ſçauroit plus retenir que trés foiblement le Fer du milieu qui demeure attaché au Fer le plus éloigné qui a reçû toute la vertu de l'Aiman dans ſa Figure, laquelle étant longue, a beaucoup de force pour agir ſur le Fer du milieu qui en eſt proche, & c'eſt ce qui eſt marqué par les filets de la limaille qui ſortent preſque perpendiculairement de ce Fer, ce qui lui donne plus de force pour ſe joindre au Fer du milieu qu'il n'en reſte à l'Aiman pour le retenir.

J'ai rapporté ci-devant que lorſque je faiſois cette experience avec l'Aiman *A* & les deux Fers *B* & *F*, je n'avois point remarqué que le Fer du milieu reſtât attaché à la pierre *A* lorſqu'on en éloignoit l'autre Fer, mais qu'au contraire il reſtoit toûjours attaché à l'autre Fer & le ſuivoit, cependant M. Rohault rapporte que cela arrive quelquefois, & c'eſt ce qui m'a fait ſoupçonner que l'Ai-

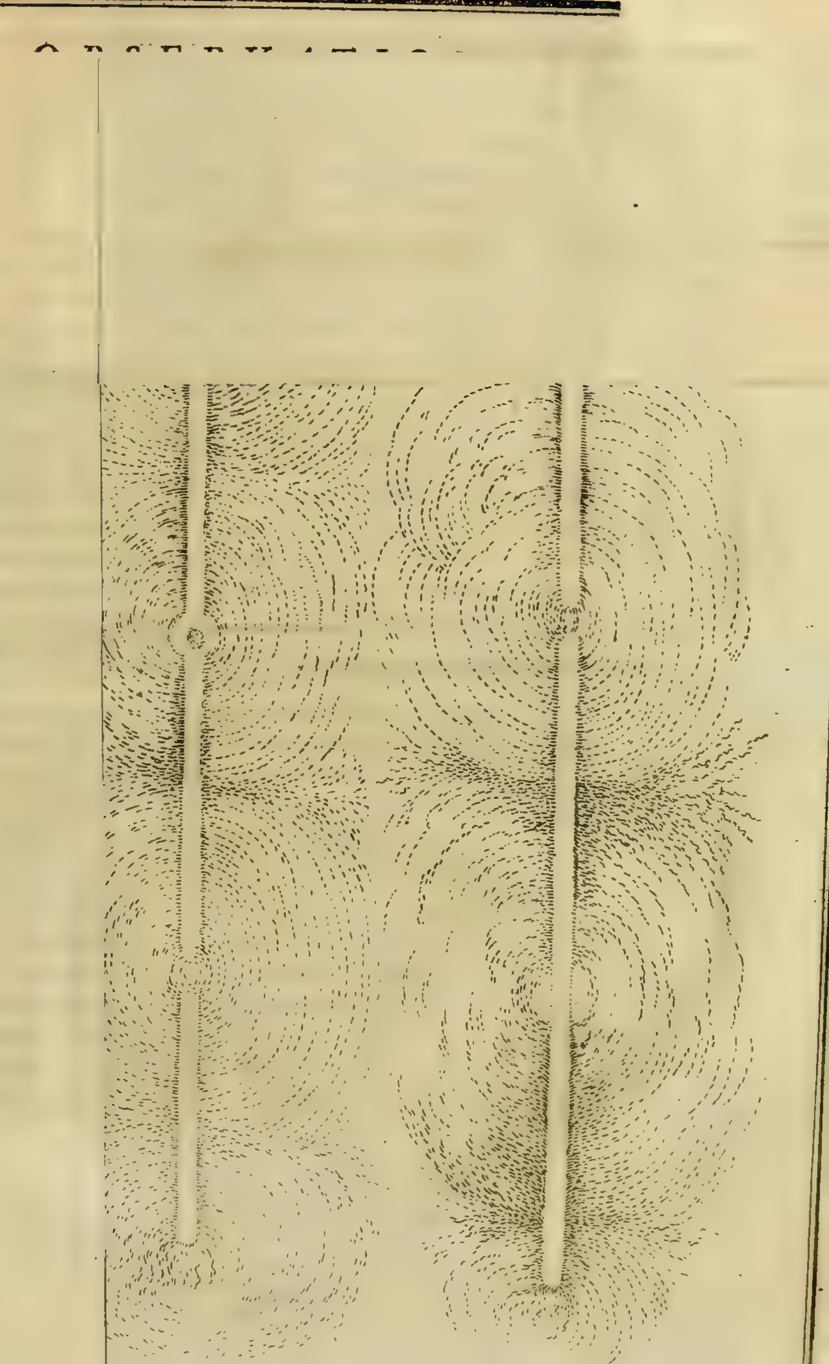
man *A* ayant beaucoup de force, en communiquoit auſſi beaucoup au Fer le plus éloigné ou à l'Aiman dont il tient la place. C'eſt pourquoi au lieu de cet Aiman *A* j'ai pris un morceau de fil de Fer aſſez gros & long, lequel ayant été aimanté, eſt devenu un Aiman propre pour ces experiences, & au lieu des deux autres Fers *B* & *F*, j'ai pris un morceau de fil de Fer d'une demi-ligne de groſſeur & de trois pouces de long, que j'ai coupé en deux parties, l'une d'un pouce & l'autre de deux, & ayant aimanté ces trois morceaux de Fer, je les ai placés ſuivant leurs poles ſur un verre, enſorte que d'abord le plus court étoit au milieu, & ils ſe touchoient par leurs extremités. Ces trois Fers ne compoſoient alors que comme un ſeul Aiman, car ces trois Fers ſe tenoient attachés enſemble en les faiſant mouvoir, & il arrivoit auſſi que lorſque j'éloignois du plus gros le plus long des deux autres, il entrainoit avec lui le plus court qui étoit au milieu, car le plus gros étoit arrêté ferme, ce qui étoit conforme aux premieres experiences, car le plus gros des trois communiquoit aſſez de vertu au plus éloigné pour lui faire retenir celui du milieu qui étoit le plus petit; mais lorſque j'ai voulu placer le plus petit à l'extremité, & l'autre qui lui étoit égal en groſſeur, mais plus long, au milieu, j'ai obſervé que quelquefois le plus petit n'entraînoit pas l'autre, lequel s'en ſéparoit en demeurant joint au plus gros des trois qui étoit immobile, ce qui ne s'accorderoit pas avec les premieres experiences, mais auſſi je puis dire que le plus petit des deux plus déliés qui étoit le plus éloigné n'avoit pas aſſez de force pour entraîner l'autre qui lui reſiſtoit par ſa peſanteur.

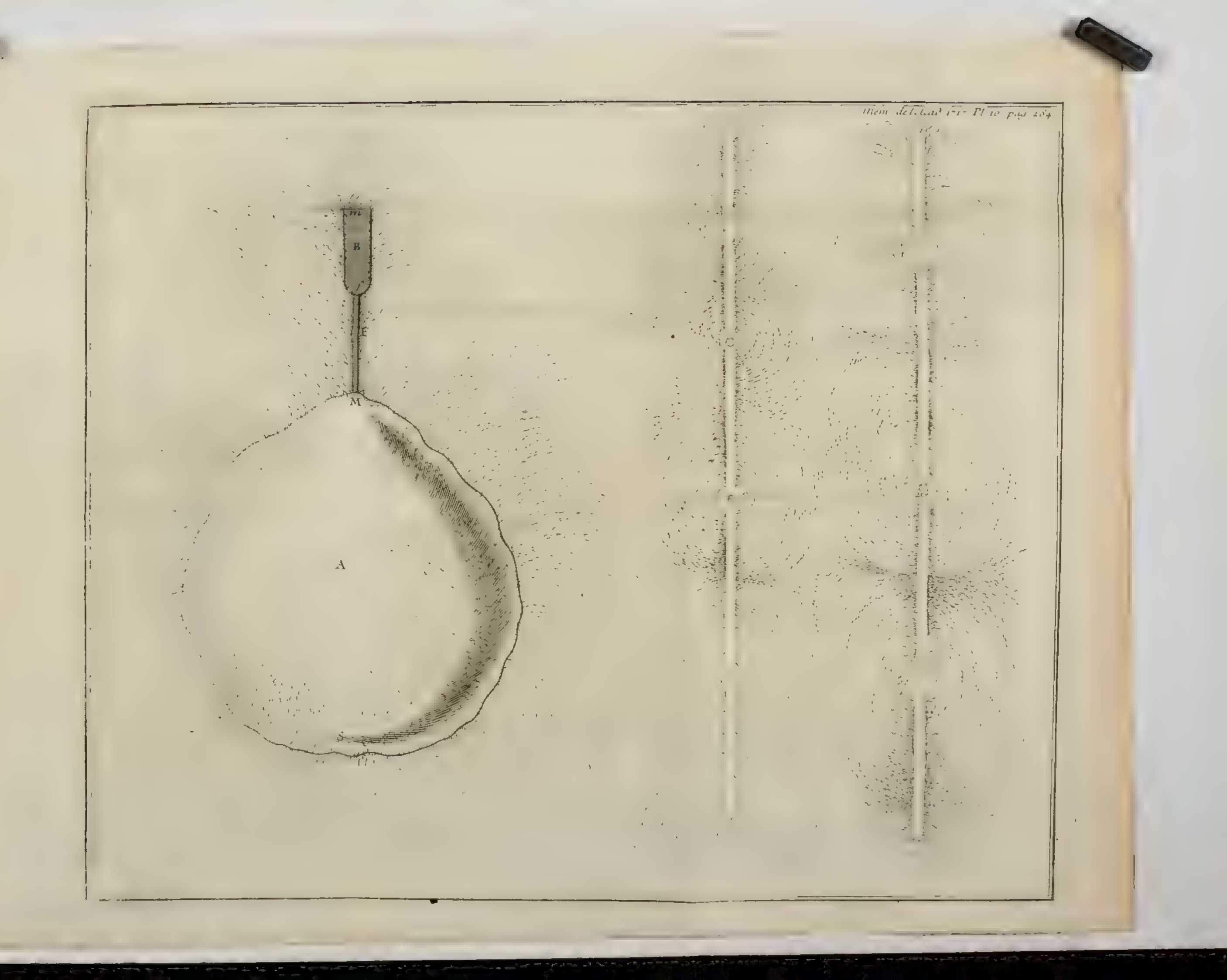
J'ai remarqué auſſi, en conſiderant attentivement la maniere dont ces fils de Fer s'appliquoient l'un contre l'autre pour y agir, qu'ils ne joignoient pas leurs extremités circulaires exactement l'une au bout de l'autre, mais qu'ils s'en détournoient un peu pour ſe rencontrer par les bords de leur circonference, car ils avoient été bien dreſ-

ſés par les bouts, ce qui venoit ſans doute de ce que la matiere magnetique ſortoit en plus grande abondance en cet endroit que vers le milieu, comme il arrive à tous les corps un peu larges, lorſqu'étant aimantés on veut leur faire ſoutenir un morceau de Fer, comme on le remarque à un couteau dont la pointe eſt arrondie.

Il faut encore prendre garde dans les experiences qu'il y a des Fers qui ne ſçauroient s'aimanter, c'eſt-à-dire, qui ayant été touchés d'une bonne pierre, & étant d'une figure longue, ne peuvent pas ſoutenir un Fer trés leger à moins qu'ils ne ſoient en preſence d'un Aiman, mais ce n'eſt pas qu'ils ne ſoient d'une nature propre pour cela, mais ſeulement à cauſe que leurs pores ne peuvent pas retenir la vertu qui leur a été imprimée par l'Aiman.

Mais enfin pour concluſion on doit conſiderer que les premiers Fers appliqués contre l'Aiman lui font une eſpece d'armure qui a beaucoup de force vers ſon extremité, en raſſemblant la vertu qui eſt répanduë autour de la pierre, ce qui le fait agir plus puiſſamment que la pierre même, ce qui eſt trés connu par les armures, & c'eſt ce qui lui fait arracher à la pierre les autres Fers qui en ſont plus proche, car cette eſpece d'armure ſe joint trés fortement au Fer qui la touche, & qui par conſequent doit l'emporter avec elle quand on les veut ſeparer, c'eſt auſſi ce qu'on peut voir en appliquant contre l'un ou l'autre pole de la pierre un Fer qui lui ſerve comme d'armure ſans être attaché à la pierre, car l'extremité de cette armure ſe joindra trés fortement au Fer qu'on lui preſentera, enſorte qu'ils ſe ſépareront enſemble de la pierre, & cela juſqu'à ce que le Fer qui touchoit l'Aiman ſoit trop éloigné de la pierre pour en recevoir aſſez de force pour retenir l'autre, & c'eſt-là, à ce qu'il me ſemble, la veritable raiſon de l'effet que nous avons entrepris d'expliquer dans ce Memoire.





Mem. de l'Acad. 1717. Pl. 10 pag. 284
m
B
E
M
A
S
n
C

OBSERVATIONS

Sur un Fœtus monſtrueux qui n'avoit qu'un Oeil.

Par M. LITTRE.

LA nature a fait voir dans les Monſtres de ſi grandes bizarerries & de tant d'eſpeces differentes, qu'elle ne peut preſque plus rien produire dans ce genre capable de nous frapper ; au moins n'eſt-il preſque rien qu'on n'imagine poſſible de ce qui peut arriver par un retranchement, une augmentation ou un déplacement des parties. 22 Decembre 1717.

Un Fœtus, qui me tomba il y a quelques mois entre le mains, me parut cependant digne d'attention par la reſſemblance qu'il avoit avec ces Forgerons monſtrueux que nous dépeint la Fable ; il ſembloit propre à faire douter ſi elle n'a point eu un fondement réel. On trouvoit en ce Fœtus ce qu'elle donne de plus extraordinaire aux Cyclopes par rapport à la conformation. Il n'avoit comme eux qu'un œil, placé au milieu de la partie inferieure du front.

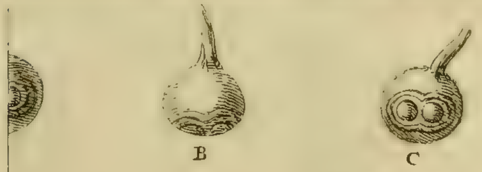
La Compagnie, à qui je le fis voir, jugea qu'il meritoit d'être diſſequé avec ſoin. On a parlé de quelques Fœtus de figure approchante de celle de celui-ci, mais on a négligé d'examiner leur ſtructure interieure. La diſſection des Monſtres nous y fait découvrir des choſes ſouvent plus ſingulieres que celles que montre leur exterieur, & quelquefois propres à nous donner des éclairciſſements ſur leur formation.

Le Fœtus, dont je veux parler, étoit né à ſept mois, mort même quelque temps avant ſa naiſſance. Il étoit entierement privé de l'organe de l'odorat. La place, où devoit être le nés, étoit unie, plate & de niveau avec le reſte de la face ; elle étoit couverte d'une peau qui n'étoit

percée par aucune ouverture. Le deſſous de cette peau étoit tout-à-fait ſolide, de ſorte qu'on n'y trouvoit point les creux neceſſaires pour former les deux foſſes naſales & pour loger les lames oſſeuſes & la membrane qui les tapiſſe, auſſi tout cela lui manquoit, on n'en obſervoit même aucun veſtige.

Mais ce que le viſage offroit de plus ſingulier, c'eſt la poſition de ſon œil, qui étoit préciſément placé au milieu de la partie inferieure du front : il avoit pourtant deux ſourcils, qui avoient conſervé leur place ordinaire, par conſequent l'œil en manquoit. Il avoit ſes deux paupieres, mais dénuées de cils.

Le globe de l'œil étoit rond à l'ordinaire & compoſé de la membrane appellée *conjonctive*, de la ſclerotique & d'une cornée qui étoit de figure ovale. Au travers de cette cornée on diſtinguoit deux petits corps ronds, l'un à droit & l'autre à gauche. J'ouvris le globe, je remarquai qu'il n'y avoit point de choroïde, & que les deux petits corps étoient, pour ainſi dire, deux yeux renfermés ſous une même enveloppe, ou qui n'avoient qu'un globe commun : car chacun de ces deux petits corps avoit ſon nerf optique, ſa retine, ſes ligaments ciliaires, ſon iris, ſon humeur vitrée, ſon criſtalin. Il n'y avoit que l'humeur aqueuſe, qui étoit commune à ces deux petits corps. Toutes leurs parties étoient fort petites, excepté les deux criſtalins, qui à peu de choſe prés avoient leur groſſeur naturelle. Les parties propres à chacun de ces petits corps formoient un globe diſtinct de celui que formoient les parties propres à l'autre. Ils ſe touchoient un peu par le milieu, mais ils n'avoient entre eux de communication que par leurs vaiſſeaux, qui partoient immediatement de la ſclerotique ; la choroïde, d'où ils partent d'ordinaire, manquant comme je l'ai dit. Ce que nous avons ici de ſingulier eſt donc que la nature eut renfermé deux yeux ſous une même enveloppe, & qu'elle ne leur eut donné qu'une ſeule ouverture placée au bas du front. Pour les



ontrent les deux christallins renfermés dans un même globe.



les fig. A. B. C. montrent les deux christallins renfermés dans un même globe

Ph. Simonneau filius D.

parties qui devoient composer le nés, ou le Fœtus avoit manqué de suc pour leur formation ou pour leur accroissement, ou bien ce suc, au lieu de se porter en dehors pour élever les parties exterieures, étoit resté en dedans & par son épanchement avoit comblé les fosses nasales.

J'ouvris le crâne en presence de Mrs. Duvernay & Roüaut. Nous trouvâmes le cerveau fondu & semblable à une boüillie claire, & nous n'y pûmes observer aucune forme de partie. Nous n'y vîmes qu'un seul cordon de nerf, que nous reconnûmes être le nerf optique. Il sortoit du crâne pour s'inserer dans l'orbite de l'œil par un trou percé précisément entre les deux endroits par où passent ordinairement les deux nerfs optiques & à distance égale de l'un & de l'autre. Ces deux trous manquoient, il n'en falloit qu'un pour laisser passer un seul nerf. Mais il est à remarquer que ce nerf optique, quoi-que simple en apparence, étoit réellement double. Il y en avoit deux de renfermés sous une même enveloppe, comme nous l'avons vû des autres parties de l'œil.

Ce Fœtus avoit quelques autres singularités, mais moins remarquables, & que nous ne ferons qu'indiquer. Sa main gauche avoit six doigts, dont les deux premiers étoient faits du pouce, qui étoit comme partagé en deux parties presque égales jusqu'à sa racine.

La langue n'étoit pas libre, parce que le filet se continuoit jusqu'au bout de cet organe : l'épiglotte ne l'étoit pas non plus, elle étoit renversée en devant sur la racine de la langue & y étoit étroitement unie. Ce seul vice de conformation eut suffi pour faire bientôt perir le Fœtus, s'il fût venu au monde vivant, d'autant qu'il n'auroit rien pû avaler, qu'il n'en fut tombé dans la glotte, parce qu'elle manquoit de son couvercle ordinaire. Ainsi il eût été bien-tôt étouffé. A ces deux vices prés, tout étoit dans l'ordre naturel dans la bouche, dans la gorge, & dans les parties du corps dont nous n'avons point parlé.

OBSERVATIONS DE L'ECLIPSE DE LUNE

Arrivée le vingtiéme jour de Septembre au soir 1717 à l'Observatoire Royal.

Par M^rs. DE LA HIRE.

17 Novembre 1717.

LE Ciel auroit été trés favorable pour l'Observation de cette Eclipse, s'il ne s'étoit pas trouvé à l'horison Oriental une vapeur fort noire & épaisse qui s'étendoit jusqu'à 5 degrés de hauteur environ, ensorte que lorsque la Lune se leva on ne pût point la voir; l'Eclipse devoit être alors vers son milieu, & l'on ne commença que vers les 6^h $20'$ à appercevoir la Lune assés confusément. On voyoit qu'elle étoit fort éclipsée, mais il n'étoit pas encore possible de déterminer la quantité de ce qui en étoit caché, & ce ne fût que vers les 6^h $28'$ où elle fût presque entierement dégagée de cette vapeur. Nous observâmes alors que l'Eclipse étoit encore de 7 doigts à peu prés, car l'extremité de ce broüillard se mêlant avec la penombre la rendoit encore un peu indéterminée.

Enfin quelque temps aprés elle passa dans un endroit du Ciel qui étoit trés serein, & nous en fimes les Observations suivantes des doigts & des demi-doigts que nous avons corrigées à l'ordinaire, & rectifiées les unes par les autres, car dans les Eclipses de Lune il y a toûjours quelque incertitude, à cause qu'on ne voit que la penombre, laquelle se rencontrant tantôt sur des parties claires & tantôt sur des parties obscures, la font juger ou moins ou plus étenduë.

Tems

Tems vrays.			*Phases.*	
H.	M.	S.	Doigt	M.
à 6	28	20	7	0
6	41	25	6	0
6	47	10	5	30
6	52	35	5	0
6	57	35	4	30
7	2	20	4	0
7	6	53	3	30
7	11	19	3	0
7	15	30	2	30
7	19	18	2	0
7	23	3	1	30
7	26	46	1	0
7	30	31	0	30
7	34	15	Fin de l'Eclipse.	

Voici encore les Observations du recouvrement de lumiere de plusieurs Taches du disque de la Lune.

H.	M.	S.	*Noms des Taches.*
à 6	23	5	Grimaldus.
6	29	45	Milieu de Copernic.
6	31	50	Manilius & Menelaüs.
6	39	20	Le bord de la Mer de Crisés.
6	41	45	Pline.
6	56	45	Dionysius.
7	6	50	Promont. aigu & milieu de Tycho.
7	9	53	Fin de Tycho & Taruntius.
7	13	5	Cathar. & Theophilus.
7	16	20	Cyrillus
7	22	5	Fracastor.
7	27	30	Petavius.
7	30	37	Langrenus.
7	34	15	Fin de l'Eclipse.

Les Obſervations des doigts ont été faites avec une Lunette de 7 ½ pieds qui portoit le Micrometre, & celles de l'Emerſion des Taches ont été faites avec une Lunette de 6 pieds.

Nous ne pûmes pas obſerver le diametre de la Lune avant l'Eclipſe, à cauſe qu'elle étoit encore ſous l'horiſon, mais immediatement aprés nous l'obſervâmes avec mon Micrometre de 31′ 7″ à la hauteur de 16 degrés, & qui étant réduit à l'horiſontal étoit de 30′ 58″. Nous l'obſervâmes auſſi avec l'ancien Micrometre de M. Picard, & nous le trouvâmes étant réduit à l'horiſontal de 30′ 55″.

REMARQUES.

On doit remarquer que dans le calcul qu'on fait des Eclipſes de Soleil & de Lune, on ſe ſert toûjours du diametre horiſontal de la Lune; c'eſt pourquoi quand les tables donneroient les diametres exactement, la quantité de l'Eclipſe qu'on conclura du calcul ne conviendra pas avec la quantité obſervée, à cauſe que dans l'Obſervation on ſe ſert d'une partie du diametre de la Lune à la hauteur où elle eſt alors, car le diametre apparent change de grandeur, & il eſt toûjours plus grand que le diametre horiſontal : il faudra donc dans l'Obſervation des doigts avoir égard à cette augmentation du diametre, car pour ce qui eſt de la grandeur de l'ombre de la Terre ſur la Lune, elle ſe trouve augmentée dans la même proportion que le diametre apparent, & l'on pourra réduire ce diametre apparent à ſon diametre horiſontal par la Table qui a été dreſſée pour cette réduction. Le reticule de mon Micrometre a cet avantage qu'on peut le faire trés commodement & trés facilement, puiſqu'il n'y aura qu'à tirer ſur le Carton une nouvelle ligne droite pour avoir la quantité des doigts augmentée dans la même proportion que le diametre augmenté; & même auſſi-tôt qu'on aura un diametre obſervé avant l'Eclipſe, on pourra tirer quelques lignes pour les diametres à differentes hauteurs où la Lune

peut monter ou descendre dans la durée de l'Eclipse, ce qui est facile à connoître.

J'avertirai encore ici, comme j'ai fait dans mes Tables, que lorsqu'on se sert de filets de Ver à soye dans les Micrometres pour observer les diametres du Soleil ou de la Lune, ou de petites distances entre les Astres ou leurs hauteurs sur l'horison, on ne peut pas voir ces filets qu'avec beaucoup de peine quand le Ciel est fort serein, à cause qu'il paroît trés noir au travers de la Lunette, mais que ce n'étoit pas la même chose, s'il y avoit dans l'air une vapeur ou un nuage leger, car le Soleil ou la Lune l'éclairant, formoit une blancheur qui faisoit appercevoir distinctement ces filets; c'est pourquoi pendant la nuit on éclairoit le verre objectif de la Lunette, ce qui faisoit à peu-prés le même effet; mais il n'est pas aisé d'éclairer ce verre si la Lunette est longue, à cause qu'il est toûjours un peu enfoncé dans le tuyau, & de plus le vent ne le permet pas pour l'ordinaire, & il faut encore que la lumiere soit assés forte, car la blancheur qui paroît ne vient que des petites inégalités du verre qui sont éclairées, & souvent la lumiere ou la lanterne où elle est nous cache l'Astre. Je pensai donc à faire cette blancheur, en posant sur l'extremité du tuyau de la Lunette une gaze ou toile de soye blanche & trés fine, qui pouvoit recevoir la clarté d'une chandelle de loin, & donner à l'air la blancheur necessaire pour voir distinctement les filets, ce qui m'a trés bien réussi dans les Observations. Cependant j'ai remarqué que dans les Eclipses de Lune où le Ciel est bien serein, la Lune avoit encore assés de lumiere pour éclairer par trop la gaze, ce qui alteroit la grandeur de la penombre, & dans ce cas il faudra faire une espece de gaze fort claire avec les mêmes filets de la gaze ordinaire, en les appliquant sur un morceau de carton percé dans son milieu d'une ouverture un peu plus grande que l'ouverture du verre objectif, & en colant ces filets de soye sur le bord du carton, ou en les y arrêtant avec un peu de cire

molle; on pourra auſſi en avoir pluſieurs de differente force ou épaiſſeur pour choiſir celle qui conviendra le mieux à l'Obſervation.

Pour ce qui regarde les Obſervations des diſtances des Etoiles ou des Planetes & leurs hauteurs ſur l'horiſon, ce ſera la même méthode, & il faut prendre garde que la gaze étant éclairée, ne faſſe pas perdre de vûë par ſa blancheur les Aſtres qu'on obſerve.

OBSERVATION

DE L'ECLIPSE DE LUNE

faite le 20 Septembre 1717.

Par M. MARALDI.

27 Novembre 1717. ON s'étoit préparé à faire l'Obſervation de cette Eclipſe ſur la Terraſſe de l'Obſervatoire, d'où l'on pouvoit découvrir tout l'horiſon, & voir la Lune à l'Orient & le Soleil à l'Occident, car la Lune devoit ſe lever éclipſée pendant que le Soleil devoit ſe coucher à l'oppoſite, & ces deux Aſtres devoient paroître en même temps ſur l'horiſon. Cette apparence de la Lune éclipſée en preſence du Soleil paroît difficile à comprendre, parce que dans les Eclipſes de Lune cet Aſtre étant oppoſé au Soleil, l'un doit être couché lorſque l'autre ſe leve, & réciproquement. Ce phenomene vient en partie de ce que les rayons du Soleil & de la Lune ſe plient dans l'Atmoſphere, & venant à l'œil ainſi pliés, repreſentent ces deux Aſtres élevés ſur l'horiſon lorſqu'ils ſont encore au deſſous.

Pline rapporte qu'on avoit obſervé une fois la Lune éclipſée à ſon coucher, lorſque le Soleil étoit ſur l'hori-

ſon, & il remarque cette Eclipſe comme ſurprenante.

Cleomede dit qu'il eſt impoſſible que cette apparence arrive, & que cela n'eſt qu'une fiction inventée pour rendre douteuſes les raiſons que donnent les Aſtronomes & les Philoſophes des Eclipſes. Il ne laiſſe pourtant pas d'en donner quelque explication, en diſant entre autres choſes que par le moyen de l'humidité de l'air il peut arriver au Soleil, ce qui arrive à un anneau qui eſt dans un vaſe, & qui étant caché par ſes bords à un œil placé à une diſtance convenable, ſe rend viſible en rempliſſant le vaſe d'eau. Cette experience étoit connuë dés le temps d'Euclide, qui la rapporte dans ſa Catoptrique.

Quoi-que l'experience rapportée par Cleomede & l'apparence de la Lune éclipſée vienne du même principe, qui eſt de la refraction des rayons qui ſe fait en paſſant d'une matiere rare dans une plus denſe, il faut avoüer que Cleomede n'a pas bien expliqué cette apparence qui ſe fait dans les Eclipſes, & que ce n'eſt que depuis environ deux ſiecles qu'elle a été bien connuë.

Les Aſtronomes modernes ont obſervé auſſi des Eclipſes de Lune en preſence du Soleil, mais elles ſont fort rares, à cauſe que cette apparence dure peu de temps, & que les nuages & les vapeurs qui ſont pour l'ordinaire à l'horiſon nous empêchent ſouvent de voir le Soleil & la Lune dans cette ſituation.

C'eſt ce qui eſt encore arrivé dans la derniere Eclipſe, car il ſe rencontra un nuage qui cacha le Soleil avant qu'il fût entierement couché, & les vapeurs épaiſſes qui étoient à l'Orient au lever de la Lune ne permirent pas de la voir que lorſqu'elle étoit élevée ſur l'horiſon de tout ſon diametre. Mais quoi-qu'on ne pût pas voir ces deux Aſtres en même temps, on reconnut qu'ils auroient été viſibles ſans ces empêchements, car un moment aprés que le bord ſuperieur du Soleil ceſſa de paroître, on apperçût la Lune à l'Orient tout élevée ſur l'horiſon.

Monſieur le Duc du Maine & Madame la Ducheſſe ſe

trouverent à cette Obfervation avec M. le Cardinal de Polignac, M. le Prince de Dombes & M. de Malezieu.

On commença de voir la Lune à 6^h $3'$, qui parut éclipfée plus de la moitié, mais les vapeurs & le grand jour ne permirent pas de déterminer exactement la partie éclipfée de la Lune qu'à 6^h $25'$; elle l'étoit pour lors de 7^d $17'$, & on s'apperçût que l'éclipfe alloit en diminuant.

A 6^h	$33'$		L'ombre paffoit par Manilius & par Meneläüs.		
			La partie de la Lune éclipfée eft de	7^d	6
6	36		Partie éclipfée	6	35
6	40	0	. . . .	6	22
6	45	30	. . . .	5	56
6	46	15	L'ombre à Plinius.		
6	50	20	. . . .	5	25
6	55	15	. . . .	5	0
6	57	15	Proclus eft découvert.		
7	0	0	Dionifius éloigné de l'ombre de fon diametre.		
7	4	17	Tycho commence à fe découvrir.		
7	4	17	. . . .	3	50
7	7	0	*Promontorium acutum* eft forti.		
7	8	0	Le fecond bord de Tycho fortoit de l'ombre.		
7	13	0	. . . .	2	57
7	16	15	. . . .	2	37
7	19	15	. . . .	2	15
7	23	0	. . . .	2	6
7	27	0	. . . .	0	58
7	32	30	. . . .	0	54
7	33	50	. . . .	0	38
7	35	30	Fin de l'Eclipfe.		

Le terme de l'Ombre n'étoit pas bien marqué fur la Lune, ce qui rend l'Obfervation un peu douteufe.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE LUNE

du 20 Septembre 1717.

Par M. CASSINI.

CETTE Eclipſe étoit remarquable en ce que l'effet des refractions devoit faire paroître la Lune éclipſée à ſon lever en la preſence du Soleil, quoi-qu'elle lui fût diametralement oppoſée. 27 Novembre 1717.

Pour appercevoir ce Phenomene le plus long-temps qu'il ſeroit poſſible, nous avions fait tranſporter ſur le haut de la Terraſſe de l'Obſervatoire une Pendule & une Lunette de 8 pieds, au foyer de laquelle on avoit placé des Reticules pour obſerver la quantité de l'Eclipſe.

L'horiſon du côté de l'Orient étoit chargé de vapeurs, & du côté de l'Occident il y avoit des nuages peu élevés dans leſquels le Soleil entra.

A 6 heures 2 minutes on apperçût un moment aprés le coucher du Soleil du côté de l'Orient le bord ſuperieur de la Lune qui étoit extrêmement foible, & qui paroiſſoit élevé ſur l'horiſon de tout ſon diametre. On ne diſtinguoit de la Lune qu'un Croiſſant fort étroit, le reſte étant encore dans les vapeurs ou dans l'ombre de la Terre qui éclipſoit ſa partie inferieure.

A $6^h\ 11'\ 30''$ la Lune commença à ſortir des vapeurs, mais le grand jour qu'il faiſoit encore empêcha de diſtinguer exactement le terme de ſa partie éclipſée.

A $6^h\ 24'\ 10''$ on commença à voir plus diſtinctement le terme de l'ombre, & on trouva la grandeur de l'Eclipſe de 7 doigts 12 minutes.

H.	M.	S.	
A 6	26	15	Copernic est forti de l'ombre.
	31	15	Le milieu de Menelaüs & de Manilius eſt ſur le bord de l'ombre.
	32	50	Menelaüs & Manilius ſont entierement ſortis.
6	34	5	La grandeur de l'Eclipſe eſt de 6 doigts 36 minutes.
	37	45	*Inſula ſinus medii* eſt hors de l'ombre.
	40	34	Gaſſendi commence à ſortir.
	41	30	La grandeur de l'Eclipſe étoit de 6 doigts.
	42	25	Pline eſt entierement hors de l'ombre.
	47	35	La partie éclipſée eſt de 5 doigts 24 minutes.
	50	5	Boüillaud commence à ſortir.
	53	57	La partie éclipſée eſt de 4 doigts 48 minutes.
	55	45	Dyoniſius eſt entierement ſorti.
	56	45	Proclus ſort.
7	1	44	La partie éclipſée eſt de 4 doigts 12 minutes.
	4	3	*Mare Criſium* eſt entierement hors de l'ombre.
	4	38	*Promontorium acutum* commence à ſortir.
	5	40	Tycho eſt à moitié ſorti.
	6	55	Tycho & Taruntius ſont entierement ſortis.

On a été enſuite obligé de deſcendre dans la Tour Orientale inferieure à cauſe de la nuit qui n'a pas permis de continuer les Obſervations ſur la Terraſſe.

7	17	40	Catharina commence à ſortir.

7 18

7	18	40	La partie éclipsée est de 2 doigts 24 minutes.
	21	10	Fracastorius commence à sortir.
	23	0	La partie éclipsée est d'un doigt 48 minutes.
	26	40	La partie éclipsée est d'un doigt 12 minutes.
	27	40	Langrenus est tout sorti.
	32	0	Furnerius est sorti.
	34	50	Fin de l'Eclipse.

En réduisant les Phases observées en doigts, on trouve qu'à $6^h\ 27'\ 28''$ l'Eclipse étoit de sept doigts.

à 6^h	$35'$	$19''$		six doigts & demi.
			6 11	
6	41	30		six doigts
			4 54	
6	46	24		cinq doigts & demi.
			5 39	
6	52	3		cinq doigts.
			5 47	
6	57	50		quatre doigts & demi.
			5 47	
7	3	37		quatre doigts.
			4 42	
7	8	19		trois doigts & demi.
			4 42	
7	13	1		trois doigts.
			4 43	
7	17	44		deux doigts & demi.
			3 36	
7	21	20		deux doigts.
			2 47	
7	24	7		un doigt & demi.
			3 0	
7	27	7		un doigt.

Les premieres Obſervations des Phaſes de cette Eclipſe ayant été faites avant la nuit, on n'a pas pû diſtinguer le terme de l'ombre auſſi exactement que dans les dernieres; on n'a pas pû auſſi déterminer la grandeur de l'Eclipſe qui étoit vers le milieu de ſa durée dans le temps du lever de la Lune, mais il paroît par la comparaiſon des Phaſes qu'elle a eté de plus de 7 doigts & demi.

Extrait de l'Obſervation de l'Eclipſe de Lune du 20 Septembre 1717, faite à Nuremberg par M. Wurtzelbaur.

Le temps a été favorable à Nuremberg pour l'Obſervation de l'Eclipſe de Lune du 20 Septembre 1717, qui devoit paroître ſur l'horiſon plus long-temps qu'à Paris, à cauſe que cette Ville eſt ſituée par rapport à nous vers l'Orient.

A $6^h\ 5'\ 30''$ le bord ſuperieur de la Lune a paru élevé d'un degré ſur l'horiſon, trois minutes & demie avant le coucher du Soleil, qui eſt arrivé à $6^h\ 9'\ 0''$.

A $6^h\ 17'\ 30''$, la Lune étant ſortie preſque entierement des vapeurs, la grandeur de l'Eclipſe fut obſervée de prés de 8 doigts.

A 6^h	$54'$	$0''$	L'Eclipſe étoit de 7 doigts.
7	29	30	Cinq doigts.
7	41	45	Trois doigts trois quarts, Tycho eſt à moitié ſorti.
7	52	10	Deux doigts.
8	1	35	Trois quarts de doigts.
8	10	45	Fin de l'Eclipſe à Nuremberg.

La fin de l'Eclipſe ayant été obſervée à Paris à $7^h\ 34'\ 50''$, on aura la difference des Meridiens entre Paris & Nuremberg de $35'\ 55''$ à 10 ſecondes prés de celle qui reſulte des Obſervations de la Tache de Tycho qui donnent cette difference de $36'\ 5''$.

OBSERVATION

De l'Eclipse de Lune du 20 Septembre 1717 au soir, faite à Montmartre.

Par M. DELISLE le Cadet.

J'AVOIS choisi, pour faire cette Observation, un endroit de Montmartre d'où j'aurois pû observer le lever de la Lune & le coucher du Soleil au veritable horison le jour de l'Eclipse; mais une nuée épaisse me déroba la vûë du Soleil ce jour-là avant qu'il eût atteint l'horison, & la Lune se leva dans un broüillard qui ne me la laissa appercevoir que lorsqu'elle étoit déja élevée sur l'horison; j'attendis encore quelque temps avant de trouver les termes de l'ombre de la Terre assés distinctement marqués pour pouvoir être observés; mais vers les 6 heures & demie le crêpuscule étant fort diminué, je commençai les Observations suivantes avec une Lunette de 7 pieds, à laquelle j'avois appliqué un Micrometre inventé par M. le Fevre dans lequel un cheveu sert d'index & se meut sur des divisions faites par des points sur une ligne oblique à cet index. Comme par la construction de ce Micrometre cette ligne peut s'incliner plus ou moins sur l'index, l'on peut ajuster la division à telle grandeur que l'on veut, ce qui est fort commode pour observer les Eclipses. Je l'avois ajusté au diametre apparent du Soleil qui se trouvoit divisé en 60 parties égales, & c'est en ces parties & leurs fractions (dont j'estimois jusqu'aux quarts) que j'ai déterminé la largeur du restant de la Lune dont j'ai ensuite conclu la grandeur de la partie éclipsée en employant le diametre apparent de la Lune que j'ai aussi observé dans ces mêmes parties. Il s'est trouvé à $7^h\ 40'$

27 Novembre 1717.

précisément de 57 de ces parties dont celui du Soleil en valoit 60, d'où se tire le diametre apparent de la Lune de 30' 30" à la hauteur de 15^d. Par la comparaison de toutes les Observations j'ai estimé le milieu à 6^h 8', & la fin à 7^h 35' ce qui est une minute plus tard que je ne l'ai observé immediatement. Pour la grandeur, il m'a paru qu'elle a été de 7 doigts ½ environ, ce que j'ai reconnu, en essayant sur differentes grandeurs celle qui representoit le mieux toutes les Observations.

Tems vrai.			*Grandeur de la partie éclipsée.*		*Doigts & minutes.*	
H.	M.	S.	M.	S.	D.	M.
6	31	40	17	49	7	2
	36	0	17	6	6	45
	43	55	15	14	6	1
	52	0	13	18	5	15
	53	40	12	46	5	2
7	2	50	10	54	4	18
	5	40	9	50	3	53
	8	0	9	14	3	38
	10	30	8	31	3	21
	17	20	6	24	2	31
	20	20	5	30	2	10
	23	40	4	4	1	36
	25	40	3	35	1	25
	27	10	3	4	1	12
Fin	34	0	0	0	0	0

Observation de l'Occultation d'Aldebaram par la Lune le 25 Septembre 1717 au soir.

Le bord éclairé de la Lune sous lequel Aldebaram se cacha paroissoit dentelé à cause de la proximité de la Lune à l'horison, ce qui m'empêcha de m'assurer, à quelques

ſecondes prés, de l'inſtant précis de l'im merſion. A 9 1 1 38″ temps vrai, Aldebaram me parut toucher la dentelure qui étoit au bord de la Lune, & dés ce moment je ne le pûs plus diſtinguer. Je m'étois ſervi pour faire cette Obſervation, d'une Lunette de 13 pieds. L'émerſion de deſſous le bord obſcur s'eſt faite dans un inſtant à 10ʰ 3′ 57″, enſorte que la durée de l'Eclipſe a été de 52′ 19″. Pendant ce tems-là j'ai obſervé le diametre apparent de la Lune par la diſtance des cornes, lorſqu'elle étoit à la hauteur de 5ᵈ ½, & je l'ai trouvé avec la même Lunette de 13 pieds de 1013 parties, dont le diametre du Soleil, ſuivant ſon cercle de déclinaiſon, parut le lendemain 26 Septembre à la même hauteur ſur l'horiſon en avoir 1020, d'où l'on conclud, ſans avoir égard à la refraction, puiſqu'elle eſt la même pour le Soleil & pour la Lune, que le diametre de la Lune devoit être de 31′ 56″, celui du Soleil étant de 32′ 9″; mais comme la Lune étoit alors élevée ſur l'horiſon de 5ᵈ ½, & qu'à cette hauteur l'augmentation de ſon diametre par deſſus l'horiſontal eſt de 3″, il ſuit que le diametre horiſontal de la Lune devoit être dans le temps de cette éclipſe de 31′ 53″.

CRICS NOUVEAUX.

Par M. DALESME.

LA conſtruction des Crics qui ſont en uſage eſt telle que la force qui les fait agir n'y eſt pas appliquée aſſés avantageuſement, & qu'on ne peut pas toûjours y appliquer aſſés de force pour leur faire produire tout l'effet dont on auroit beſoin. D'ailleurs ils ont le défaut de s'uſer aſſés vîte lorſqu'on les fait beaucoup travailler; j'en ai eu un exemple en grand. On fit faire 100 Crics neufs à Breſt en 1700 & 1701; il en coûta plus de 3600 li-

vres pour raccommoder les mêmes Crics en 1702 & 1703. Ce ſont ces conſiderations qui m'ont engagé à chercher des Crics plus parfaits que les ordinaires, & moins ſujets à s'uſer. Ceux que je propoſe ici ont encore l'avantage de pouvoir être ſubſtitués à la pluſpart des Machines qu'on employe pour agir avec beaucoup de force, c'eſt de quoi il ſera aiſé de juger par les Figures ſuivantes.

FIGURE I.

Elle repreſente le Cric que je ſubſtituë au Cric employé ordinairement à lever des fardeaux. Sa conſtruction eſt ſi ſimple, que je crois qu'on l'entendra aſſés par la ſeule inſpection de la Figure, ſans qu'il ſoit beſoin d'autre explication. Je ferai ſeulement remarquer que, quoi-qu'il ſoit inconteſtable parmi les Mechaniciens qu'on perd toûjours en vîteſſe ce qu'on gagne en force, & réciproquement qu'on perd en force ce qu'on gagne en vîteſſe; cependant un homme ſeul fait à peu-prés autant d'effet avec ce Cric, & auſſi vîte que deux hommes en font avec le Cric ordinaire, & c'eſt ce qui a été juſtifié par des experiences réïterées. Je ne veux pourtant pas inſinuer que ces experiences donnent atteinte au plus celebre Axiome de la Mechanique; mais je veux ſeulement faire obſerver que la force eſt appliquée plus avantageuſement ſur le nouveau Cric qu'elle ne l'eſt ſur les anciens, qu'un homme ſeul donne autant de ſa force à celui-ci que deux hommes donnent de la leur à l'autre. Et cela 1°. parce que chaque homme ne peut agir que d'une main ſur le Cric ordinaire, au lieu que les deux mains agiſſent ſur celui que je propoſe. 2°. C'eſt que c'eſt toûjours en peſant que l'homme agit ſur le nouveau Cric, & on ſçait que c'eſt la façon d'agir dans laquelle il a le plus de force. 3°. Quand le Cric ordinaire n'eſt pas bien huilé, le frottement des roües & des pignons y eſt conſiderable, & conſume une grande partie de la force. C'eſt auſſi par la diminu-

tion des frottements que ce Cric eſt bien moins ſujet à s'uſer que les anciens.

FIGURE II.

On y a fait repreſenter le Cric ordinaire, afin qu'on ſoit plus en état de le comparer avec l'autre.

FIGURE III.

Elle repreſente un autre Cric propre à faire l'effet de celui de la Figure I. ils ſont l'un & l'autre dans le même principe, mais ce dernier differe du premier, en ce que la Cramaillere du dernier eſt taillée dans la tige même du Cric, & qu'elle ne monte pas comme dans la Figure I.

FIGURE IV.

Elle repreſente la conſtruction que je donne au nouveau Cric, pour le rendre propre à être ſubſtitué au Cabeſtan, & il lui eſt ſubſtitué avec avantage, car il épargne les hommes qu'on eſt obligé d'y employer pour tenir le garant, c'eſt-à-dire, pour tenir le bout de la corde qui ſe dévide de deſſus le Cabeſtan, pendant qu'une partie de la corde qui tire le fardeau vient s'y entortiller. D'ailleurs le Cabeſtan employe une force conſiderable à plier le garant ou le cable autour de ſon arbre ou fuſée, & cette force, qui eſt employée en pure perte par rapport au poids à tirer, eſt d'autant plus conſiderable que le cable eſt plus gros, & cablé plus dur & plus roide.

D'ailleurs il eſt aiſé de voir par la Figure qu'on peut augmenter la force de ce Cric ſelon le beſoin, en changeant de trou la cheville du Levier, ce qui ſe fait trés vîte & ſans embarras.

FIGURE V.

Elle repreſente ce Cric mis en état d'agir comme les Chevres ordinaires ſur leſquelles il a encore des avantages.

Enfin il eſt aiſé de voir qu'on peut appliquer cette Ma-

chine dans la plusﬁpart des occaſions où l'on a à faire de grands efforts, & qu'elle épargnera ſouvent l'embarras des cordages, des moufles ou palans, &c.

OBSERVATION

De l'Eclipſe d'Aldeberam par la Lune, faite le 25 Septembre 1717.

Par M. MARALDI.

7 Decembre 1717. NOus avons obſervé l'Eclipſe d'Aldebaram par la Lune, qui eſt arrivée le 25 Septembre, cinq jours aprés l'éclipſe de Lune.

A $9^h\ 11'\ 33''$ Aldebaram fut caché par le bord éclairé de la Lune vis-à-vis la Tache appellée Grimaldi.

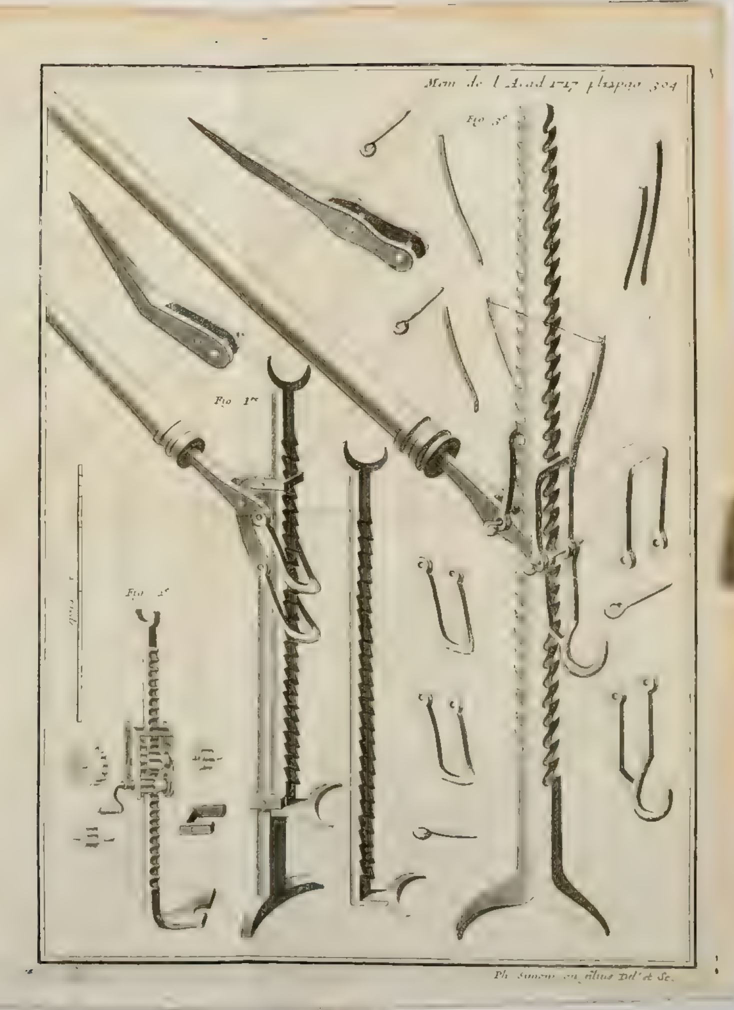
A $10^h\ 3'\ 53''$ Aldebaram ſortit du bord obſcur de la Lune, l'Eclipſe ayant duré $52'$ & $20''$.

Nous n'avons point remarqué aucun changement dans l'Etoile en entrant & en ſortant de la Lune qui puiſſe donner quelque marque d'une Atmoſphere autour de cet Aſtre.

La même nuit auſſi-bien que la précedente & la ſuivante nous fimes pluſieurs Obſervations du paſſage de la Lune & de l'Etoile tant par des Cercles horaires qu'au Meridien pour la recherche de la Parallaxe de la Lune que nous rapporterons dans une autre occaſion.

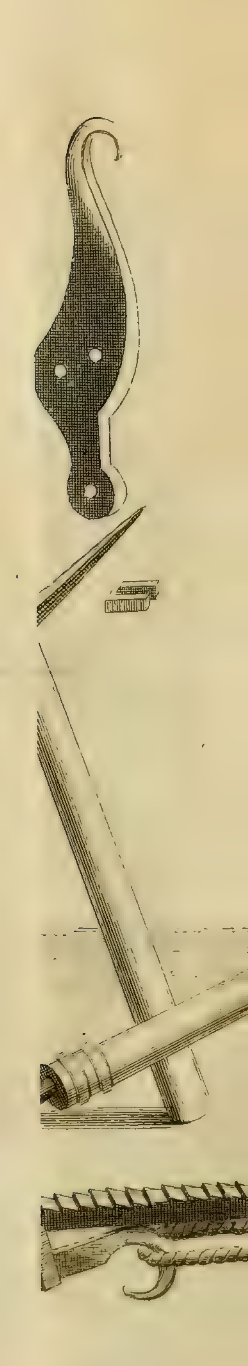
FIN.

12.pag



Ph. Simonneau filius Del. et Sc.

dernière pag. 304





Simonneau filius Del. et Sc.